

# Άσκηση 10

## Μελέτη της χωρητικότητας πυκνωτή και μέτρηση της διηλεκτρικής σταθεράς υλικών

### 10.1. Σκοπός

Σκοπός της άσκησης είναι ο προσδιορισμός της χωρητικότητας ενός πυκνωτή και η μελέτη της εξάρτησής της από τα γεωμετρικά στοιχεία του πυκνωτή και από το υλικό που παρεμβάλλεται μεταξύ των οπλισμών του.

### 10.2. Γενικά

#### 10.2.1. Η χωρητικότητα

Πυκνωτής είναι ένα σύστημα δύο αγωγών ικανό να συσσωρεύει ηλεκτρικό φορτίο και ηλεκτρική ενέργεια. Αν μεταξύ δύο αρχικά αφόρτιστων αγωγών εφαρμόσουμε μια διαφορά δυναμικού, ή τάση  $U$ , τότε στις επιφάνειές τους θα αναπτυχθεί θετικό και αρνητικό φορτίο  $+Q$  και  $-Q$ , αντίστοιχα. Το φορτίο αυτό είναι ανάλογο προς την τάση που εφαρμόζεται

$$Q = CU \quad (10.1)$$

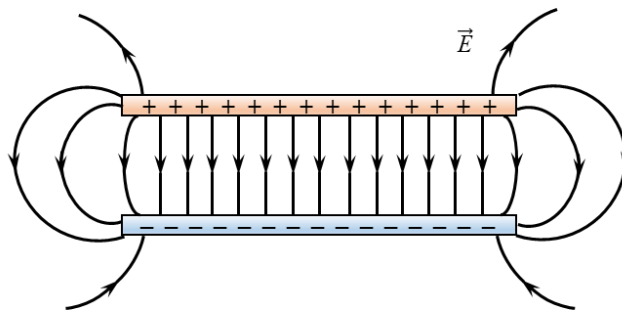
και ο συντελεστής αναλογίας  $C$  μεταξύ  $Q$  και  $U$  ονομάζεται **χωρητικότητα** του πυκνωτή.

Η χωρητικότητα είναι χαρακτηριστικό μέγεθος του πυκνωτή που εκφράζει την ικανότητά του να αποθηκεύει φορτία. Η τιμή της εξαρτάται από τα γεωμετρικά στοιχεία και από το υλικό που βρίσκεται μεταξύ των αγωγών. Στο σύστημα μονάδων SI, όπου μονάδα φορτίου είναι το coulomb (C) και τάσης το volt (V), η μονάδα χωρητικότητας είναι το farad (F).

Στην περίπτωση που ο πυκνωτής είναι επίπεδος, δηλαδή οι αγωγοί (οπλισμοί) είναι δύο λεπτές και παράλληλα τοποθετημένες μεταλλικές πλάκες, η χωρητικότητά του, στο κενό, δίνεται από τη σχέση

$$C = \epsilon_0 \frac{S}{d} \quad (10.2)$$

όπου  $S$  είναι το εμβαδόν των μεταλλικών πλακών,  $d$  η απόσταση μεταξύ των δύο οπλισμών και  $\epsilon_0$  η διηλεκτρική σταθερά του κενού, η οποία έχει τιμή  $8,85 \times 10^{-12}$  F/m ή 8,85 pF/m.



**Σχήμα 10.1.** Οι δυναμικές γραμμές του ηλεκτρικού πεδίου ενός πυκνωτή παράλληλων οπλισμών.

Η Εξ. (10.2) ισχύει χωρίς προβλήματα όταν η απόσταση μεταξύ των οπλισμών είναι πολύ μικρότερη από τις διαστάσεις τους. Όμως, όταν οι οπλισμοί του πυκνωτή δεν είναι πολύ κοντά, το ηλεκτρικό πεδίο στα άκρα του διαφοροποιείται αισθητά από το ομογενές πεδίο που υπάρχει

στο εσωτερικό του (Σχ. 10.1). Στην περίπτωση που ο πυκνωτής έχει οπλισμούς παράλληλες κυκλικές πλάκες ακτίνας  $R$ , στην Εξ. (10.2) προστίθεται ένας διορθωτικός παράγοντας  $f$

$$C = \varepsilon_0 \frac{S}{d} f \quad (10.3)$$

ο οποίος εξαρτάται από τον λόγο  $d/R$ . Στον Πίνακα I δίνονται μερικές τιμές του παράγοντα  $f$  για διάφορους λόγους  $d/R$ .

