

# Άσκηση 9

## Χαρτογράφηση ηλεκτρικού πεδίου

### 9.1. Σκοπός

Στην άσκηση αυτή, με τη μέθοδο της ηλεκτρολυτικής λεκάνης, προσδιορίζεται το ηλεκτρικό πεδίο μεταξύ δύο ηλεκτροδίων, με τη χάραξη των ισοδυναμικών επιφανειών και των δυναμικών γραμμών του πεδίου αυτού.

### 9.2. Γενικά

#### 9.2.1. Εισαγωγικά

Η σύγχρονη τεχνολογική πρόοδος συνδέεται άμεσα με την εξέλιξη και πρόοδο της Ηλεκτρονικής και, ειδικότερα, της Ηλεκτρονικής Οπτικής. Στις εφαρμογές ευρεία χρήση βρίσκουν οι διατάξεις και συσκευές όπου αξιοποιείται η κίνηση των ηλεκτρονίων σε χώρο υψηλού κενού. Αρκεί να αναφερθούν η λυχνία ακτινών X, το τηλεβόλο ηλεκτρονίων στο ηλεκτρονικό μικροσκόπιο, ο καθοδικός σωλήνας του παλμογράφου, τα ραντάρ, η οθόνη της τηλεόρασης κ.λπ. Στις ηλεκτρονικές συσκευές αυτού του είδους η κίνηση των ηλεκτρονίων εξαρτάται από τη χωρική κατανομή και ένταση του ηλεκτρικού πεδίου, του οποίου όμως η μαθηματική ανάλυση δεν είναι πάντα εφικτή.

Γνωρίζουμε, για παράδειγμα, τη χωρική κατανομή του ηλεκτρικού πεδίου μεταξύ δύο ομόκεντρων μεταλλικών σφαιρών, δύο ομόκεντρων κυλίνδρων και δύο επίπεδων επιφανειών, αλλά ήδη η ανάλυση του πεδίου μεταξύ δύο έκκεντρων σφαιρών συνιστά δύσκολο μαθηματικό πρόβλημα. Ακόμη δυσκολότερη είναι η ανάλυση του ηλεκτρικού πεδίου όταν τα ηλεκτρόδια έχουν σχήμα πιο σύνθετο από αυτό της σφαίρας ή του κυλίνδρου. Στις περιπτώσεις αυτές οι ερευνητές καταφεύγουν στην πειραματική μελέτη του ηλεκτρικού πεδίου, χαρτογραφώντας τις ισοδυναμικές επιφάνειες και τις δυναμικές γραμμές του πεδίου μεταξύ των εξεταζόμενων αγωγών. Για τον σκοπό αυτό οι αναπτύχθηκαν διάφορες πειραματικές τεχνικές, με τη μέθοδο της ηλεκτρολυτικής λεκάνης να είναι η πιο επιτυχημένη και ακριβής.

#### 9.2.2. Μέθοδος της ηλεκτρολυτικής λεκάνης

Η αρχή της μεθόδου βασίζεται στη διαπίστωση ότι το ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται από μια διάταξη αγωγών στο κενό είναι ίδιο με αυτό που δημιουργείται μέσα σε έναν ηλεκτρολύτη, αρκεί να είναι ίδιες οι οριακές συνθήκες.

Η μέθοδος χρησιμοποιείται συνήθως για τη χαρτογράφηση διδιάστατου πεδίου, δηλαδή πεδίου που μεταβάλλεται μόνο στο επίπεδο  $x, y$ , ενώ σε οποιοδήποτε σημείο του άξονα  $z$  το πεδίο έχει την ίδια τιμή. Ως παράδειγμα μπορούμε να αναφέρουμε το ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται στο «κάθετο επίπεδο» μεταξύ δύο έκκεντρων κυλίνδρων το μήκος των οποίων είναι άπειρο.

Για τη χαρτογράφηση τοποθετούνται δύο ηλεκτρόδια σε μια πλαστική λεκάνη που περιέχει ηλεκτρολύτη. Μεταξύ των δύο ηλεκτροδίων εφαρμόζεται τάση, για παράδειγμα 1,0 V, και με ένα βολτόμετρο μετριέται το ηλεκτρικό δυναμικό σε διάφορα σημεία του υγρού. Ασφαλώς στην πράξη οι δύο αγωγοί έχουν πεπερασμένο μήκος. Ο όρος «άπειρο μήκος κατά τη διεύθυνση  $z$ » διασφαλίζεται όταν τα ηλεκτρόδια *εξέχουν κάθετα* από το υγρό, η επιφάνεια του οποίου

ορίζεται ως το  $x, y$ , επίπεδο του πεδίου. Σημειώνεται ότι τα ηλεκτρόδια πρέπει να είναι κάθετα και προς τον πυθμένα της λεκάνης. Επομένως, για να είναι η καταγραφή σωστή, οι δύο επιφάνειες του ηλεκτρολύτη πρέπει να είναι κάθετες προς τις δύο παράλληλες επιφάνειες των αγωγών. Όσο για το ύψος του υγρού, μερικά εκατοστά είναι αρκετά.

