

Άσκηση 28

Μελέτη ακουστικών κυμάτων σε ηχητικό σωλήνα

28.1. Σκοπός

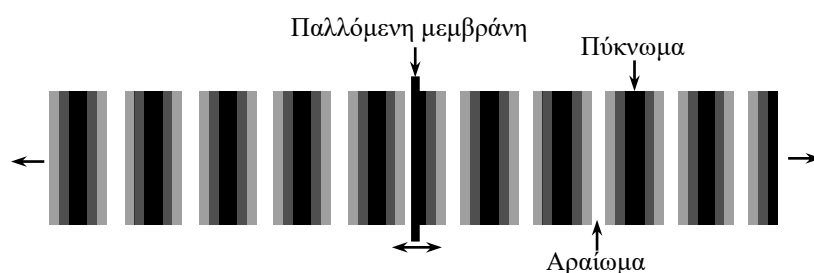
Σκοπός της άσκησης είναι η μελέτη των στάσιμων ακουστικών κυμάτων μέσα σε ηχητικό σωλήνα. Θα μετρηθούν οι τέσσερις πρώτες συχνότητες συντονισμού, όταν και τα δύο άκρα του σωλήνα είναι κλειστά και όταν το ένα άκρο του είναι κλειστό και το άλλο ανοικτό, και θα καταγραφεί η ακουστική πίεση κατά μήκος του σωλήνα και στις δύο αυτές περιπτώσεις. Θα προσδιορισθεί επίσης η ταχύτητα διάδοσης του ήχου στον αέρα με δύο μεθόδους: με τη μέθοδο των στάσιμων κυμάτων και με τη μέθοδο radar.

28.2. Γενικά

28.2.1. Εισαγωγή

Στερεά αντικείμενα που πάλλονται ή ταλαντώνονται γύρω από τη θέση ισορροπίας τους και βρίσκονται σε άμεση επαφή με τον ατμοσφαιρικό αέρα παράγουν ακουστικά κύματα που διαδίδονται προς όλες τις κατευθύνσεις. Τα κύματα αυτά προκαλούν μικρές ταλαντώσεις των μορίων του αέρα γύρω από τη θέση ισορροπίας με συχνότητα ίδια με εκείνη της ηχητικής πηγής. Η διεύθυνση ταλάντωσης των μορίων είναι ίδια με τη διεύθυνση διάδοσης του ηχητικού κύματος, επομένως τα ακουστικά κύματα είναι **διαμήκη** κύματα. Επιπλέον, εξαιτίας αυτών των μικρών κινήσεων των μορίων του αέρα, δημιουργούνται διακυμάνσεις της πυκνότητας και της πίεσης του αέρα γύρω από τη μέση τιμή τους. Αυτή η διακύμανση στην τιμή της πίεσης αναφέρεται ως **ακουστική πίεση**.

Στο Σχ. 28.1 δίνεται ένα στιγμιότυπο της ακουστικής πίεσης που δημιουργεί στον χώρο μια παλλόμενη μεμβράνη.



Σχήμα 28.1. Στιγμιότυπο της ακουστικής πίεσης που δημιουργεί στον αέρα μια παλλόμενη μεμβράνη.

Καθώς η μεμβράνη ταλαντώνεται και η επιφάνειά της κινείται π.χ. προς τα δεξιά, ο αέρας που βρίσκεται στη δεξιά της πλευρά συμπιέζεται κι έτσι δημιουργείται ένα **πύκνωμα**, στο οποίο η πυκνότητα και η πίεση του αέρα είναι ελαφρώς μεγαλύτερες από τη μέση τιμή. Το πύκνωμα αυτό διαδίδεται προς τα δεξιά με την ταχύτητα του ήχου. Όταν, στη συνέχεια, η μεμβράνη κινηθεί προς τα αριστερά, δημιουργείται στη δεξιά πλευρά της ένα **αραιώμα**, στο οποίο η πυκνότητα και η πίεση του αέρα είναι ελαφρώς μικρότερες από τη μέση τιμή, που και αυτό κινείται προς τα δεξιά με την ταχύτητα του ήχου. Έτσι, το παλλόμενο σώμα παράγει στον αέρα μια σειρά από πυκνώματα και αραιώματα, τα οποία διαδίδονται στον χώρο, είτε με τη μορφή επίπεδων ακουστικών κυμάτων, όταν οι διαστάσεις της πηγής είναι μεγαλύτερες από το

μήκος κύματος του ήχου, είτε με τη μορφή σφαιρικών ακουστικών κυμάτων, όταν το μήκος κύματος είναι μεγαλύτερο από τις διαστάσεις της πηγής. Το ακουστικό κύμα διαδίδεται με ανάλογο τρόπο και προς τα αριστερά.