**Πίνακας I**

$d/R$	$f$
0,2	1,286
0,1	1,167
0,05	1,094
0,02	1,042
0,01	1,023

Όταν μεταξύ των οπλισμών ενός πυκνωτή παρεμβάλλεται μονωτικό ή μη αγώγιμο υλικό (διηλεκτρικό), τότε αυξάνεται η χωρητικότητα του πυκνωτή. Έτσι, αν  $C_0$  είναι η χωρητικότητα του πυκνωτή στο κενό και  $C$  η χωρητικότητα με μονωτικό υλικό μεταξύ των οπλισμών, ο λόγος

$$\varepsilon_r = \frac{C}{C_0} \quad (10.4)$$

ονομάζεται **σχετική διηλεκτρική σταθερά** του υλικού και χαρακτηρίζει τη συμπεριφορά του μέσα στο ηλεκτρικό πεδίο. Η  $\varepsilon_r$  είναι αδιάστατο μέγεθος και ισούται με 1 στο κενό, είναι ελάχιστα μεγαλύτερη από 1 στον αέρα, αλλά στο νερό είναι περίπου 80.

Έτσι, αν μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή παρεμβάλλεται υλικό με σχετική διηλεκτρική σταθερά  $\varepsilon_r$ , η χωρητικότητά του αυξάνει  $\varepsilon_r$  φορές

$$C = \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{S}{d} = \varepsilon \frac{S}{d} \quad (10.5)$$

όπου το μέγεθος  $\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$  ονομάζεται **διηλεκτρική σταθερά** του υλικού και έχει τις διαστάσεις του  $\varepsilon_0$  (F/m).

### 10.2.2. Η πόλωση των μη αγώγιμων υλικών

Τα μη αγώγιμα υλικά, όταν βρεθούν μέσα σε ηλεκτρικό πεδίο, πολώνονται. Μέτρο της πόλωσης,  $\mathbf{P}$ , ενός υλικού είναι η ηλεκτρική διπολική ροπή που αναπτύσσεται ανά μονάδα όγκου του υλικού. Στα περισσότερα διηλεκτρικά υλικά η σχέση μεταξύ της πόλωσης και του ηλεκτρικού πεδίου που επικρατεί στο υλικό είναι γραμμική, δηλαδή ισχύει

$$\mathbf{P} = \chi_e \mathbf{E} \quad (10.6)$$

όπου  $\chi_e$  είναι η **ηλεκτρική επιδεκτικότητα** του υλικού που εκφράζει την ανά μονάδα όγκου πολωσιμότητά του (ή τη διπολική ροπή που αναπτύσσεται στη μονάδα του όγκου από τη μονάδα ηλεκτρικού πεδίου).

Το πηλίκο  $\chi_e / \varepsilon_0 = \chi_r$  ονομάζεται **σχετική ηλεκτρική επιδεκτικότητα** και μπορεί να δειχθεί ότι ισχύει

$$\varepsilon_r - 1 = \chi_r \quad (10.7)$$

### 10.3. Μέθοδος

Στην άσκηση θα διεξαχθούν τα ακόλουθα πειράματα ώστε να μελετηθούν πειραματικά οι Εξ. (10.1), (10.2) και (10.4):

- Μελέτη της μεταβολής του ηλεκτρικού φορτίου ενός πυκνωτή ως συνάρτηση της τάσης που εφαρμόζεται στους οπλισμούς του.
- Μελέτη της εξάρτησης της χωρητικότητας ενός πυκνωτή από την απόσταση μεταξύ των οπλισμών του.
- Προσδιορισμός της σχετικής διηλεκτρικής σταθεράς υλικού.