Ο ηλεκτρολύτης χρησιμοποιείται για δύο λόγους:

A) Το ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται μέσα στον ηλεκτρολύτη είναι *θωρακισμένο*, δηλαδή δεν επηρεάζεται από την παρουσία άλλων αγωγών που είναι κοντά αλλά έξω από το υγρό (τα χέρια του πειραματιστή, διάφορα μεταλλικά αντικείμενα, τα καλώδια του βολτομέτρου κ.λπ.), ακόμη και όταν τα αντικείμενα αυτά βρίσκονται υπό υψηλό ηλεκτρικό δυναμικό. Μάλιστα, όσο πιο αγωγίμος είναι ο ηλεκτρολύτης τόσο πιο αποτελεσματική είναι η θωράκιση. Στο κενό, ένα κοντινό αγωγίμο αντικείμενο θα επηρέαζε το πεδίο μεταξύ των δύο αγωγών. Το αντικείμενο αυτό μπορεί να είναι και το καλώδιο του μετρητή τάσης, ακόμη και όταν ο μετρητής είναι «ιδανικός».

B) Συνήθως για τη μέτρηση του ηλεκτρικού πεδίου χρησιμοποιούνται βολτόμετρα που καταναλώνουν ρεύμα. Όσο μικρότερο ρεύμα καταναλώνουν τόσο λιγότερο το ρεύμα αυτό αλλοιώνει την τιμή της τάσης στο σημείο όπου γίνεται η μέτρηση. Ιδανικός για τον σκοπό αυτό είναι ο μετρητής τάσης με μηδενική κατανάλωση ρεύματος (άπειρη αντίσταση εισόδου). Τα όργανα αυτά υπάρχουν, αλλά έχουν μικρή ευαισθησία και χρησιμοποιούνται μόνο ως μετρητές υψηλής τάσης (κιλοβολτόμετρα).

Όταν χρησιμοποιούνται κοινοί μετρητές τάσης, για παράδειγμα με αντίσταση εισόδου 10 MΩ (κατανάλωση 1 μΑ στα 10 V), οι ερευνητές καταφεύγουν σε μεθόδους που *μηδενίζουν* το ρεύμα κατανάλωσης από το σημείο μέτρησης.

### 9.2.3. Το γενικό ηλεκτροστατικό πρόβλημα

Το ηλεκτροστατικό πεδίο στον χώρο μπορεί να περιγράψει με τη χρησιμοποίηση είτε της (βαθμωτής) συνάρτησης ηλεκτρικού δυναμικού  $U(x, y, z)$  είτε της (διανυσματικής) συνάρτησης της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου  $\mathbf{E}(x, y, z)$ . Οι δύο περιγραφές είναι ισοδύναμες.

Το δυναμικό  $U$  και το ηλεκτρικό πεδίο  $\mathbf{E}$  συνδέονται με τη σχέση

$$\mathbf{E}(x, y, z) = -\nabla U(x, y, z) \equiv -\left[\hat{x}\frac{\partial U}{\partial x} + \hat{y}\frac{\partial U}{\partial y} + \hat{z}\frac{\partial U}{\partial z}\right] \quad (9.1)$$

όπου το  $\nabla U$  ή  $\text{grad } U$  λέγεται βαθμίδα του  $U$ .

Η συνάρτηση δυναμικού  $U(x, y, z)$  και η πυκνότητα ηλεκτρικού φορτίου  $\rho(x, y, z)$  στον κενό χώρο συνδέονται με την εξίσωση *Poisson*

$$\nabla^2 U(x, y, z) \equiv \text{div grad } U = -\frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (9.2)$$

όπου  $\epsilon_0$  είναι η διηλεκτρική σταθερά του κενού και το  $\nabla^2$  λέγεται **τελεστής Laplace** ή **Λαπλασιανή**. Σε καρτεσιανές συντεταγμένες ισχύουν οι σχέσεις:

$$\text{div } \mathbf{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} \quad (9.3)$$

και

$$\nabla^2 = \nabla \cdot \nabla U = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \quad (9.4)$$

Σε περιοχές του χώρου όπου  $\rho(x, y, z) = 0$ , η εξίσωση Poisson γράφεται

$$\nabla^2 U(x, y, z) = 0 \quad (9.5)$$

Αυτή είναι η γνωστή *εξίσωση Laplace*, την οποία συναντάμε σε πολλές περιοχές της Φυσικής. Οι συναρτήσεις που ικανοποιούν την εξίσωση Laplace ονομάζονται αρμονικές συναρτήσεις.

Η συμπεριφορά ενός αγωγού μέσα σε ηλεκτροστατικό πεδίο χαρακτηρίζεται από δύο σημαντικές και αλληλένδετες μεταξύ τους ιδιότητες που χρησιμοποιούμε στην άσκησή μας: η επιφάνεια του αγωγού είναι ισοδυναμική επιφάνεια, ενώ το ηλεκτρικό πεδίο είναι κάθετο στην επιφάνεια σε κάθε σημείο της.