28.2.2. Στάσιμα ακουστικά κύματα

Τα στάσιμα ακουστικά κύματα δημιουργούνται από την υπέρθεση δύο κυμάτων, y_1 και y_2 , που συνυπάρχουν στον ίδιο χώρο και διαδίδονται προς αντίθετες κατευθύνσεις, έχουν ίσο μήκος κύματος λ και ίσο, ή περίπου ίσο, πλάτος ταλάντωσης y_0 . Τέτοιες συνθήκες δημιουργούνται όταν το επίπεδο ακουστικό κύμα προσπίπτει κάθετα στην επίπεδη επιφάνεια ενός στερεού. Η μαθηματική επεξεργασία των στάσιμων ηχητικών κυμάτων αναπτύσσεται αναλυτικότερα στο Παράρτημα (Π28), στο τέλος της άσκησης, όπου αποδεικνύεται ότι η εξίσωση ενός στάσιμου κύματος μετατόπισης κατά μήκος του άξονα x ($x \geq 0$) είναι

$$y(x, t) = 2 y_0 \sin kx \cos (\omega t + a) = Y(x) f(t) \quad (28.1)$$

όπου $k = 2\pi/\lambda$ ο κυματικός αριθμός, ω η κυκλική συχνότητα, a η αρχική φάση ταλάντωσης των μορίων στο σημείο $x = 0$, όπου βρίσκεται ο ανακλαστήρας, $f(t)$ μια αρμονική συνάρτηση του χρόνου και $Y(x)$ η λεγόμενη **συνάρτηση κατανομής των πλάτων**.

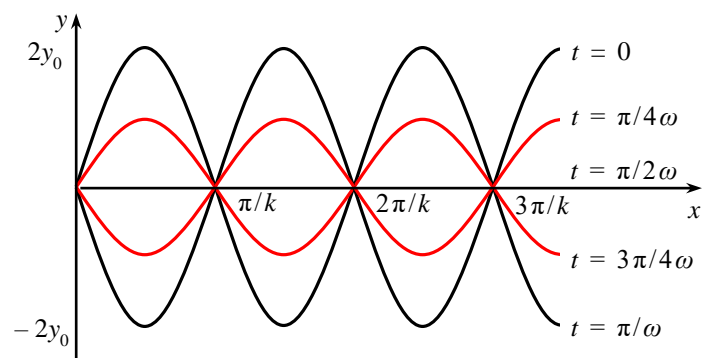
Για την ακουστική πίεση ισχύει

$$p(x, t) = 2 p_0 \cos kx \sin (\omega t + a) = P(x) f(t) \quad (28.2)$$

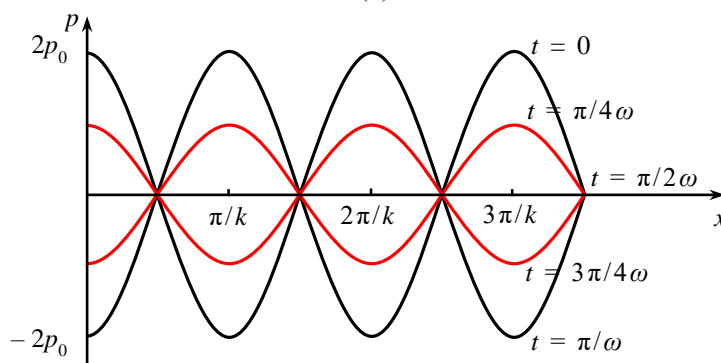
με τη συνάρτηση κατανομής των πλάτων

$$P(x) = 2 p_0 \cos kx \quad (28.3)$$

να αποτελεί αντικείμενο της άσκησης.



(α)



(β)

Σχήμα 28.2. Στιγμαία κατανομή (α) της μετατόπισης των μορίων και (β) της ακουστικής πίεσης ως συνάρτηση της θέσης x , σε διάφορες χρονικές στιγμές.

Η εικόνα ενός στάσιμου κύματος ως συνάρτηση της θέσης δίνεται στο Σχ. 28.2. Τα σημεία όπου η μετατόπιση των μορίων του αέρα είναι πάντοτε μηδενική ονομάζονται **δεσμοί μετατόπισης**, ενώ τα σημεία στα οποία η μετατόπιση είναι μέγιστη ονομάζονται **κοιλίες μετατόπισης**. Αντίστοιχα, τα σημεία όπου η πίεση παραμένει αμετάβλητη ονομάζονται **δεσμοί πίεσης** και τα σημεία στα οποία η διακύμανση της πίεσης είναι μέγιστη ονομάζονται **κοιλίες πίεσης**. Διαπιστώνεται (και αποδεικνύεται, βλ. Π28.2 και Π28.3) ότι *οι κοιλίες της μετατόπισης αντιστοιχούν σε δεσμούς της πίεσης και αντιστρόφως*.

28.2.3. Στάσιμα κύματα σε ηχητικούς σωλήνες

Τα επίπεδα ακουστικά κύματα μπορούν να δημιουργηθούν κοντά σε παλλόμενες μεμβράνες με διαστάσεις πολύ μεγαλύτερες από το μήκος κύματος του ήχου. Ωστόσο, σε μεγαλύτερες αποστάσεις το κύμα αρχίζει να καμπυλώνεται και σε μεγάλες αποστάσεις γίνεται σφαιρικό. Ένας πολύ αποτελεσματικότερος τρόπος παραγωγής επίπεδων ακουστικών κυμάτων είναι η διέγερση και διάδοση των κυμάτων μέσα σε σωλήνες, τα πλευρικά τοιχώματα των οποίων λειτουργούν ως κυματοδηγοί και δεν επιτρέπουν τη διάδοση του ήχου προς όλες τις κατευθύνσεις. Έτσι, ο ήχος οδηγείται προς μία μόνο κατεύθυνση και δεν διαχέεται όπως στους ανοικτούς χώρους, οπότε μπορεί να διαδοθεί σε μεγάλες αποστάσεις, ανεξάρτητα από το αν ο άξονας του σωλήνα καμπυλώνεται.