Κάθε μέτρηση περιλαμβάνει δύο φάσεις:

α) Τη φόρτιση του πυκνωτή από μια πηγή συνεχούς τάσης (τροφοδοτικό), μέσω μιας ωμικής αντίστασης προστασίας 100 ΜΩ.

β) Τη μέτρηση του φορτίου του πυκνωτή με έναν ειδικό «μετρητή» φορτίου.

### 10.4. Πειραματική διάταξη

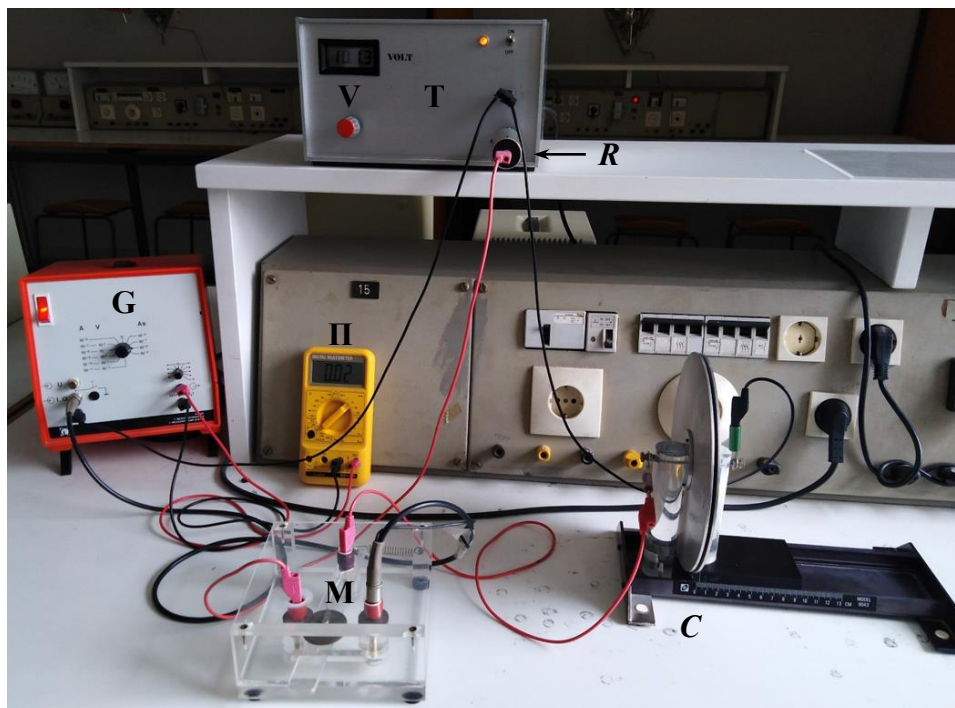
Η πειραματική διάταξη που θα χρησιμοποιηθεί και η συνδεσμολογία των οργάνων φαίνεται στο Σχ.10.2 και αποτελείται από:

- Πυκνωτή παράλληλων οπλισμών ( $C$ ), με δύο κυκλικές πλάκες διαμέτρου 20 cm, με μεταβλητή απόσταση μεταξύ τους, η οποία μπορεί να μετρηθεί με χάρακα που είναι προσαρτημένος σε αυτές.
- Τροφοδοτικό συνεχούς τάσης 0-200 V (T).
- Βολτόμετρο (V), ενσωματωμένο στο τροφοδοτικό συνεχούς τάσης.
- Προστατευτική αντίσταση 100 ΜΩ ( $R$ ).
- Όργανο μέτρησης φορτίου (G) και πολύμετρο (Π).
- Μεταγωγό (M).