Όταν δοθεί μια διάταξη αγωγών στον χώρο, το γενικό ηλεκτροστατικό πρόβλημα συνίσταται στο να βρούμε μια λύση της εξίσωσης Laplace που να ικανοποιεί ταυτόχρονα και τις οριακές συνθήκες για τη δεδομένη διάταξη αγωγών.

Η λύση της εξίσωσης Laplace με δεδομένες οριακές συνθήκες είναι ένα δύσκολο μαθηματικό πρόβλημα. Υπάρχουν λίγες μόνο διατάξεις αγωγών στον χώρο, για τις οποίες μπορεί να δοθεί ακριβής λύση σε αναλυτική μορφή. Για τους λόγους αυτούς η μέτρηση του ηλεκτρικού πεδίου για μια δεδομένη διάταξη αγωγών έχει και πρακτική αξία (π.χ. στον σχεδιασμό ηλεκτροστατικών φακών ηλεκτρονίων και ηλεκτρονικών λυχνιών).

#### 9.2.4. Ηλεκτρικά πεδία μέσα σε αγωγούς

Όταν έχουμε ηλεκτρικά ρεύματα σε αγωγούς, η *εξίσωση συνέχειας* (διατήρηση φορτίου)

$$\operatorname{div} \mathbf{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (9.6)$$

συνδέει την πυκνότητα ρεύματος  $\mathbf{J}$  με την πυκνότητα φορτίου  $\rho$  σε κάθε σημείο του αγωγού. Για στατικά (ανεξάρτητα του χρόνου) ρεύματα ανάγεται στην

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = \operatorname{div} \mathbf{J} = 0 \quad (9.7)$$

Η Εξ. (9.7) ισχύει προσεγγιστικά και για πολύ αργά μεταβαλλόμενα ρεύματα. Με αυτό τον όρο εννοούμε ρεύματα των οποίων η περίοδος είναι μεγάλη συγκριτικά με τον χρόνο που χρειάζεται για να διαδοθεί η μεταβολή από ένα σημείο του αγωγού σε ένα άλλο.

Η τοπική μορφή του νόμου του Ohm δίνει τη σχέση μεταξύ  $\mathbf{J}$  και έντασης του ηλεκτρικού πεδίου  $\mathbf{E}$ :

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (9.8)$$

όπου  $\sigma$  είναι η αγωγιμότητα του αγωγού σε κάθε σημείο.

Επομένως

$$\nabla \cdot (\sigma \mathbf{E}) = \operatorname{div} (\sigma \mathbf{E}) = 0 \quad (9.9)$$

Και, αν το  $\sigma$  είναι ανεξάρτητο της θέσης (ομογενής αγωγός),

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = 0 \quad (9.10)$$

Ισχύει εξάλλου και η Εξ. (9.1) η οποία σε συνδυασμό με την (9.10) δίνει

$$\operatorname{div} \operatorname{grad} U = \nabla^2 U = 0 \quad (9.11)$$

από την οποία προκύπτει ότι η εξίσωση Laplace ικανοποιείται από το δυναμικό μέσα σε έναν αγωγό με στατικά ρεύματα.

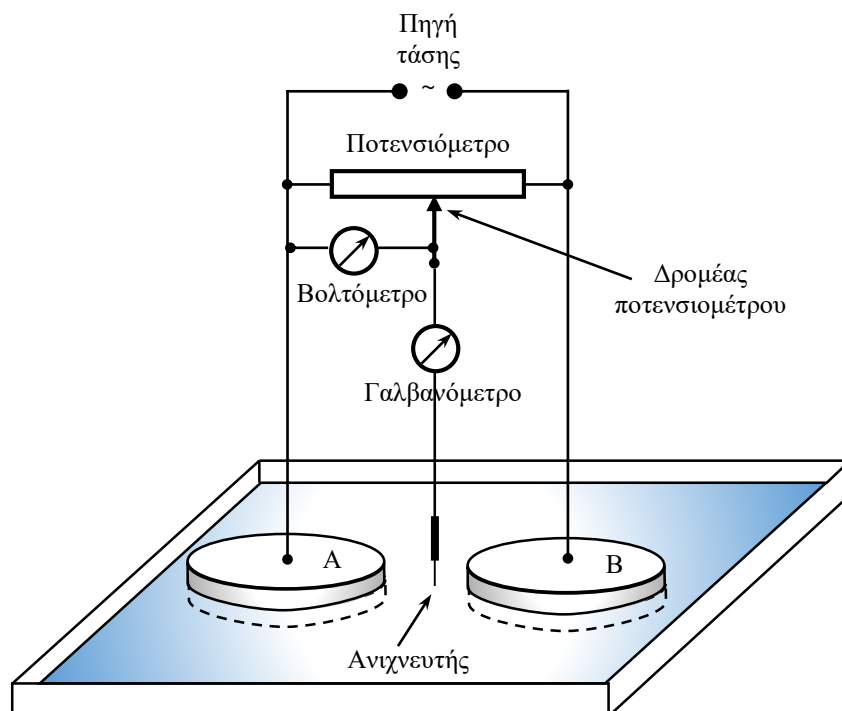
Επειδή λοιπόν η διαφορική εξίσωση την οποία ικανοποιεί το δυναμικό  $U$  στο γενικό ηλεκτροστατικό πρόβλημα είναι η ίδια με αυτήν που ισχύει σε αγωγούς με στατικά ρεύματα (εξίσωση Laplace), οι λύσεις  $U(x, y, z)$  θα είναι οι ίδιες αν οι οριακές συνθήκες είναι οι ίδιες.