Για τη διάδοση επίπεδων ακουστικών κυμάτων στους σωλήνες, αρκεί η διάμετρος του σωλήνα να είναι πολύ μικρότερη από το μήκος του ηχητικού κύματος λ . Για παράδειγμα, στη συχνότητα των 1000 Hz, το μήκος κύματος λ είναι περίπου 33 cm, οπότε η διάμετρος του σωλήνα μπορεί να είναι 3-5 cm. Στην πράξη ο όρος αυτός υλοποιείται πολύ ευκολότερα από το να κατασκευάζονται και να διεγείρονται μεμβράνες με διάμετρο 3-5 m, ώστε σε κοντινή απόσταση από αυτές να δημιουργούνται επίπεδα ακουστικά κύματα στην ίδια συχνότητα. Για τη διέγερση των ακουστικών κυμάτων στους σωλήνες μπορεί να χρησιμοποιηθεί ένα μικρό μεγάφωνο, με διάμετρο ίση με τη διάμετρο του σωλήνα.

Αν στο ένα άκρο του σωλήνα τοποθετηθεί μια παλλόμενη μεμβράνη και το μήκος του σωλήνα είναι άπειρο, τότε στον σωλήνα θα διαδίδεται μόνο το οδεύον κύμα. Αν όμως το μήκος του σωλήνα είναι πεπερασμένο, τότε θα δημιουργηθούν μέσα στον σωλήνα στάσιμα κύματα, λόγω της ανάκλασης του ηχητικού κύματος στο άλλο άκρο του σωλήνα και της συμβολής του ανακλώμενου κύματος με το αρχικό. Στάσιμα κύματα δημιουργούνται μόνο σε συγκεκριμένες συχνότητες, που ονομάζονται **συχνότητες συντονισμού**, όταν η συχνότητα του διεγέρτη (παλλόμενη μεμβράνη) συμπίπτει με κάποια από τις ιδιοσυχνότητες του ταλαντωτή (στήλη αέρα).

Η στήλη του αέρα μέσα στον σωλήνα μπορεί να ταλαντώνεται με ένα πλήθος Κανονικών Τρόπων Ταλάντωσης (ΚΤΤ) που εξαρτώνται από τις συνοριακές συνθήκες που επικρατούν στα άκρα του σωλήνα, δηλαδή κατά πόσο αυτά είναι κλειστά ή ανοικτά. Εξετάζουμε τρεις βασικούς τύπους ηχητικών σωλήνων: α) σωλήνα ανοικτό και στα δύο άκρα, β) σωλήνα κλειστό μόνο κατά το ένα άκρο και γ) σωλήνα κλειστό και στα δύο άκρα. Προκύπτουν τα ακόλουθα αποτελέσματα για τις δυνατές τιμές του μήκους κύματος λ_n στον n -οστό ΚΤΤ στις τρεις αυτές περιπτώσεις:

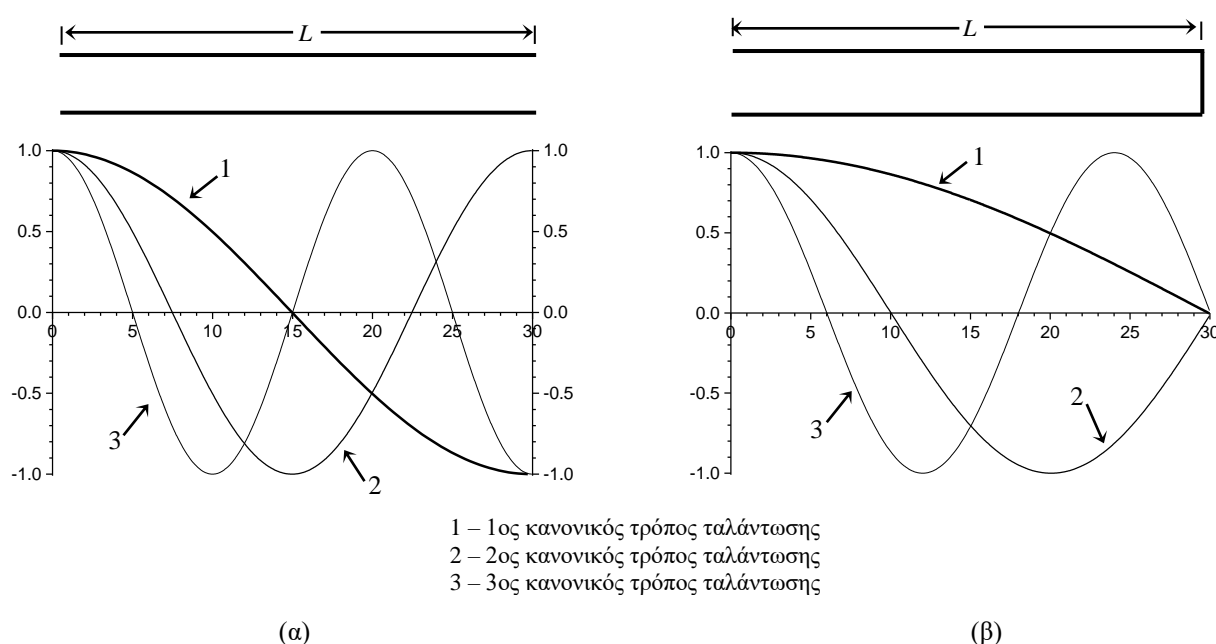
α) Σε **σωλήνα ανοικτό και στα δύο άκρα** είναι προφανές ότι και στα δύο άκρα θα έχουμε κοιλίες μετατόπισης. Η θεμελιώδης συχνότητα αντιστοιχεί σε ένα στάσιμο κύμα με δύο κοιλίες μετατόπισης στα ανοικτά άκρα και έναν δεσμό στο κέντρο του σωλήνα. Επειδή η απόσταση μεταξύ δύο κοιλιών είναι πάντα $\lambda/2$, στην περίπτωσή μας η απόσταση αυτή είναι ίση με το