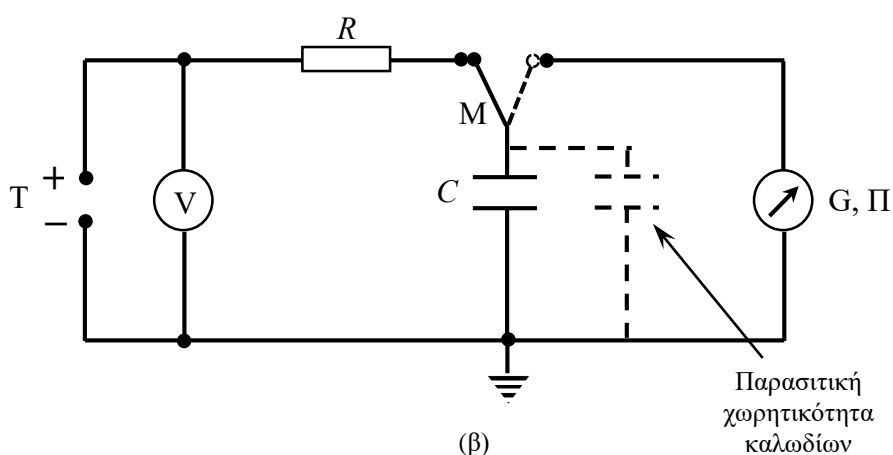
Όταν ο μεταγωγός βρίσκεται στη θέση 1 (θέση φόρτισης), ο πυκνωτής φορτίζεται από το τροφοδοτικό συνεχούς τάσης. Γυρνώντας στιγμιαία τον μεταγωγό στη θέση 2 (θέση εκφόρτισης), ο πυκνωτής συνδέεται με τον μετρητή φορτίου και στην οθόνη του πολυμέτρου εμφανίζεται η σχετική ένδειξη. Ο μεταγωγός, μέσω ενός ελατηρίου, μετακινείται αυτομάτως στη θέση 1.

Χρειάζεται προσοχή, καθώς στο φορτίο που μετριέται με αυτό τον τρόπο περιλαμβάνεται και το παρασιτικό φορτίο των καλωδίων της συνδεσμολογίας, το οποίο δεν είναι αμελητέο, όπως θα διαπιστωθεί, και θα πρέπει τελικά να αφαιρεθεί. Έτσι, μετά από κάθε μέτρηση του φορτίου  $Q$ , ο πυκνωτής πρέπει να αποσυνδέεται από το κύκλωμα και, με τον ίδιο τρόπο, να μετριέται το παρασιτικό φορτίο  $Q'$ . Τότε, το φορτίο του πυκνωτή θα είναι

$$Q_\pi = Q - Q' \quad (10.8)$$



(α)



(β)

Σχήμα 10.2. (α) Φωτογραφία και (β) σχηματική παράσταση της πειραματικής διάταξης της άσκησης.

## Βιβλιογραφία

1. E. M. Purcell, *Ηλεκτρισμός και Μαγνητισμός (Μαθήματα Φυσικής Berkeley, Τόμος 2)*, (Αθήνα, 1995), 3.5, 9.1, 9.9.
2. H. D. Young, R. A. Freedman, *Πανεπιστημιακή Φυσική με Σύγχρονη Φυσική, Τόμος Β': Ηλεκτρομαγνητισμός – Οπτική – Σύγχρονη Φυσική* (Αθήνα, 2022), 24.1, 24.4.
3. R. A. Serway, J. W. Jewett, *Φυσική για επιστήμονες και μηχανικούς: Ηλεκτρισμός και μαγνητισμός – Φως και οπτική – Σύγχρονη φυσική* (Αθήνα, 2013), Η4.1, Η4.2, Η4.5-4.7.
4. D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, *Φυσική: Βασικές αρχές, Τόμος Β': Ηλεκτρομαγνητισμός – Οπτική – Σύγχρονη Φυσική* (Αθήνα, 2021), 25.1, 25.2, 25.5.
5. ΕΜΠ, Τομέας Φυσικής, ΣΕΜΦΕ, *Εργαστηριακές Ασκήσεις Φυσικής, Τόμος Ι* (Αθήνα, 2010), σ. 143-151.

