

# Άσκηση 14

## Μέτρηση του λόγου $e/m$ του ηλεκτρονίου

### 14.1. Σκοπός

Στην άσκηση αυτή μελετάται η κίνηση δέσμης ηλεκτρονίων μέσα σε μαγνητικό και ηλεκτρικό πεδίο και προσδιορίζεται ο λόγος  $e/m$  (φορτίο προς μάζα) του ηλεκτρονίου.

### 14.2. Γενικά

#### 14.2.1. Εισαγωγή

Ο J. J. Thomson (1856-1940), ερευνώντας τη φύση των καθοδικών ακτίνων, υποστήριξε ότι επρόκειτο για αρνητικά φορτισμένα υποατομικά «σωματίδια». Μάλιστα, το 1897 κατόρθωσε να μετρήσει τον λόγο της μάζας προς το φορτίο τους, μελετώντας την κίνηση των καθοδικών ακτίνων μέσα σε ηλεκτρικό και μαγνητικό πεδίο. Η παρούσα άσκηση συνιστά μια απλοποιημένη εκδοχή αυτού του πειράματος, το οποίο υπήρξε βασικό για την πιστοποίηση της ύπαρξης του ηλεκτρονίου ως στοιχειώδους σωματιδίου.

#### 14.2.2. Κίνηση ηλεκτρονίων σε μαγνητικό πεδίο

Η κίνηση ενός φορτισμένου σωματιδίου με μάζα  $m$  και φορτίο  $q$  σε ηλεκτρικό πεδίο έντασης  $\mathbf{E}$  και μαγνητικό πεδίο έντασης  $\mathbf{B}$ , καθορίζεται από τη δύναμη Lorentz:

$$\mathbf{F}_L = q \mathbf{E} + q (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (14.1)$$

όπου  $\mathbf{v}$  είναι η ταχύτητα του σωματιδίου.

Ένας απλός τρόπος μέτρησης του λόγου  $e/m$  βασίζεται στη μελέτη της κίνησης μιας δέσμης ηλεκτρονίων που εισέρχεται με ταχύτητα  $v$  κάθετα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης  $B$ . Σε αυτή την περίπτωση, η δύναμη Lorentz είναι:

$$F_L = e v B \quad (14.2)$$

Τα ηλεκτρόνια θα διαγράψουν μια κυκλική τροχιά ακτίνας  $r$ , τέτοια ώστε η δύναμη Lorentz να είναι ίση με την κεντρομόλο δύναμη

$$F_C = \frac{m v^2}{r} \quad (14.3)$$

Θέτοντας  $F_L = F_C$ , από τις Εξ. (14.2) και (14.3), καταλήγουμε ότι:

$$\frac{e}{m} = \frac{v}{r B} \quad (14.4)$$

Διαπιστώνουμε, λοιπόν, ότι ο λόγος  $e/m$  είναι συνάρτηση τριών μεγεθών που μπορούν να προσδιοριστούν πειραματικά.

Επειδή όμως ο πειραματικός προσδιορισμός τη ταχύτητας είναι δύσκολος, στην πράξη προσδιορίζεται έμμεσα, δηλαδή από τη διαφορά δυναμικού  $U_a$  που επιτάχυνε τα ηλεκτρόνια έως την ταχύτητα  $v$ , βάσει της σχέσης

$$e U_a = \frac{1}{2} m v^2 \quad (14.5)$$

Απαλείφοντας την ταχύτητα από τις Εξ. (14.4) και (14.5), προκύπτει ότι

$$\frac{e}{m} = \frac{2U_a}{r^2 B^2} \quad (14.6)$$

Το μαγνητικό πεδίο δημιουργείται από ένα ζευγάρι πηνίων Helmholtz, δηλαδή δύο όμοιων πηνίων που απέχουν απόσταση ίση με την ακτίνα του καθενός (Σχ. 14.3), τα οποία όταν διαρρέονται από ρεύμα  $I$ , δημιουργούν ομογενές μαγνητικό πεδίο στον χώρο γύρω από το κέντρο συμμετρίας τους. Αποδεικνύεται ότι το μαγνητικό πεδίο σε απόσταση  $x$  από το κέντρο συμμετρίας ενός από τα πηνία και κατά μήκος του άξονα συμμετρίας των πηνίων δίνεται από τη σχέση

$$B = \frac{\mu_0 N R^2 I}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \quad (14.7)$$

όπου  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  H/m είναι η μαγνητική διαπερατότητα του κενού,  $N$  ο αριθμός των σπειρών κάθε πηνίου και  $R$  η ακτίνα τους. Έτσι, στο κέντρο του συστήματος, όπου  $x = R/2$ , έχουμε

$$B = \frac{8}{\sqrt{125}} \frac{\mu_0 N I}{R} \quad (14.8)$$

Από τις Εξ. (14.6) και (14.8) προκύπτει η σχέση

$$\frac{e}{m} = \frac{250 R^2 U_a}{64 \mu_0^2 N^2 r^2 I^2} \quad (14.9)$$

από την οποία μπορεί να υπολογιστεί ο λόγος  $e/m$  αν μετρηθεί η τάση επιτάχυνσης των ηλεκτρονίων  $U_a$ , το ρεύμα  $I$  που διαρρέει τα πηνία Helmholtz και η ακτίνα  $r$  της κυκλικής τροχιάς που διαγράφουν τα ηλεκτρόνια, εφόσον αυτή γίνει ορατή με κάποιον τρόπο.

### 14.3. Μέθοδος

Ο λόγος  $e/m$  θα προσδιοριστεί με τη βοήθεια δύο ξεχωριστών μεθόδων.