Ως οριακές συνθήκες δίνονται συνήθως τα δυναμικά των αγωγών (στο συγκεκριμένο πρόβλημα) για την ηλεκτροστατική περίπτωση, ή οι επιφάνειες των αγωγών (ηλεκτροδίων που έχουν αγωγιμότητα πολύ μεγαλύτερη από αυτήν του ηλεκτρολύτη) στην περίπτωση που έχουμε ροή ρεύματος. Όταν έχουμε ροή ρεύματος σε ένα σύστημα μεταλλικών αγωγών μέσα σε υγρό αγωγό (ηλεκτρολύτη), επειδή η αγωγιμότητα του μετάλλου είναι πολύ μεγαλύτερη από αυτήν του υγρού, τα ηλεκτρικά πεδία μέσα στους μεταλλικούς αγωγούς είναι πολύ μικρά και η πτώση δυναμικού μέσα στους μεταλλικούς αγωγούς είναι σχετικά μικρή. Γι' αυτό οι επιφάνειες των μεταλλικών αγωγών μπορούν να θεωρηθούν ισοδυναμικές επιφάνειες. Έτσι, το πρόβλημα του προσδιορισμού του δυναμικού μέσα σε αγωγούς (ηλεκτρολύτες) που διαρρέονται από ηλεκτρικά ρεύματα είναι το ίδιο με την εύρεση του δυναμικού στον κενό χώρο ανάμεσα σε αγωγούς.

### 9.3. Μέθοδος

Η αρχή της μεθόδου στηρίζεται στη διαπίστωση ότι το ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται από μια διάταξη ηλεκτροδίων (αγωγών) είναι το ίδιο, είτε η διάταξη βρίσκεται στο κενό (ή στον αέρα) είτε σε έναν ηλεκτρολύτη.

Η μέτρηση του ηλεκτρικού πεδίου στο κενό είναι εφικτή, αλλά συνιστά δύσκολο πρόβλημα της Πειραματικής Φυσικής. Πολύ ευκολότερη είναι η μέτρηση του ηλεκτρικού πεδίου σε αγωγίμους χώρους όπου κυκλοφορούν ηλεκτρικά ρεύματα, μικρό μέρος των οποίων μπορεί να αξιοποιηθεί από τον μετρητή τάσης. Επομένως, είναι πειραματικά εύκολο να βρούμε τις ισοδυναμικές επιφάνειες ενός πεδίου σε έναν ηλεκτρολύτη και για τον σκοπό αυτό χρησιμοποιούμε μια πειραματική διάταξη όπως αυτή που εικονίζεται στο Σχ. 9.1.

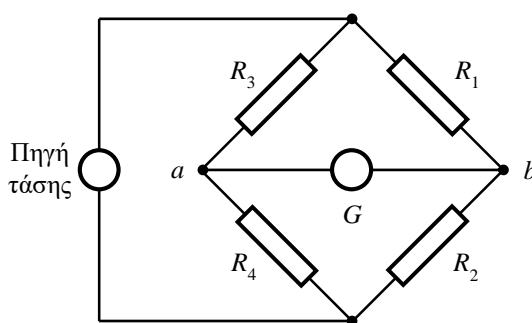


**Σχήμα 9.1.** Η πειραματική διάταξη για τη χαρτογράφηση ηλεκτρικού πεδίου με τη μέθοδο της ηλεκτρολυτικής λεκάνης.

Στο Σχ. 9.1, Α και Β είναι τα ηλεκτρόδια που σχηματίζουν τη διάταξη, το ηλεκτρικό πεδίο της οποίας θέλουμε να μελετήσουμε. Τα ηλεκτρόδια αυτά είναι βυθισμένα στον ηλεκτρολύτη (π.χ. νερό) της λεκάνης, όπου το ηλεκτρικό πεδίο δημιουργείται μέσω σύνδεσης των ηλεκτροδίων με μια πηγή τάσης 1-2 V. Μεγαλύτερες τάσεις αποφεύγονται προκειμένου να αποτραπεί η ηλεκτρόλυση του νερού.