ακουστικό μήκος του σωλήνα L_a . Στο Παράρτημα (Π28.6) εξηγείται γιατί στην περίπτωση ενός σωλήνα ανοικτού και στα δύο άκρα το ακουστικό μήκος του σωλήνα ισούται με $L + 2 \times 0,63R$, όπου L και R είναι το γεωμετρικό μήκος και η ακτίνα του ηχητικού σωλήνα, αντίστοιχα. Συνεπώς, στη θεμελιώδη συχνότητα το μήκος κύματος του ήχου είναι $2L_a$. Στον δεύτερο ΚΤΤ το στάσιμο κύμα έχει τρεις κοιλίες μετατόπισης και δύο δεσμούς, επομένως το μήκος κύματος ισούται με L_a κ.ο.κ. Έτσι, οι ΚΤΤ της στήλης του αέρα μέσα στον σωλήνα αντιστοιχούν σε μήκη κύματος που δίνονται από τη σχέση

$$\lambda_n = \frac{2L_a}{n} \quad (28.4)$$

όπου $n = 1, 2, 3, 4, \dots$

Οι τρεις πρώτοι ΚΤΤ, δηλαδή τα στάσιμα κύματα μετατόπισης στον πρώτο, δεύτερο και τρίτο ΚΤΤ, για έναν σωλήνα με ανοικτά και τα δύο άκρα του, δίνονται στο Σχ. 28.3.α.



Σχήμα 28.3. Η κατανομή των πλατών σε στάσιμα κύματα μετατόπισης στον πρώτο, δεύτερο και τρίτο ΚΤΤ, για έναν ηχητικό σωλήνα μήκους $L = 30$ cm: (α) με ανοικτά και τα δύο άκρα, (β) με το ένα άκρο ανοικτό και το άλλο κλειστό.

β) Σε **σωλήνα με το ένα άκρο κλειστό και το άλλο ανοικτό** η θεμελιώδης συχνότητα αντιστοιχεί σε ένα στάσιμο κύμα με έναν δεσμό μετατόπισης στο κλειστό άκρο και μία κοιλία στο ανοικτό άκρο του σωλήνα. Στην περίπτωση αυτή, το ακουστικό μήκος του σωλήνα ισούται με $L_a = L + 0,63R$. Συνεπώς, στη θεμελιώδη συχνότητα το μήκος κύματος του ήχου είναι $4L_a$. Στον δεύτερο ΚΤΤ το στάσιμο κύμα έχει δύο δεσμούς και δύο κοιλίες μετατόπισης, επομένως το μήκος κύματος ισούται με $4L_a/3$ κ.ο.κ. Έτσι, οι ΚΤΤ της στήλης του αέρα μέσα στον σωλήνα αντιστοιχούν σε μήκη κύματος που δίνονται από τη σχέση

$$\lambda_n = \frac{4L_a}{n} \quad (28.5)$$

όπου $n = 1, 3, 5, 7, \dots$

Οι τρεις πρώτοι ΚΤΤ, δηλαδή τα στάσιμα κύματα μετατόπισης στον πρώτο, δεύτερο και τρίτο ΚΤΤ, για ένα σωλήνα με ένα άκρο κλειστό και το άλλο ανοικτό, δίνονται στο Σχ. 28.3.β.

γ) Τέλος, σε **σωλήνα κλειστό και στα δύο άκρα** η θεμελιώδης συχνότητα αντιστοιχεί σε ένα στάσιμο κύμα με δύο δεσμούς μετατόπισης στα κλειστά άκρα και μία κοιλία μετατόπισης στο κέντρο του σωλήνα. Εδώ, επειδή και τα δύο άκρα του σωλήνα είναι κλειστά, το ακουστικό μήκος του συμπίπτει με το γεωμετρικό. Συνεπώς, στη θεμελιώδη συχνότητα το μήκος κύματος του ήχου είναι $2L$. Στον δεύτερο ΚΤΤ το στάσιμο κύμα έχει τρεις δεσμούς και δύο κοιλίες μετατόπισης, επομένως το μήκος κύματος ισούται με L κ.ο.κ. Οι ΚΤΤ της στήλης του αέρα μέσα στον σωλήνα αντιστοιχούν σε μήκη κύματος που δίνονται από τη σχέση

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \quad (28.6)$$

όπου $n = 1, 2, 3, 4, \dots$

Όπως είναι γνωστό, το μήκος κύματος λ και η συχνότητα f συνδέονται με τη σχέση

$$v = \lambda f \quad (28.7)$$

όπου v είναι η ταχύτητα διάδοσης του ήχου, οπότε προκύπτουν οι αντίστοιχες συχνότητες f_n (αρμονικές) σε κάθε περίπτωση.