Στην πρώτη από αυτές, θα υπολογιστεί απευθείας από την Εξ. (14.9), αφού ληφθεί μια σειρά μετρήσεων των μεγεθών  $U_a$ ,  $I$  και  $r$ .

Αναφορικά με τη δεύτερη μέθοδο, η Εξ. (14.9) μπορεί να γραφεί ως

$$I = \sqrt{\frac{m}{e} \cdot \frac{250 R^2}{64 \mu_0^2 N^2 r^2}} \cdot \sqrt{U_a} \quad (14.10)$$

που είναι της μορφής  $y = b x$ , όπου  $x = \sqrt{U_a}$ ,  $y = I$  και

$$b = \sqrt{\frac{m}{e} \cdot \frac{250 R^2}{64 \mu_0^2 N^2 r^2}} \quad (14.11)$$

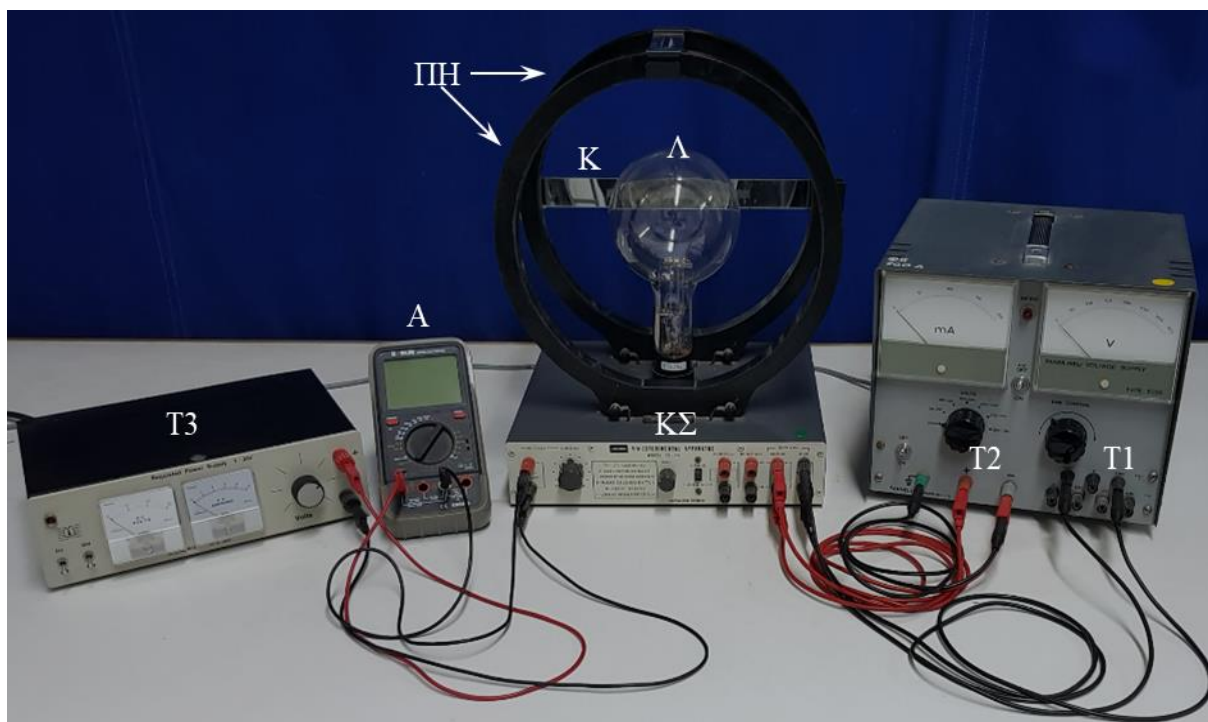
Αν ληφθεί μια σειρά μετρήσεων των μεγεθών  $U_a$  και  $I$ , για μια σταθερή τιμή της ακτίνας  $r$ , και σχεδιαστεί η γραφική παράσταση της μεταβλητής  $y$  συναρτήσει της  $x$ , αναμένεται να προκύψει

μια ευθεία με κλίση ίση με  $b$  που θα διέρχεται από την αρχή των αξόνων. Μετρώντας πειραματικά την τιμή της  $b$ , υπολογίζεται ο λόγος  $e/m$  από την Εξ. (14.11).

#### 14.4. Πειραματική διάταξη

Η πειραματική διάταξη της άσκησης φαίνεται στο Σχ. 14.1 και περιλαμβάνει:

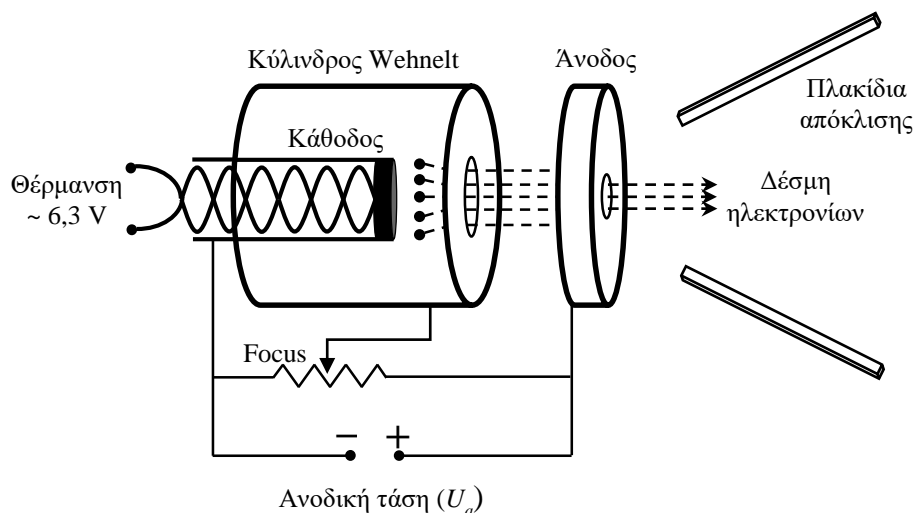
- Μία καθοδική λυχνία κενού ( $\Lambda$ ).
- Ένα ζευγάρι πηνίων Helmholtz ( $\Pi\text{H}$ ).
- Μία βάση για τη στήριξη της λυχνίας και τον πηνίων Helmholtz ( $\text{K}\Sigma$ ), η οποία ταυτόχρονα αξιοποιείται και ως κιβώτιο συνδεσμολογίας για την τροφοδοσία της λυχνίας και των πηνίων μέσω μιας σειράς ακροδεκτών που περιλαμβάνει (βλ. και Σχ. 14.5).
- Ένα τροφοδοτικό εναλλασσόμενης τάσης 6,3 V για τη θέρμανση της καθόδου της λυχνίας ( $\text{T1}$ ).
- Το ίδιο τροφοδοτικό παρέχει και υψηλή συνεχή τάση (0-350 V) για την επιτάχυνση των ηλεκτρονίων ( $\text{T2}$ ). Η ρύθμιση αυτής της τάσης γίνεται με βήματα 50 V, ενώ οι ενδιάμεσες τιμές ρυθμίζονται με το κουμπί «FINE CONTROL». Στο τροφοδοτικό αυτό υπάρχει επίσης ενσωματωμένο ένα αναλογικό βολτόμετρο για τη μέτρηση της παραγόμενης υψηλής τάσης.
- Ένα τροφοδοτικό των 15 V για την τροφοδοσία των πηνίων Helmholtz ( $\text{T3}$ ).
- Ένα ψηφιακό αμπερόμετρο για την ακριβέστερη μέτρηση του ρεύματος που διαρρέει τα πηνία ( $\text{A}$ ).
- Έναν βαθμολογημένο καθρέφτη, τοποθετημένο πίσω από τη λυχνία, για τη μέτρηση της ακτίνας της κυκλικής τροχιάς των ηλεκτρονίων ( $\text{K}$ ).



Σχήμα 14.1. Η πειραματική διάταξη της άσκησης

### 14.4.1 Καθοδική λυχνία κενού

Η καθοδική λυχνία κενού περιλαμβάνει ένα ηλεκτρονιοβόλο (electron gun), αποτελούμενο από τρία βασικά ηλεκτρόδια (Σχ. 14.2):



Σχήμα 14.2. Σχηματική παράσταση του ηλεκτρονιοβόλου (electron gun) της λυχνίας.

- Την κάθοδο έμμεσης θέρμανσης, δηλαδή την πηγή των ηλεκτρονίων, η οποία αποτελείται από έναν κύλινδρο από νικέλιο που θερμαίνεται εσωτερικά με εναλλασσόμενη τάση 6,3 V. Στη βάση του κυλίνδρου υπάρχει ένα λεπτό στρώμα οξειδίου του βαρίου (BaO), το οποίο σε θερμοκρασίες 700-1000 K εκπέμπει μεγάλο αριθμό ηλεκτρονίων στο κενό (φαινόμενο θερμονικής εκπομπής).
- Την άνοδο, όπου συλλέγονται τα ηλεκτρόνια, καθώς όταν εφαρμοστεί σε αυτήν θετικό δυναμικό  $U_a$ , πάντα ως προς την κάθοδο, τα ηλεκτρόνια που εκπέμπει η κάθοδος επιταχύνονται και συγκρούονται με την άνοδο με ενέργειες  $eU_a$ . Στο κέντρο της ανόδου υπάρχει μία μικρή οπή, απ' όπου διέρχονται ηλεκτρόνια καθορισμένης ενέργειας, σχηματίζοντας έτσι μία λεπτή δέσμη.
- Τον κύλινδρο Wehnelt, που περιβάλλει την κάθοδο, ο οποίος χρησιμοποιείται για τον παραλληλισμό της δέσμης των ηλεκτρονίων, δεδομένου ότι η οπή της ανόδου έχει ιδιότητες αποκλίνοντα φακού, όπως εξηγείται αναλυτικότερα στο Παράρτημα (Π14), στο τέλος της άσκησης. Για την τροφοδοσία του χρησιμοποιείται μέρος της ανοδικής τάσης  $U_a$ , που μπορεί να μεταβληθεί με τη βοήθεια του διακόπτη «FOCUS» στο κιβώτιο συνδεσμολογίας (Σχ. 14.5), επιτυγχάνοντας έτσι την εστίαση της δέσμης. Να σημειωθεί ότι το δυναμικό του κυλίνδρου Wehnelt δεν επηρεάζει την τελική ενέργεια των ηλεκτρονίων.

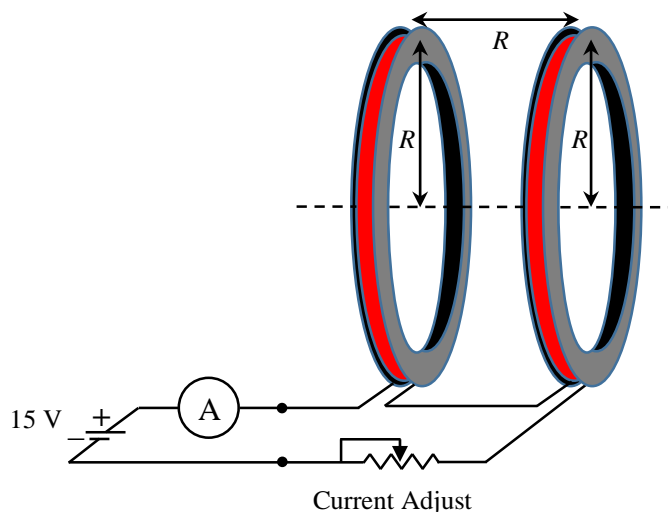
Στη λυχνία της άσκησης, μετά την άνοδο υπάρχουν δύο μεταλλικά πλακίδια. Σε αυτά μπορεί να εφαρμοστεί η ανοδική τάση  $U_a$ , δημιουργώντας έτσι στον χώρο μεταξύ τους ηλεκτρικό πεδίο, ώστε να μελετηθεί ποιοτικά η απόκλιση που υφίσταται μια δέσμη ηλεκτρονίων μέσα σε ηλεκτρικό πεδίο, αλλά και να διαπιστωθεί το αρνητικό πρόσημο του φορτίου των ηλεκτρονίων.