Σημειώνουμε ότι η διάταξη αυτή είναι διάταξη μηδενικής κατανάλωσης ρεύματος από το σημείο μέτρησης. Ο ανιχνευτής συνδέεται με τον δρομέα του ποτενσιόμετρου μέσω ενός ευαίσθητου γαλβανόμετρου, η διακριτική ικανότητα του οποίου είναι 0,1 μΑ. Ο μηδενισμός του ρεύματος κατανάλωσης επιτυγχάνεται με μετακίνηση του δρομέα σε μια ορισμένη θέση. Η ρύθμιση της θέσης του δρομέα στο ποτενσιόμετρο θεωρείται ολοκληρωμένη όταν το γαλβανόμετρο δείχνει μηδενική τιμή, δηλαδή η διαφορά δυναμικού στο γαλβανόμετρο είναι μηδέν. Ο όρος αυτός επιτυγχάνεται όταν τα δυναμικά στον δρομέα και στο νερό έχουν την ίδια τιμή. Ο όρος αυτός είναι καθοριστικής σημασίας, καθώς στη διάταξη το δυναμικό του νερού μετριέται έμμεσα, μέσω μέτρησης του δυναμικού του δρομέα με ένα κοινό βολτόμετρο, το ρεύμα κατανάλωσης του οποίου δεν αντλείται από τον ηλεκτρολύτη. Αντίθετα, σε μια άμεση μέτρηση του δυναμικού με ένα κοινό βολτόμετρο, αναγκαστικά ένα ρεύμα θα διακλαδιζόταν προς τον μετρητή από το σημείο μέτρησης. Λόγω μεγάλης αντίστασης του νερού, το ρεύμα του μετρητή δημιουργεί μεγάλη πτώσης τάσης στο υγρό, η οποία αλλοιώνει σε μεγάλο βαθμό το δυναμικό του νερού στο σημείο μέτρησης.

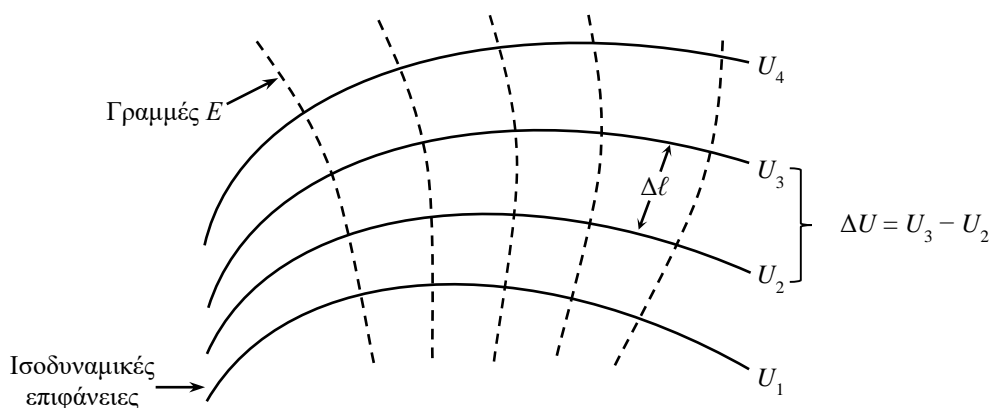
Ουσιαστικά πρόκειται για τη γνωστή μέθοδο της γέφυρας Wheatstone με τέσσερις ωμικές αντιστάσεις, όπου στη μία διαγώνιο εφαρμόζεται η τάση της πηγής, ενώ στην άλλη διαγώνιο συνδέεται ένα ευαίσθητο γαλβανόμετρο (Σχ. 9.2). Οι αντιστάσεις  $R_1$  και  $R_2$  δημιουργούνται από τα δύο μέρη του ποτενσιόμετρου, ενώ οι αντιστάσεις  $R_3$  και  $R_4$  δημιουργούνται από τις δύο στήλες του νερού. Στο σημείο  $a$  ο ανιχνευτής εφάπτεται στο νερό, ενώ ο δρομέας του ποτενσιόμετρου βρίσκεται στο σημείο  $b$ . Η γέφυρα ισορροπεί ( $I_G = 0$ ) όταν τα δυναμικά στα σημεία  $a$  και  $b$  είναι ίσα. Ο όρος αυτός επιτυγχάνεται όταν  $R_1/R_2 = R_3/R_4$ , για οποιαδήποτε τάση της πηγής.



Σχήμα 9.2. Αντιστοίχιση της διάταξης με γέφυρα Wheatstone.

Στο πείραμα η καταγραφή των ισοδυναμικών επιφανειών γίνεται με τον ακόλουθο τρόπο:

1. Ρυθμίζουμε τη θέση του δρομέα στο ποτενσιόμετρο προκειμένου το βολτόμετρο να δείχνει μια ορισμένη τιμή, για παράδειγμα 0,7 V.
2. Με τον ανιχνευτή στην επιφάνεια του υγρού εντοπίζουμε 20 (ή περισσότερα) σημεία όπου το γαλβανόμετρο δείχνει μηδενική τιμή. Προφανώς τα σημεία αυτά βρίσκονται πάνω στην ισοδυναμική επιφάνεια του 0,7 V.
3. Το ποτενσιόμετρο ρυθμίζεται σε νέα τιμή τάσης και η διαδικασία επαναλαμβάνεται.