28.3. Μέθοδος

Στην παρούσα άσκηση μελετάται η δημιουργία στάσιμων ηχητικών κυμάτων μέσα σε σωλήνα κλειστό και στα δύο άκρα, καθώς και σε σωλήνα με το ένα άκρο κλειστό και το άλλο ανοικτό. Τα ηχητικά κύματα διεγείρονται μέσα στον ηχητικό σωλήνα με τη βοήθεια ενός μεγαφώνου που συνδέεται στο ένα άκρο του σωλήνα.

Με τη βοήθεια ενός μικροφώνου, που μπορεί να μετακινείται στο εσωτερικό του σωλήνα και παράγει ηλεκτρικό σήμα ανάλογο της ακουστικής πίεσης, μπορούμε να μελετήσουμε τη συμπεριφορά των κυμάτων που διαδίδονται μέσα στον σωλήνα. Τονίζεται ότι το σήμα που παράγει το μικρόφωνο είναι ανάλογο προς την **ακουστική πίεση** και όχι προς τη μετατόπιση. Επομένως, στην πειραματική διάταξη μετριέται και μελετάται η συνάρτηση κατανομής των πλατών της ακουστικής πίεσης [Εξ. (28.3)] και όχι της μετατόπισης.

Το ηλεκτρικό σήμα του μικροφώνου, αφού ενισχυθεί κατάλληλα με τη βοήθεια ενός ενισχυτή, διοχετεύεται στο ένα κανάλι ενός παλμογράφου, το άλλο κανάλι του οποίου είναι συνδεδεμένο στην έξοδο μιας γεννήτριας παλμών που διεγείρει και το μεγάφωνο. Έτσι, στην οθόνη του παλμογράφου παρατηρούμε το σήμα του μικροφώνου σε σχέση με το σήμα που διεγείρει το μεγάφωνο, το οποίο χρησιμεύει ως σήμα αναφοράς, αλλά και για τον συγχρονισμό του παλμογράφου.

Παρατηρώντας την ένταση του σήματος του μικροφώνου όταν βρίσκεται πολύ κοντά στο μεγάφωνο (σημείο που αποτελεί κοιλία πίεσης και δεσμό μετατόπισης), μπορούμε να προσδιορίσουμε τις συχνότητες συντονισμού του σωλήνα, τις συχνότητες δηλαδή εκείνες για τις οποίες η απόκριση του μικροφώνου είναι μέγιστη.

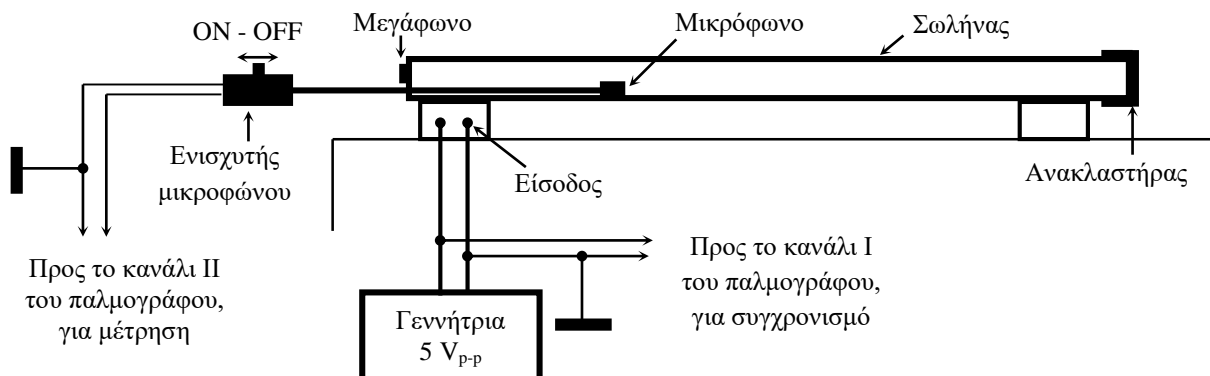
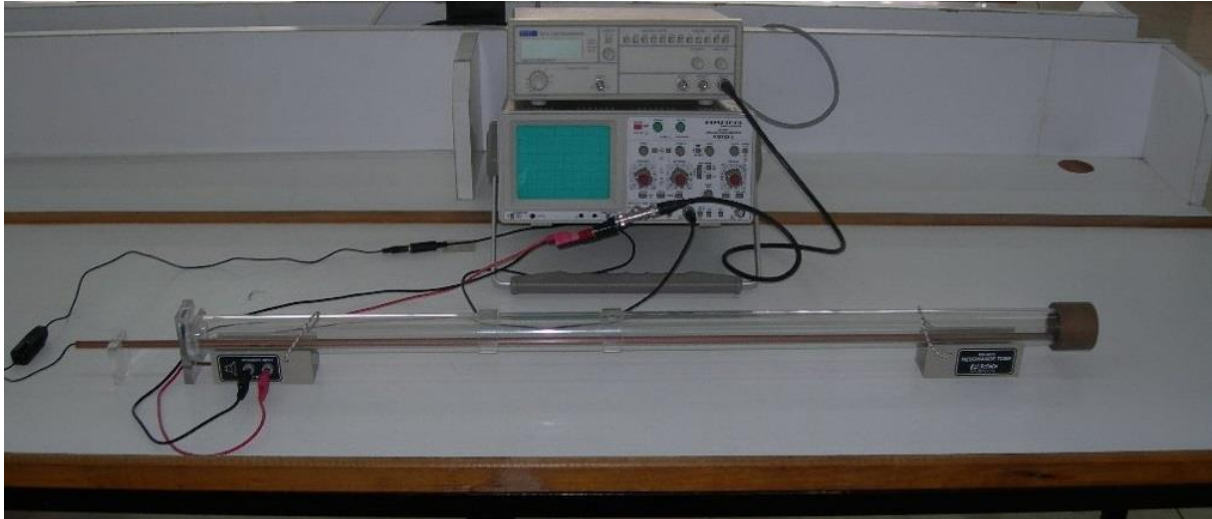
Μετακινώντας το μικρόφωνο κατά μήκος του σωλήνα, μπορούμε να μετρήσουμε το πλάτος του σήματος του μικροφώνου και να ανιχνεύσουμε τις κοιλίες και τους δεσμούς των στάσιμων κυμάτων πίεσης που δημιουργούνται μέσα στον σωλήνα. Η γραφική απεικόνιση της κατανομής των πλατών της ακουστικής πίεσης επιτρέπει τον υπολογισμό της ταχύτητας του ήχου με τη μέθοδο των στάσιμων κυμάτων.