Επιπλέον, υπάρχει η δυνατότητα περιστροφής της λυχνίας γύρω από τη βάση της, ώστε να διαπιστωθεί η τροχιά των ηλεκτρονίων όταν η ταχύτητά τους σχηματίζει με το μαγνητικό πεδίο διάφορες γωνίες.

Τέλος, για να γίνουν ορατές οι τροχιές των ηλεκτρονίων, στο εσωτερικό της λυχνίας κενού προστίθενται ατμοί υδραργύρου σε χαμηλή πίεση. Μέρους των ηλεκτρονίων συγκρούονται με τα άτομα του Hg, με συνέπεια να τα διεγείρουν. Καθώς αυτά ακολούθως αποδιεγείρονται, εκπέμπουν ορατό φως γαλαζοπράσινου χρώματος, έτσι η τροχιά της δέσμης γίνεται ορατή (βλ. Σχ. 14.4).

#### 14.4.2. Πηνία Helmholtz

Τα πηνία Helmholtz που χρησιμοποιούνται στην άσκηση αποτελούνται από  $N = 130$  σπείρες και έχουν ακτίνα  $R = 0,15$  m. Στο Σχ. 14.3 φαίνεται το κύκλωμα τροφοδοσίας τους.



Σχήμα 14.3. Σχηματική παράσταση των πηνίων Helmholtz.

Στο κιβώτιο συνδεσμολογίας, ο διακόπτης «CURRENT ADJ» χρησιμεύει για τη μεταβολή του ρεύματος που διαρρέει τα πηνία Helmholtz, ωστόσο αυτό το ποτενσιόμετρο δεν θα χρησιμοποιηθεί στην άσκηση. Αντιθέτως, το ρεύμα στο κύκλωμα θα μεταβάλλεται μέσω της μεταβολής της τάσης που παράγει το τροφοδοτικό των 15 V.

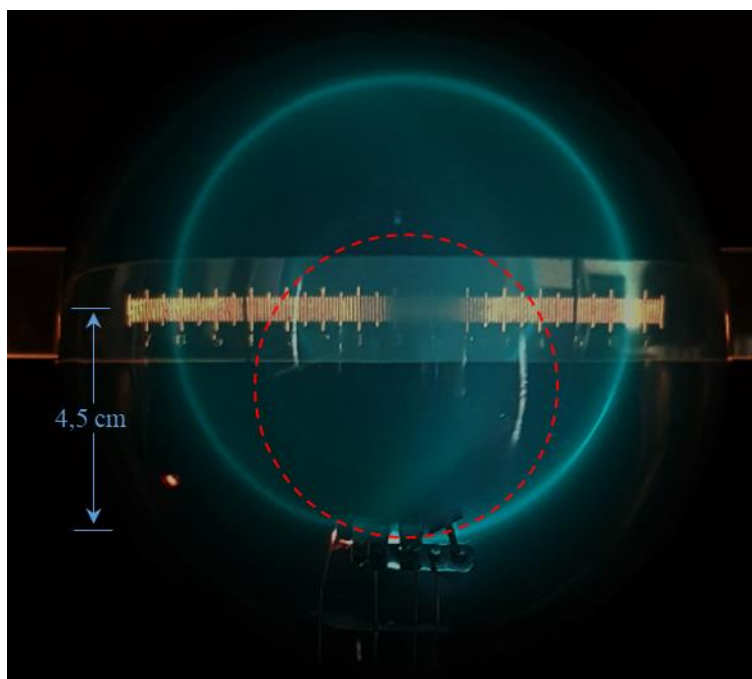
#### 14.4.3. Μέτρηση της ακτίνας της κυκλικής τροχιάς

Στο Σχ. 14.4 διακρίνεται η κυκλική τροχιά της δέσμης ηλεκτρονίων, καθώς και η κατοπτρική κλίμακα, πίσω από τη γυάλινη λυχνία, για τη μέτρηση της ακτίνας αυτής της τροχιάς. Δεδομένου του μεγάλου σφάλματος παράλλαξης, η μέτρηση αυτή αποτελεί την κύρια συνιστώσα του σφάλματος της άσκησης, επομένως θα πρέπει να προσεχθούν ιδιαίτερα τα ακόλουθα.

Λόγω διασποράς στις ενέργειες των ηλεκτρονίων της δέσμης (βλ. Π14.1), και παρά τις ρυθμίσεις με το κουμπί «FOCUS», η δέσμη δεν είναι λεπτή. Έτσι, όταν μετράμε την ακτίνα της κυκλικής τροχιάς που αντιστοιχεί σε μια τιμή της ανοδικής τάσης, τις ενέργειες αυτές έχουν τα ηλεκτρόνια που σχηματίζουν την εξωτερική πλευρά της δέσμης. Επομένως, θα πρέπει να σημειώνονται οι θέσεις της εξωτερικής γραμμής του κύκλου και όχι κάποιες άλλες, όπως π.χ. του κέντρου της δέσμης.