**Σχήμα 9.3.** Ισοδυναμικές επιφάνειες και δυναμικές γραμμές ηλεκτρικού πεδίου.

4. Όταν έχουν χαραχθεί στο επίπεδο  $x, y$  οι ισοδυναμικές καμπύλες, οι γραμμές της έντασης του πεδίου,  $E$ , χαράσσονται εύκολα, καθώς είναι κάθετες προς τις πρώτες (Σχ. 9.3). Μπορούμε όμως να βρούμε και το μέτρο της έντασης,  $E$ , του ηλεκτρικού πεδίου σε κάθε σημείο του πεδίου. Για τον σκοπό αυτό, επιλέγουμε σταθερά βήματα δυναμικού με το ποτενσιόμετρο. Τότε, επειδή η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου σε ένα σημείο είναι  $E = \Delta U / \Delta \ell$ , όπου  $\Delta U$  είναι το βήμα δυναμικού και  $\Delta \ell$  είναι η «κάθετη» απόσταση στην οποία λαμβάνει χώρα η μεταβολή  $\Delta U$ , όσο λιγότερο απέχουν οι ισοδυναμικές γραμμές, τόσο μεγαλύτερη είναι η ένταση του πεδίου στην περιοχή αυτή. Προσεγγιστικά, στο μέσο του διαστήματος  $\Delta \ell$ , η μέση ένταση του πεδίου,  $E$ , υπολογίζεται από τη σχέση  $E = \Delta U / \Delta \ell$ , όπου  $\Delta U$  είναι το βήμα δυναμικού, ενώ το διάστημα  $\Delta \ell$  υπολογίζεται γραφικά από τις πειραματικές ισοδυναμικές καμπύλες στην περιοχή αυτή.

### 9.3.1. Ηλεκτρική πόλωση του ανιχνευτή

Η μέθοδος της ηλεκτρολυτικής λεκάνης έχει ένα αδύνατο σημείο: την ηλεκτρική πόλωση του μεταλλικού ανιχνευτή έναντι του υγρού.

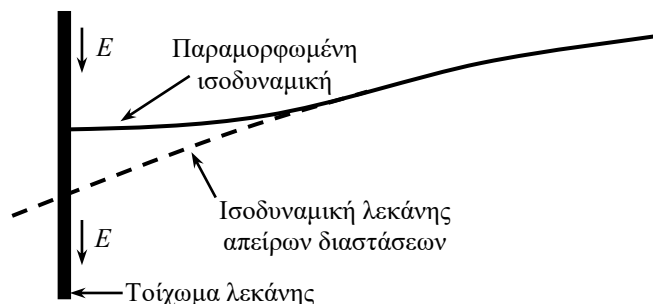
Όταν ένα μέταλλο εισάγεται σε υγρό, λόγω ανακατανομής των ιόντων του ηλεκτρολύτη, μεταξύ μετάλλου και υγρού δημιουργείται μια διαφορά δυναμικού, η οποία εξαρτάται από τη συγκέντρωση των ιόντων και το είδος του μετάλλου. Η τάση αυτή δεν είναι μικρή και είναι της τάξης των 0,2-0,5 V. Επομένως, αν το δυναμικό του υγρού είναι π.χ. 0,6 V, τότε μια τάση πόλωσης του ανιχνευτή κατά 0,3 V θα αλλοιώσει το δυναμικό κατά 50 % και οι μετρήσεις θα είναι επιβαρυνμένες με το μεγάλο αυτό συστηματικό σφάλμα.

Στην αντιμετώπιση του προβλήματος της πόλωσης βοηθά μια παρατήρηση. Ο σχηματισμός της διαφοράς δυναμικού πόλωσης είναι σχετικά *αργή διαδικασία*. Μάλιστα, όσο μικρότερη είναι η συγκέντρωση των ιόντων στο υγρό τόσο πιο αργή είναι η διαδικασία αυτή. Αυτός είναι ο λόγος για τον οποίο στα ηλεκτρόδια της διάταξης εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση και όχι συνεχής. Όταν η τάση είναι εναλλασσόμενη, στο χρονικό διάστημα της μισής περιόδου το δυναμικό πόλωσης δεν προλαβαίνει να σχηματιστεί, καθώς στο άλλο μισό της περιόδου το δυναμικό αυτό αλλάζει πρόσημο. Η συχνότητα 50 Hz (συχνότητα του δικτύου) είναι αρκετά υψηλή και μειώνει το δυναμικό πόλωσης του ανιχνευτή δεκάδες φορές.

### 9.3.2. Παραμόρφωση του ηλεκτρικού πεδίου στα άκρα της λεκάνης

Καθώς η λεκάνη κατασκευάζεται από μονωτικό υλικό και έχει πεπερασμένες διαστάσεις, το ηλεκτρικό πεδίο παραμορφώνεται στην περιοχή κοντά στα τοιχώματά της. Ο λόγος είναι πολύ

απλώς, καθώς η εσωτερική πλευρά του τοιχώματος «αναγκάζει» το ρεύμα στο υγρό να ρέει παράλληλα προς την επιφάνεια του τοιχώματος, ανεξάρτητα από το σχήμα των ηλεκτροδίων που δημιουργούν το ηλεκτρικό πεδίο. Επομένως, στην επιφάνεια των τοιχωμάτων το διάνυσμα  $E$  είναι πάντα παράλληλο προς τα τοιχώματα. Επειδή οι καμπύλες του  $U = \text{σταθ.}$  και  $E$  είναι κάθετες μεταξύ τους, κοντά στα τοιχώματα η καμπύλη  $U = \text{σταθ.}$  παραμορφώνεται, στον βαθμό που η καμπύλη «τείνει να τέμνει» το τοίχωμα κάθετα (Σχ. 9.4).