Στη συνέχεια, τροφοδοτώντας το μεγάφωνο με ορθογώνιους παλμούς και παρατηρώντας στην οθόνη του παλμογράφου τους διαδιδόμενους και ανακλώμενους κρουστικούς ηχητικούς

παλμούς, υπολογίζουμε την ταχύτητα του ήχου με τη μέθοδο radar, όπως περιγράφεται παρακάτω («Εκτέλεση», 28.5.3).

28.4. Πειραματική διάταξη

Η πειραματική διάταξη φαίνεται στο Σχ. 28.4 και περιλαμβάνει:

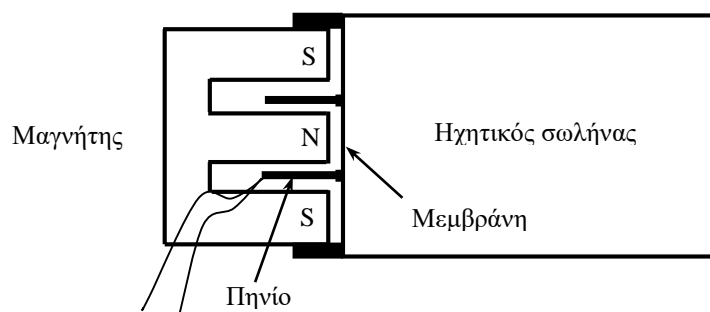


Σχήμα 28.4. Φωτογραφία και σχηματική παράσταση της πειραματικής διάταξης για τη μελέτη ακουστικών κυμάτων μέσα σε ηχητικό σωλήνα.

- Μία γεννήτρια παλμών για την τροφοδοσία του μεγαφώνου. Με το πάτημα των κατάλληλων κουμπιών στην περιοχή «FUNCTION», παράγονται παλμοί ημιτονικής, τετραγωνικής ή τριγωνικής μορφής. Το πλάτος των παλμών ρυθμίζεται από το «AMPLITUDE», στο δεξί μέρος της γεννήτριας, και η συχνότητα μέσω του ρεοστάτη, κάτω αριστερά, αφού πρώτα επιλεγεί η κλίμακα από την περιοχή «FREQUENCY RANGE». Το πλάτος και η συχνότητα αναγράφονται στην ψηφιακή οθόνη του οργάνου, ενώ ο διακόπτης ON/OFF βρίσκεται στην πίσω όψη του.
- Ένα μεγάφωνο για την παραγωγή ακουστικών κυμάτων στον ηχητικό σωλήνα.
- Έναν ηχητικό σωλήνα κατασκευασμένο από πλεξιγκλάς, μήκους 90 cm και εσωτερικής διαμέτρου 3,2 cm, στο ένα άκρο του οποίου βρίσκεται το μεγάφωνο, ενώ το άλλο μπορεί να είναι ανοικτό ή να κλείνει με τη βοήθεια ενός επίπεδου ανακλαστήρα από ορείχαλκο.
- Ένα μικρόφωνο για την ανίχνευση του ήχου που διαδίδεται μέσα στον σωλήνα.

- Έναν ενισχυτή του σήματος του μικροφώνου, ο οποίος τίθεται σε λειτουργία μέσω ενός διακόπτη που βρίσκεται πάνω στο κάλυμμά του.
- Έναν παλμογράφο 2 καναλιών (βλ. Άσκηση 15, *Εργαστηριακές Ασκήσεις Φυσικής*, Τόμος D).