Το «0» της κατοπτρικής κλίμακας βρίσκεται κοντά στο κέντρο της κυκλικής τροχιάς, έτσι οι δύο τιμές της ακτίνας, δεξιά και αριστερά, πιθανώς θα διαφέρουν. Για την ανάγνωση καθεμιάς από αυτές τις δύο τιμές, και για την αποφυγή του σφάλματος παράλλαξης, θα πρέπει να ακολουθηθεί η εξής διαδικασία. Φέρνουμε καταρχάς το βλέμμα μας στο ίδιο ύψος με την

κατοπτρική κλίμακα. Ακολουθώντας, ευθυγραμμίζουμε το μάτι μας ώστε το τόξο της φωτεινής δέσμης στο δεξί μέρος του κύκλου να συμπίπτει με το είδωλό του στον καθρέφτη και διαβάζουμε την ένδειξη της κλίμακας. Επαναλαμβάνουμε την ίδια διαδικασία για το αριστερό μέρος του κύκλου. Το άθροισμα αυτών των δύο τιμών μας δίνει τη διάμετρο της κυκλικής τροχιάς.



Σχήμα 14.4. Η κυκλική τροχιά της δέσμης των ηλεκτρονίων.

Ωστόσο, λόγω ατυχούς προσανατολισμού της κατοπτρικής κλίμακας —οριζόντια και όχι κατακόρυφα— είναι εξαιρετικά πιθανό να μην μετρηθεί η διάμετρος της κυκλικής τροχιάς, αλλά κάποια χορδή της, μειώνοντας έτσι σημαντικά την ακρίβεια αυτής της μέτρησης. Επειδή το ηλεκτρονιοβόλο βρίσκεται κάτω από την κλίμακα κατά 4,5 cm, η τελευταία συμπίπτει με τη διάμετρο της κυκλικής τροχιάς μόνο όταν αυτή ισούται με 9,0 cm. Κατά συνέπεια, για να έχουμε ακριβέστερες μετρήσεις, θα εργαστούμε αποκλειστικά με κυκλικές τροχιές **διαμέτρου 9,0 cm**.

## Βιβλιογραφία

1. H. D. Young, R. A. Freedman, *Πανεπιστημιακή Φυσική με Σύγχρονη Φυσική*, Τόμος Β': *Ηλεκτρομαγνητισμός – Οπτική – Σύγχρονη Φυσική* (Αθήνα, 2022), 27.2, 27.4, 27.5, 28.5.
2. R. A. Serway, J. W. Jewett, *Φυσική για επιστήμονες και μηχανικούς: Ηλεκτρισμός και μαγνητισμός – Φως και οπτική – Σύγχρονη φυσική* (Αθήνα, 2013), H1.7, H7.1, H7.2, H7.3, H8.1.
3. D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, *Φυσική: Βασικές αρχές*, Τόμος Β': *Ηλεκτρομαγνητισμός – Οπτική – Σύγχρονη Φυσική* (Αθήνα, 2021), 22.6, 28.1, 28.2, 28.4, 29.1.
4. D. C. Giancoli, *Φυσική για επιστήμονες & μηχανικούς με σύγχρονη φυσική*, 4η έκδοση, Τόμος Β' (Αθήνα, 2011), 23.10, 25.9, 29.4, 29.7, 30.6.
5. ΕΜΠ, Τομέας Φυσικής, ΣΕΜΦΕ, *Εργαστηριακές Ασκήσεις Φυσικής*, Τόμος Ι (Αθήνα, 2010), σ. 199-208.

## 14.5. Εκτέλεση

**ΠΡΟΣΟΧΗ!** Επειδή στην άσκηση χρησιμοποιούνται υψηλές τάσεις, δυνάμει επικίνδυνες, η συναρμολόγηση του κυκλώματος πρέπει να γίνεται αυστηρά με όλες τις πηγές τάσης κλειστές, ενώ τα τροφοδοτικά θα τίθενται σε λειτουργία μόνο μετά τον έλεγχο του επιβλέποντα της άσκησης.

1. Αναγνωρίστε τα μέρη της πειραματικής διάταξης που φαίνονται στο Σχ. 14.1.
2. Συναρμολογήστε τα κυκλώματα τροφοδοσίας των πηνίων Helmholtz και της καθοδικής λυχνίας, σύμφωνα με τα σχέδια των Σχ. 14.2 και 14.3, και λαμβάνοντας υπόψη το ακόλουθο Σχ. 14.5.



Σχήμα 14.5. Το κιβώτιο συνδεσμολογίας για την τροφοδοσία της λυχνίας και των πηνίων.

Στο κιβώτιο συνδεσμολογίας, ο διακόπτης «*e/m* MEASURE–ELECTRICAL DEFLECT» θα πρέπει να βρίσκεται στη θέση «*e/m* MEASURE». Σημειώνονται επίσης τα ζεύγη ακροδεκτών, όπως φαίνονται από δεξιά προς τα αριστερά:

- A. HEATER: θέρμανση της καθόδου.
- B. ELECTRODES: εφαρμογή ανοδικής τάσης  $U_a$ .
- Γ. DEFLECT PLATES: εφαρμογή της ανοδικής τάσης στα πλακίδια εκτροπής. Χωρίς μαγνητικό πεδίο και με τον διακόπτη «*e/m* MEASURE–ELECTRICAL DEFLECT» στη θέση «ELECTRICAL DEFLECT», διαπιστώνεται η απόκλιση της δέσμης ηλεκτρονίων από ηλεκτρικό πεδίο.
- Δ. VOLTMETER (300V): για τη μέτρηση της ανοδικής τάσης με όργανο μεγαλύτερης ακρίβειας. Δεν θα χρησιμοποιηθεί στην άσκηση.
- E. HELMHOLTZ COILS: για την τροφοδοσία των πηνίων Helmholtz.