## 10.5. Εκτέλεση

### 10.5.1. Μέτρηση της χωρητικότητας του πυκνωτή

1. Αναγνωρίστε τα όργανα και τη λειτουργία τους.
2. Ρυθμίστε την απόσταση μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή στα 2 mm.
3. Ρυθμίστε την τάση στην πηγή περίπου στα 25 V.
4. Με τη βοήθεια του μεταγωγού, μετρήστε το φορτίο  $Q$ .
5. Αποσυνδέστε τον πυκνωτή από το κύκλωμα και επαναλάβετε τη μέτρηση του φορτίου. Το φορτίο  $Q'$ , που θα μετρήσετε τώρα, αντιστοιχεί στο παρασιτικό φορτίο των καλωδίων συνδεσμολογίας. Συμπληρώστε τις τιμές  $U$ ,  $Q$  και  $Q'$  στον Πίνακα II.
6. Επαναλάβετε τα βήματα 3, 4 και 5 για άλλες έξι τιμές της τάσης, στην περιοχή 50-200 V, και καταχωρήστε τις μετρήσεις σας στις τρεις πρώτες στήλες του Πίνακα II.

Πίνακας II

$U$ (V)	$Q$ (C)	$Q'$ (C)	$Q_{\pi}$ (C)	$C$ (pF)

### 10.5.2. Εξάρτηση της χωρητικότητας του πυκνωτή από την απόσταση μεταξύ των οπλισμών

1. Ρυθμίστε την τάση στην πηγή σε κάποια τιμή μεταξύ 100-200 V. Η τιμή αυτή τώρα θα παραμείνει σταθερή.
2. Για απόσταση μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή από 1,0 έως 4,5 mm, με βήμα 0,5 mm, μετρήστε τα φορτία  $Q$  και  $Q'$ , όπως προηγουμένως, και καταχωρήστε τις μετρήσεις σας στον Πίνακα III. Εκτιμήστε το σφάλμα των αποστάσεων,  $\delta d$ .

Πίνακας III

$d$ (mm)	$Q$ (C)	$Q'$ (C)

### 10.5.3. Μέτρηση της σχετικής διηλεκτρικής σταθεράς υλικών

1. Ρυθμίστε την τάση περίπου στα 50 V και εισάγετε το διηλεκτρικό μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή. Μετρήστε τα φορτία  $Q_{\delta\eta\lambda}$  και  $Q'_{\delta\eta\lambda}$ , όπως προηγουμένως, και καταγράψτε τις μετρήσεις σας στον Πίνακα IV.
2. Εξάγετε το διηλεκτρικό από τον πυκνωτή, χωρίς να μεταβληθεί η απόσταση μεταξύ των οπλισμών, και μετρήστε τα φορτία  $Q_{\alpha\epsilon\rho}$  και  $Q'_{\alpha\epsilon\rho}$ , συμπληρώνοντας τις αντίστοιχες στήλες του Πίνακα IV
3. Επαναλάβετε τα βήματα 1 και 2 για άλλες τέσσερις τιμές της τάσης, στην περιοχή 50-200 V, και καταχωρήστε τις μετρήσεις σας στον Πίνακα IV.