Στο αριστερό άκρο του σωλήνα βρίσκεται η πηγή του ήχου, το μεγάφωνο, ενώ στο δεξί άκρο βρίσκεται ο ανακλαστήρας, ο οποίος μπορεί να αφαιρεθεί. Ο συντελεστής ανάκλασης της μεμβράνης του μεγαφώνου είναι σχεδόν όσος και του ανακλαστήρα. Έτσι, όταν το μεγάφωνο δεν τροφοδοτείται, η μεμβράνη του συμπεριφέρεται ως ανακλαστήρας, ενώ όταν τροφοδοτείται από τη γεννήτρια με παλμούς ημιτονικής μορφής εκτελεί καθορισμένη κίνηση του τύπου $y_1(t) = y_0 \sin \omega t$. Όμως, επειδή το πλάτος ταλάντωσης της μεμβράνης είναι πολύ μικρό, ενώ το μήκος κύματος των ηχητικών κυμάτων είναι της τάξης του 1 m, για τα ανακλώμενα κύματα που προσπίπτουν στην επιφάνειά της η μεμβράνη συμπεριφέρεται ως ακίνητος ανακλαστήρας. Συνεπώς, το αριστερό άκρο του σωλήνα είναι μόνιμως κλειστό με τη μεμβράνη του μεγαφώνου. Όταν και το δεξί άκρο του σωλήνα είναι κλειστό με τον ανακλαστήρα, ο σωλήνας της πειραματικής διάταξης αποτελεί σωλήνα με κλειστά και τα δύο άκρα του. Όταν ο ανακλαστήρας αφαιρείται, το ένα άκρο του σωλήνα είναι κλειστό (το κλείνει η μεμβράνη του μεγαφώνου), ενώ το άλλο είναι ανοικτό. Θεωρούμε επίσης ότι η μεμβράνη είναι ακλόνητη, δηλαδή ότι η κίνησή της δεν επηρεάζεται από τα ακουστικά φαινόμενα που διαδραματίζονται μέσα στο σωλήνα.



Σχήμα 28.5. Η σύνδεση του μεγαφώνου με τον ηχητικό σωλήνα.

Βιβλιογραφία

1. H. D. Young, R. A. Freedman, *Πανεπιστημιακή Φυσική με Σύγχρονη Φυσική*, Τόμος A: *Μηχανική – Κύματα – Θερμοδυναμική* (Αθήνα, 2022), 16.1-16.6.
2. D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, *Φυσική: Βασικές αρχές*, Τόμος A: *Μηχανική – Κύματα – Θερμοδυναμική* (Αθήνα, 2021), 16.7, 17.1-17.5.
3. R. A. Serway, J. W. Jewett, *Φυσική για επιστήμονες και μηχανικούς: Μηχανική – Ταλαντώσεις και Μηχανικά Κύματα – Θερμοδυναμική – Σχετικότητα* (Αθήνα, 2012), T3.1-T3.3, T4.2, T4.4, T4.5.
4. H. J. Pain, *Φυσική των ταλαντώσεων και των κυμάτων* (Αθήνα, 1991), 5.1-5.4, 5.8, 5.9.
5. ΕΜΠ, Τομέας Φυσικής, ΣΕΜΦΕ, *Εργαστηριακές Ασκήσεις Φυσικής*, Τόμος II (Αθήνα, 2011), σ. 129-143, 309-315.

28.5. Εκτέλεση

28.5.1. Εισαγωγικά

Στην άσκηση αυτή γίνονται πειράματα δύο ειδών: πειράματα με σήματα αρμονικά, δηλαδή ημιτονικά, και πειράματα με κρουστικούς ηχητικούς παλμούς. Και τα δύο είδη πειραμάτων διεξάγονται στην ίδια πειραματική διάταξη του Σχ. 28.4. Έτσι, για την εκτέλεση των πειραμάτων:

1. Συναρμολογήστε το κύκλωμα που δίνεται στο Σχ. 28.4. Στο κανάλι ChI θα βλέπουμε το σήμα της γεννήτριας, που θεωρείται σήμα αναφοράς, ενώ στο κανάλι ChII θα βλέπουμε την απόκριση του μικροφώνου.
2. Θέστε σε λειτουργία τον παλμογράφο και τη γεννήτρια. Η ευαισθησία του παλμογράφου στο κανάλι που συνδέεται το μικρόφωνο (ChII) πρέπει να είναι ίση με 50 mV/div. Ρυθμίστε τον μεταγωγό της γεννήτριας ώστε να παράγει ημιτονικό σήμα. Η τάση της πρέπει να είναι 5 V_{p-p} και η αρχική τιμή της συχνότητας περίπου 50 Hz.
3. Θέστε σε λειτουργία τον ενισχυτή του μικροφώνου. Ο διακόπτης λειτουργίας βρίσκεται πάνω στο κάλυμμα του ενισχυτή. Εφόσον χρειάζεται, ρυθμίστε κατάλληλα τον παλμογράφο ώστε να υπάρξει μια ευκρινής εικόνα.