3. Καλέστε τον επιβλέποντα της άσκησης προκειμένου να ελέγξει τη συνολική συνδεσμολογία. Αν η συναρμολόγηση είναι επιτυχής, θέστε σε λειτουργία το τροφοδοτικό ώστε να ξεκινήσει η θέρμανση της καθόδου.

**ΣΗΜΕΙΩΣΗ:** Δεν θα πρέπει να εφαρμόζεται ανοδική τάση σε ψυχρή κάθοδο, καθώς τότε η διάρκεια ζωής της καθόδου μειώνεται αισθητά. Επομένως, πρώτα θερμαίνουμε την κάθοδο για μερικά λεπτά και ακολούθως εφαρμόζουμε ανοδική τάση. Γι' αυτό τον λόγο το τροφοδοτικό του ηλεκτρονιοβόλου διαθέτει έναν πρόσθετο διακόπτη (HT), με την ενεργοποίηση του οποίου εφαρμόζεται η ανοδική τάση.

4. Ρυθμίστε την ανοδική τάση στα 200 V και θέστε σε λειτουργία τον πρόσθετο διακόπτη (HT). Θα εμφανιστεί μία ευθύγραμμη δέσμη ηλεκτρονίων που θα τερματίζει στην εσωτερική επιφάνεια της γυάλινης λυχνίας.

5. Θέστε σε λειτουργία το τροφοδοτικό των πηνίων Helmholtz. Αυξάνοντας την τιμή του ρεύματος, διαπιστώστε την καμπύλωση της δέσμης και τελικά την εμφάνιση μιας κυκλικής τροχιάς.

6. Με σταθερή ανοδική τάση 200 V, ρυθμίστε το ρεύμα των πηνίων έτσι ώστε η κυκλική τροχιά να αποκτήσει διάμετρο 9,0 cm και σημειώστε αυτή την τιμή.

7. Επαναλάβετε το προηγούμενο βήμα άλλες 6 φορές, σημειώνοντας τις τιμές του ρεύματος των πηνίων. Εκτιμήστε και καταγράψτε τα σφάλματα της ανοδικής τάσης, του ρεύματος των πηνίων και της διαμέτρου.

**ΣΗΜΕΙΩΣΗ:** Μην αφήνετε τη λυχνία υπό υψηλή τάση για μεγάλα χρονικά διαστήματα, ώστε να μην μειώνεται η διάρκεια ζωής της.

8. Εφαρμόστε στην άνοδο τάση 160 V και ρυθμίστε το ρεύμα των πηνίων ώστε να σχηματιστεί κυκλική τροχιά με διάμετρο 9,0 cm. Καταγράψτε την τιμή του ρεύματος στον Πίνακα I.

9. Επαναλάβετε το προηγούμενο βήμα για τάσεις 180, 200, 220, 240, 260 και 280 V, και καταχωρήστε τις μετρήσεις σας στον Πίνακα I.

**Πίνακας I**

$U_a$ (V)	$I$ (A)	$\sqrt{U_a}$ (V <sup>1/2</sup> )
160		
180		
200		
220		
240		
260		
280		

10. Με τη βοήθεια του επιβλέποντα, περιστρέψτε την καθοδική λυχνία και παρατηρήστε την τροχιά της δέσμης ηλεκτρονίων.

11. Με τη βοήθεια του επιβλέποντα, εφαρμόστε την ανοδική τάση στα πλακίδια απόκλισης και παρατηρήστε την πορεία της δέσμης ηλεκτρονίων.

12. Κλείστε τα τροφοδοτικά, αφού πρώτα μηδενίσετε τις τάσεις, καθώς και το πολύμετρο.

#### 14.6. Επεξεργασία των μετρήσεων

1. Υπολογίστε τη μέση τιμή του ρεύματος των πηνίων, καθώς και την τυπική απόκλιση αυτής.

2. Από την Εξ. (14.9) υπολογίστε τον λόγο  $e/m$ , καθώς και το σφάλμα του. Κατά τον υπολογισμό του σφάλματος του λόγου, ως σφάλμα στην τιμή του ρεύματος θα θεωρηθεί το



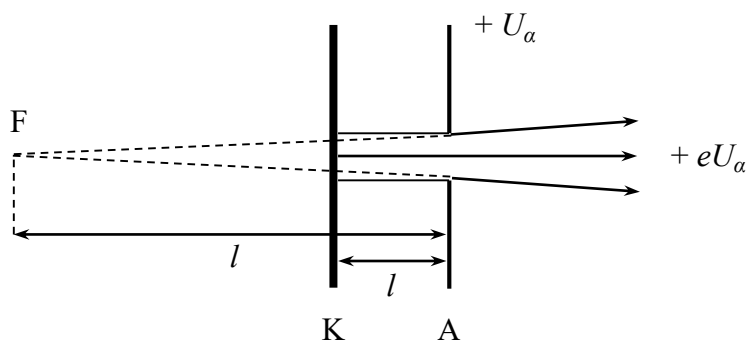
μεγαλύτερο από το σφάλμα του οργάνου, που σημειώθηκε στο εργαστήριο, και την τυπική απόκλιση της μέσης τιμής, που υπολογίστηκε στο προηγούμενο βήμα.