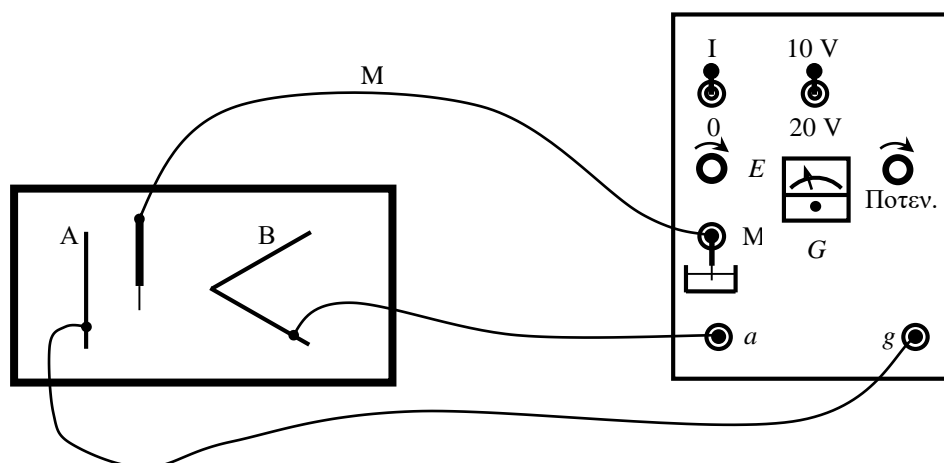


Σχήμα 9.4. Παραμόρφωση ηλεκτρικού πεδίου στα τοιχώματα της λεκάνης.

#### 9.4. Πειραματική διάταξη

Η πειραματική διάταξη, όπως φαίνεται στο Σχ. 9.5, περιλαμβάνει:

- Μία λεκάνη με νερό όπου τοποθετούνται τα δύο ηλεκτρόδια.
- Τα δύο ηλεκτρόδια (A, B) που δημιουργούν το πεδίο.
- Πηγή εναλλασσόμενης τάσης, ποτενσιόμετρο και γαλβανόμετρο, όλα ενσωματωμένα σε μία συσκευή.
- Τον ανιχνευτή (μετρητικό καλώδιο, M).



Σχήμα 9.5. Η πειραματική διάταξη της άσκησης.

Η λεκάνη είναι κατασκευασμένη από μονωτικό υλικό. Στον πυθμένα της υπάρχει ένα φύλλο μιλιμετρέ, έτσι μπορούμε να «διαβάζουμε» τις συντεταγμένες  $x, y$  κάθε σημείου της λεκάνης.

Μία από τις διατάξεις που μελετούμε συστηματικά είναι η διάταξη «γωνία-επίπεδο» που φαίνεται στο Σχ. 9.5.

Η πηγή τάσης δίνει 10 ή 20 V (εναλλακτικά 7,5 ή 15 V) εναλλασσόμενη τάση (συχνότητα 50 Hz). Η τάση που εφαρμόζεται στα δύο ηλεκτρόδια της λεκάνης εφαρμόζεται ταυτόχρονα (εσωτερικά) και στο ενσωματωμένο ποτενσιόμετρο της συσκευής.

Στην πειραματική διάταξη, το βολτόμετρο που βλέπουμε στο Σχ. 9.1 λείπει, αλλά η τάση στον δρομέα του ποτενσιόμετρου διαβάζεται από τον μικρομετρικό δείκτη θέσης, ο οποίος είναι βαθμονομημένος με 500 ελάχιστες υποδιαίρεσεις ( $500 = 10 \times 50$ ). Για παράδειγμα, όταν ο δείκτης του δρομέα είναι στη θέση 6,00, αυτό σημαίνει ότι η τάση στον δρομέα είναι 60 % της εφαρμοζόμενης. Αν π.χ. η εφαρμοζόμενη τάση είναι 10 V, στον δρομέα η τάση είναι  $6,00 \pm 0,02$  V κ.ο.κ. (στην παράσταση  $6,00 \pm 0,02$  V, τα  $\pm 0,02$  V είναι η τιμή της ελάχιστης υποδιαίρεσης του δείκτη του δρομέα).

Έτσι, όταν στον δρομέα η τάση είναι 6,00 V, με τον ανιχνευτή ψάχνουμε σε ποιο σημείο της λεκάνης το ρεύμα στο γαλβανόμετρο είναι μηδέν. Όταν το σημείο αυτό εντοπιστεί, το δυναμικό του είναι 6,00 V. Προφανώς στη λεκάνη τα σημεία αυτά είναι άπειρα, αλλά για πρακτικούς λόγους εντοπίζονται συνήθως 20 ή 30 σημεία της ισοδυναμικής.