**Πίνακας IV**

$U$ (V)	$Q_{\text{δηλ}}$ (C)	$Q'_{\text{δηλ}}$ (C)	$Q_{\text{αερ}}$ (C)	$Q'_{\text{αερ}}$ (C)

**10.6. Επεξεργασία των μετρήσεων**

**10.6.1. Προσδιορισμός της χωρητικότητας του πυκνωτή**

- Υπολογίστε το φορτίο  $Q_{\pi}$  και τη χωρητικότητα  $C$  του πυκνωτή [Εξ. (10.8) και (10.1), αντίστοιχα], για καθεμία μέτρηση, και συμπληρώστε τις υπόλοιπες στήλες του Πίνακα II.
- Υπολογίστε τη μέση τιμή της χωρητικότητας, καθώς και την τυπική της απόκλιση.
- Από τα ζεύγη των τιμών  $Q_{\pi}$  και  $U$  του Πίνακα II, σχεδιάστε τη γραφική παράσταση του  $Q_{\pi}$  συναρτήσει της  $U$ .
- Υπολογίστε την κλίση της ευθείας, καθώς και το σφάλμα της. Σύμφωνα με την Εξ. (10.1), αυτή η τιμή ισούται με τη χωρητικότητα του πυκνωτή  $C \pm \delta C$ .
- Υπολογίστε τη θεωρητική τιμή της χωρητικότητας, όπως αυτή προκύπτει από την Εξ. (10.3).
- Συγκρίνετε τα τρία αποτελέσματα που βρήκατε για τη χωρητικότητα και σχολιάστε.

**10.6.2. Εξάρτηση της χωρητικότητας του πυκνωτή από την απόσταση μεταξύ των οπλισμών**

- Για καθεμία από τις αποστάσεις που χρησιμοποιήθηκαν, υπολογίστε το φορτίο  $Q_{\pi}$  του πυκνωτή [Εξ. (10.8)] και καταγράψτε τα αποτελέσματα στον Πίνακα V.
- Υπολογίστε, επίσης, τις τιμές της χωρητικότητας  $C$  [Εξ. (10.1)], τα  $1/d$ , καθώς και τα σφάλματά τους, και συμπληρώστε τον Πίνακα V.

**Πίνακας V**

$Q_{\pi}$ (C)	$C$ (pF)	$1/d$ (mm <sup>-1</sup> )	$\delta(1/d)$ (mm <sup>-1</sup> )

- Σχεδιάστε τη γραφική παράσταση της  $C$  συναρτήσει του  $1/d$  και ελέγξτε τη γραμμικότητα της σχέσης.
- Στην ίδια γραφική παράσταση, σχεδιάστε τη θεωρητική ευθεία που προκύπτει από την Εξ. (10.2) και σχολιάστε τις ενδεχόμενες διαφορές.

**10.6.3. Προσδιορισμός της σχετικής διηλεκτρικής σταθεράς υλικών**

- Από τις τιμές του Πίνακα IV, υπολογίστε (Εξ. 10.8) το φορτίο του πυκνωτή με διηλεκτρικό ( $Q_{\pi, \text{δηλ}}$ ) και με αέρα ( $Q_{\pi, \text{αερ}}$ ) μεταξύ των οπλισμών, και καταγράψτε τα αποτελέσματα στον Πίνακα VI.

2. Από την Εξ. 10.1 υπολογίστε τις αντίστοιχες τιμές της χωρητικότητας του πυκνωτή,  $C_{\text{δηλ}}$  και  $C_{\text{αερ}}$ , και καταγράψτε τα αποτελέσματα στον Πίνακα VI.

**Πίνακας VI**

$U$ (V)	$Q_{\pi, \text{δηλ}}$ (C)	$Q_{\pi, \text{αερ}}$ (C)	$C_{\text{δηλ}}$ (pF)	$C_{\text{αερ}}$ (pF)	$\epsilon_r$

3. Υπολογίστε από την Εξ. (10.4) τις τιμές της σχετικής διηλεκτρικής σταθεράς  $\epsilon_r$  και συμπληρώστε τον Πίνακα IV.
4. Υπολογίστε τη μέση τιμή της  $\epsilon_r$  και την τυπική απόκλιση αυτής.
5. Ποιες αιτίες μπορεί να έχουν αλλοιώσει την τιμή που υπολογίσατε;