3. Συμπληρώστε την τελευταία στήλη του Πίνακα I.
4. Σχεδιάστε τη γραφική παράσταση του  $I$  συναρτήσει του  $\sqrt{U_\alpha}$  και υπολογίστε την κλίση της ευθείας,  $b \pm \delta b$ .
5. Από την Εξ. (14.11) υπολογίστε τον λόγο  $e/m$ , καθώς και το σφάλμα του.
6. Συγκρίνετε τα δύο αποτελέσματα για τον λόγο  $e/m$ , που υπολογίσατε στα βήματα 2 και 5, τόσο μεταξύ τους όσο και με την παραδεκτή τιμή, και σχολιάστε την επιτυχία του πειράματος.

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ (Π14)

### Π14.1. Ηλεκτροπτικές ιδιότητες της οπής – Διασπορά των ενεργειών των ηλεκτρονίων της δέσμης

Η δέσμη ηλεκτρονίων σχηματίζεται από τα ηλεκτρόνια που διαπερνούν την οπή της ανόδου και κινούνται ευθύγραμμα, λόγω αδράνειας, με ενέργειες «περίπου»  $eU_a$ , αρκεί στον χώρο δεξιότερα της ανόδου να μην υπάρχουν ηλεκτρικά πεδία. Ο προορισμός του κυλίνδρου Wehnelt γίνεται κατανοητός όταν εξετάσουμε τις αδυναμίες του απλού ηλεκτρονιοβόλου που αποτελείται μόνο από δύο ηλεκτροδία, δηλαδή την κάθοδο (K) και την άνοδο με οπή (A) (Σχ. Π14.1). Στο σύστημα των δύο ηλεκτροδίων, το οποίο αποκαλούμε δίοδο, η δέσμη των ηλεκτρονίων είναι πάντα αποκλίνουσα, δηλαδή η οπή της ανόδου παρουσιάζει τις ιδιότητες ενός αποκλίνοντος οπτικού φακού.



Σχήμα Π14.1. Η λειτουργία της οπής της ανόδου ως αποκλίνων οπτικός φακός.

Τα θέματα αυτά αποτελούν αντικείμενο μελέτης της Ηλεκτρονικής Οπτικής, όπου για την εστιακή απόσταση του αποκλίνοντος ηλεκτρονικού φακού (F) οι υπολογισμοί δίνουν ότι βρίσκεται σε απόσταση  $4l$  από την οπή, όπου  $l$  η απόσταση μεταξύ των δύο ηλεκτροδίων.

Η ιδιότητα αυτή πηγάζει από την παρουσία εγκάρσιου ηλεκτρικού πεδίου στην επιφάνεια της οπής. Η σχετική ανάλυση δείχνει ότι στο κέντρο της οπής το δυναμικό είναι

$$U_c = U_a \left( 1 - \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{d}{l} \right) \quad (\text{Π14.1})$$

δηλαδή είναι μικρότερο κατά έναν παράγοντα που εξαρτάται από τον λόγο  $d/l$ , όπου  $d$  είναι η διάμετρος της οπής. (Στο ηλεκτρονιοβόλο της άσκησης,  $d = 0,5 \text{ mm}$  και  $l = 1 \text{ mm}$ .)

Επίσης, στο επίπεδο της οπής, το εγκάρσιο αυτό πεδίο έχει κυκλική συμμετρία και με καλή προσέγγιση είναι παραβολικό:

$$U(r) = U_c + b r^2 \quad (\text{Π14.2})$$

όπου ο συντελεστής  $b$  ορίζεται από τη συνοριακή συνθήκη  $V(d) = U_a$ .

Στο παραβολικό πεδίο, η ένταση του εγκάρσιου ηλεκτρικού πεδίου είναι

$$E(r) = - \frac{\partial U(r)}{\partial r} = - 2 b r \quad (\text{Π14.3})$$

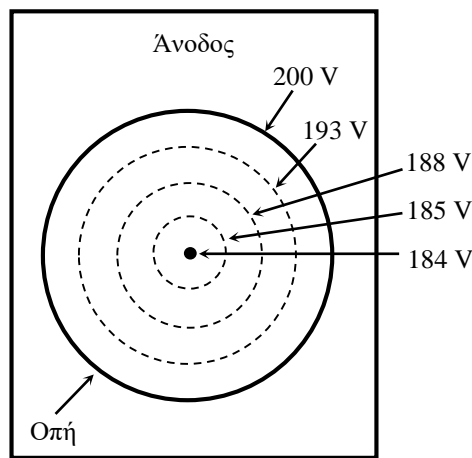
δηλαδή είναι γραμμική συνάρτηση της απόστασης  $r$ .

Από τις παραπάνω σχέσεις προκύπτει ότι, στο επίπεδο της οπής, στα ηλεκτρόνια ασκείται μια εγκάρσια δύναμη που είναι ανάλογη της απόστασης  $r$ , δηλαδή το πεδίο αυτό δρα με τον

ίδιο τρόπο που ένας οπτικός φακός επιδρά στο φως. Βλέπουμε ακόμη ότι η εγκάρσια δύναμη που δρα στο ηλεκτρόνιο μηδενίζεται στο κέντρο και μεγιστοποιείται στην περιφέρεια της οπής.

Από την προηγούμενη ανάλυση προκύπτει ότι τα ηλεκτρόνια που διαπερνούν την οπή της ανόδου δεν έχουν ίδιες κινητικές ενέργειες. Αυτά που διαπερνούν το κέντρο της οπής έχουν ενέργειες όσο είναι το δυναμικό εκεί, δηλαδή  $eU_a(1 - d/2pl)$ , ενώ αυτά που κινούνται «ξυστά» στην περιφέρεια της οπής έχουν ενέργειες σχεδόν  $eU_a$ .