## Βιβλιογραφία

1. E. M. Purcell, *Ηλεκτρισμός και Μαγνητισμός (Μαθήματα Φυσικής Berkeley, Τόμος 2)*, (Αθήνα, 1995), Κεφ. 3, 4.
2. W. H. Westphal, *Physikalisches Praktikum* (Braunschweig, 1966).
3. J. R. Reitz and F. J. Milford, *Foundations of Electromagnetic Theory* (Reading, Mass., 1960), Κεφ. 7.
4. J. R. Reitz, F. J. Milford and R. W. Christy. *Foundations of Electromagnetic Theory*, (Reading Mass., <sup>3</sup>1980), Κεφ. 7.
5. ΕΜΠ, Τομέας Φυσικής, ΣΕΜΦΕ, *Εργαστηριακές Ασκήσεις Φυσικής*, Τόμος Ι (Αθήνα, <sup>2</sup>2010), σ. 133-142.

## 9.5. Εκτέλεση

1. Αναγνωρίστε τη διάταξη του Σχ. 9.5.
2. Σε ένα χαρτί μιλιμετρέ Α3 σχεδιάστε τα ηλεκτρόδια-αγωγούς σε κλίμακα 1:1.
3. Θέστε σε λειτουργία το τροφοδοτικό και, μέσω του μεταγωγού, επιλέξτε την εναλλασσόμενη τάση 10 V.
4. Με το ποτενσιόμετρο καθορίστε το δυναμικό της ισοδυναμικής στο 1,00 V.
5. Στον χώρο ανάμεσα στα δύο ηλεκτρόδια εντοπίστε 15 σημεία όπου η ένδειξη του γαλβανόμετρου δείχνει την ελάχιστη τιμή. Στον άξονα  $x$  η απόσταση είναι μόνιμα 2 cm, ενώ αυτό που προσπαθούμε να εντοπίσουμε είναι η θέση του  $y$ . Από τα 15 σημεία το ένα πρέπει να βρίσκεται στον άξονα συμμετρίας του πεδίου.
6. Με το ποτενσιόμετρο καθορίστε το δυναμικό της ισοδυναμικής στα 2,00 V και επαναλάβετε το βήμα 5.
7. Εντοπίστε 15 σημεία για τις ισοδυναμικές καμπύλες: 3,00, 4,00, 5,00, 6,00, 7,00, 8,00 και 9,00 V.



**8.** Πάνω στον άξονα συμμετρίας του πεδίου ( $x = 0$ ), εντοπίστε τα σημεία όπου το δυναμικό είναι 0,5, 1,0, 1,5, 2,0, ..., 9,5 V (19 σημεία με βήμα 0,5 V).

**9.** Εκτιμήστε το σφάλμα εντοπισμού, ακολουθώντας την εξής διαδικασία: Στον άξονα συμμετρίας εντοπίστε ακόμη μία φορά το σημείο όπου το δυναμικό είναι 5,00 V. Μετακινήστε τον ανιχνευτή κατά  $\Delta y$ , προκαλώντας μετακίνηση της βελόνας του γαλβανομέτρου κατά 1 ελάχιστη υποδιαίρεση. Τότε το  $\Delta y$  μπορούμε να το ορίσουμε ως «σφάλμα εντοπισμού» στη διεύθυνση  $y$ .

Καθώς στη διεύθυνση  $x$  το βήμα είναι σταθερό (20 mm) και η θέση του ανιχνευτή επιλέγεται από εμάς, συνήθως η ακρίβεια αυτής της επιλογής γίνεται με σφάλμα που δεν υπερβαίνει το 1 mm. Επομένως  $\Delta x = 1$  mm.

### **9.6. Επεξεργασία των μετρήσεων**

**1.** Για τη διάταξη των ηλεκτροδίων που μελετήσατε σχεδιάστε σε χαρτί μιλιμετρέ τα ηλεκτρόδια, τις ισοδυναμικές γραμμές, καθώς και τις δυναμικές γραμμές του πεδίου, οι οποίες είναι κάθετες στις ισοδυναμικές.

**2.** Χρησιμοποιώντας τα πειραματικά αποτελέσματα του βήματος 8, υπολογίστε την ένταση του πεδίου,  $E$ , σε όλα τα σημεία (19 συνολικά) κατά μήκος του άξονα συμμετρίας.

**3.** Από το σφάλμα που εκτιμήσατε στο βήμα 11, υπολογίστε το σφάλμα του  $E$ ,  $\delta E$ , για ένα τυχόν σημείο από τα παραπάνω 19.

**4.** Σχεδιάστε σε χαρτί μιλιμετρέ τη γραφική παράσταση του  $E$  συναρτήσει της απόστασης,  $r$ , από το επίπεδο ηλεκτρόδιο.

**5.** Τι συμμετρίες προβλέπει η θεωρία για το πεδίο που μελετήσατε; Επιβεβαιώνεται από τις μετρήσεις σας;