Για παράδειγμα, αν  $U_a = 200$  και  $d/l = 1/2$ , η διαφορά στα δυναμικά, επομένως στις ενέργειες, είναι της τάξης του  $1/4\pi$ , ή περίπου 8 %, δηλαδή στο κέντρο της οπής το δυναμικό είναι 184 και όχι 200 V! Έτσι, στο μαγνητικό πεδίο, τα ηλεκτρόνια με ενέργειες 184 eV θα διαγράψουν κυκλική τροχιά άλλης (μικρότερης) διαμέτρου από εκείνα με ενέργειες 200 eV, ως εκ τούτου η διασπορά στις ενέργειες των ηλεκτρονίων (Σχ. Π14.2) εξηγεί το γεγονός ότι η δέσμη των ηλεκτρονίων δεν είναι όσο λεπτή θα αναμέναμε.



Σχήμα Π14.2. Η διασπορά των ενεργειών των ηλεκτρονίων της δέσμης.

Η οπή της ανόδου μπορεί να αποκτήσει ιδιότητες συγκλίνοντος φακού όταν αναστραφεί το εγκάρσιο πεδίο στην επιφάνειά της. Αυτό επιτυγχάνεται όταν στο κέντρο της οπής το δυναμικό γίνει υψηλότερο από εκείνο της περιφέρειας και θα δούμε τώρα έναν τρόπο υλοποίησης μιας τέτοιας κατάστασης.

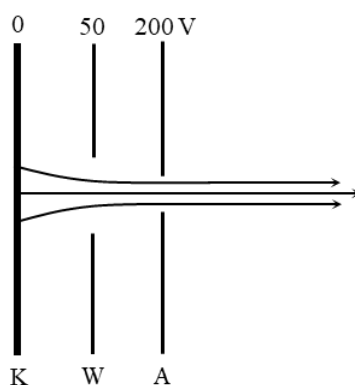
#### Π14.2. Αναστροφή του εγκάρσιου ηλεκτρικού πεδίου – Κύλινδρος Wehnelt

Οι ιδιότητες αποκλίνοντος φακού της οπής της ανόδου μπορούν να εξουδετερωθούν, κι έτσι να παραλληλιστούν οι τροχιές των ηλεκτρονίων, με τη χρήση ενός τρίτου ηλεκτροδίου, του κυλίνδρου Wehnelt (W), που τοποθετείται μεταξύ της καθόδου (K) και της ανόδου (A) (Σχ. Π14.3). Ο κύλινδρος αυτός διαθέτει μία οπή μεγαλύτερη από εκείνη της ανόδου και η δράση του εξαρτάται από το δυναμικό που αυτός φέρει.

Έστω ότι ο κύλινδρος τοποθετείται στο μέσο της απόστασης καθόδου-ανόδου και ότι στην άνοδο εφαρμόζεται τάση 200 V. Αν εφαρμόσουμε στον κύλινδρο το δυναμικό που θα είχε η ισοδυναμική επιφάνεια στο μέσο της απόστασης μεταξύ των δύο ηλεκτροδίων, δηλαδή 100 V, τότε η παρουσία του κυλίνδρου με την οπή δεν θα επιφέρει καμία επίδραση στα κινούμενα ηλεκτρόνια.

Όταν το δυναμικό του κυλίνδρου είναι υψηλότερο από την ισοδυναμική των δύο ηλεκτροδίων, π.χ. 150 V, στο κέντρο της οπής του το δυναμικό είναι χαμηλότερο από την

περιφέρειά της, έτσι η οπή του κυλίνδρου παρουσιάζει τις ιδιότητες αποκλίνοντος φακού και το συνολικό σύστημα αποτελείται από δύο αποκλίνοντες φακούς.



**Σχήμα Π14.3.** Η λειτουργία του κυλίνδρου Wehnelt.

Η κατάσταση διαφοροποιείται όταν εφαρμόσουμε στον κύλινδρο Wehnelt τάση μικρότερη από την ισοδυναμική των δύο ηλεκτροδίων, για παράδειγμα 50 V. Καθώς η οπή του κυλίνδρου είναι μεγάλη, στο κέντρο της το δυναμικό θα μειωθεί λίγο, αλλά θα παραμείνει στα επίπεδα των 100 V, ενώ το δυναμικό της επιφάνειας του κυλίνδρου θα είναι 50 V. Τώρα, λοιπόν, έχουμε μία κατάσταση όπου στο κέντρο της οπής το δυναμικό είναι υψηλότερο απ' ό,τι στην περιφέρειά της. Με άλλα λόγια, το εγκάρσιο πεδίο της οπής του κυλίνδρου έχει αντίθετη φορά από εκείνο της οπής της ανόδου, συνεπώς ωθεί τα ηλεκτρόνια προς τον άξονα συμμετρίας των δύο οπών. Υπό την έννοια αυτή, ο κύλινδρος παρουσιάζει τις ιδιότητες ενός συγκλίνοντος φακού, η εστιακή απόσταση του οποίου εξαρτάται από το δυναμικό που αυτός φέρει, και το συνολικό σύστημα αποτελείται από έναν συγκλίνοντα και έναν αποκλίνοντα φακό. Ρυθμίζοντας κατάλληλα το δυναμικό του κυλίνδρου Wehnelt, μπορούμε να εξουδετερώσουμε την εγκάρσια δράση της οπής της ανόδου και με τον τρόπο αυτό να παραλληλίσουμε τη δέσμη των ηλεκτρονίων.

Οι ηλεκτροπτικές ιδιότητες των κυλίνδρων και των οπών εφαρμόζονται ευρύτατα στους καθοδικούς σωλήνες των παλμογράφων, των τηλεοράσεων και των υπολογιστών, στην ηλεκτρονική μικροσκοπία, στις πηγές ακτίνων X κ.λπ.