28.5.2. Πειράματα με ημιτονικά σήματα

1. Τοποθετήστε το μικρόφωνο κάτω από τη μεμβράνη του μεγάφωνου ($x = 0$), όπου αναμένεται να υπάρχει κοιλία της ακουστικής πίεσης.
2. Ξεκινώντας από μια συχνότητα περίπου ίση με 50 Hz, αρχίστε να αυξάνετε αργά τη συχνότητα f και, βλέποντας την απόκριση του μικροφώνου στον παλμογράφο, σημειώστε τις πρώτες τέσσερις τιμές της συχνότητας για τις οποίες η ακουστική πίεση μεγιστοποιείται, δηλαδή τις τέσσερις πρώτες συχνότητες συντονισμού του σωλήνα.
3. Μετακινώντας το μικρόφωνο κατά μήκος του σωλήνα, με βήμα 5 cm, μετρήστε το πλάτος Ψ (από κορυφή σε κορυφή) του σήματος του μικροφώνου ως συνάρτηση της απόστασης x από το μεγάφωνο, στην πρώτη (f_1) και στη δεύτερη (f_2) συχνότητα συντονισμού, και συμπληρώστε τον Πίνακα I.

Πίνακας I

Σωλήνας με τα δύο άκρα κλειστά

x (cm)	Ψ_1 ($f = f_1$)	Ψ_2 ($f = f_2$)
0		
5		
10		
...		
90		

4. Όταν καταγράφετε την κατανομή της πίεσης κατά μήκος του σωλήνα, προσέξτε πώς αλλάζει η φάση ταλάντωσης στα τμήματα που βρίσκονται δεξιά και αριστερά από έναν δεσμό. Συγκρίνετε τη φάση του σήματος του μικροφώνου (ChII) με το σήμα αναφοράς (ChI).

5. Αφαιρέστε τον ανακλαστήρα από τον σωλήνα και επαναλάβετε τις μετρήσεις των βημάτων 1, 2 και 3, συμπληρώνοντας τον Πίνακα II.

Πίνακας II

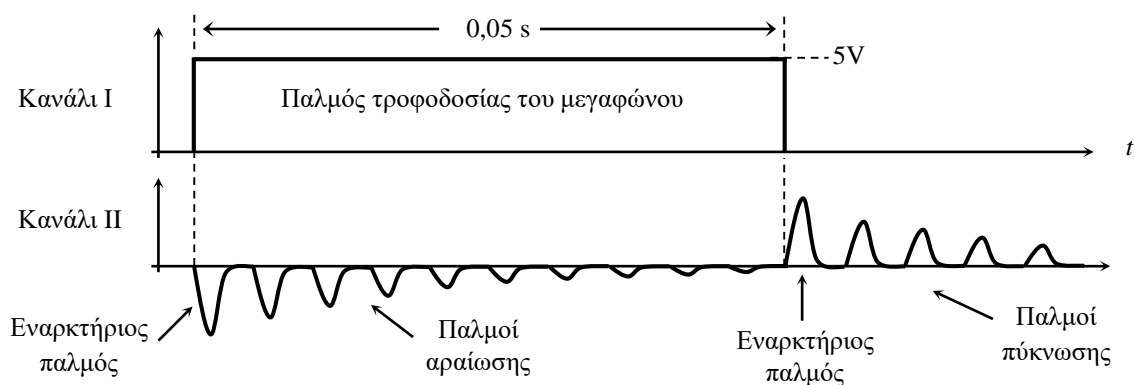
Σωλήνας με το ένα άκρο κλειστό και το άλλο ανοικτό

x (cm)	Ψ_1 ($f = f_1$)	Ψ_2 ($f = f_2$)
0		
5		
10		
...		
90		

6. Σημειώστε τη θερμοκρασία του περιβάλλοντος.

28.5.3. Πειράματα με κρουστικούς ηχητικούς παλμούς – Μέτρηση της ταχύτητας του ήχου με τη μέθοδο radar

1. Ρυθμίστε τη γεννήτρια ώστε να παράγει ορθογώνιους ηλεκτρικούς παλμούς με συχνότητα επανάληψης $f = 10 \text{ Hz}$ και πλάτος 5 V_{p-p} . Τοποθετήστε το μικρόφωνο κάτω από το μεγάφωνο και βεβαιωθείτε ότι το άλλο άκρο του σωλήνα είναι κλειστό. Στην οθόνη του παλμογράφου, φέρτε το σήμα αναφοράς (ChI) στο πάνω μέρος της οθόνης και το σήμα του μικροφώνου (ChII) στο κάτω, ώστε κάτω από το μέτωπο του παλμού αναφοράς να εμφανιστεί η απόκριση του μικροφώνου. Ρυθμίζοντας κατάλληλα τον παλμογράφο, θα εμφανιστεί στην οθόνη του μια εικόνα παρόμοια με αυτή που φαίνεται στο Σχ. 28.6.



Σχήμα 28.6. Οι παλμοί του μικροφώνου από διαδοχικές ανακλάσεις του ήχου, όταν το ελεύθερο άκρο του σωλήνα είναι κλειστό, όπως αυτοί φαίνονται στην οθόνη του παλμογράφου.

Τα φαινόμενα που παρατηρούμε είναι τα ακόλουθα:

Στην άνοδο του παλμού, όταν δηλαδή η τάση της γεννήτριας γίνεται απότομα 5 V , το μαγνητικό πεδίο του πηνίου έλκει τη μεμβράνη του μεγαφώνου (Σχ. 28.5) και αυτή μετατοπίζεται (ελάχιστα) προς τα αριστερά. Από τη στιγμή αυτή στον σωλήνα αρχίζει να διαδίδεται ένας κρουστικός παλμός αραιώσης. Στον παλμό αυτό το μικρόφωνο ανταποκρίνεται με έναν στενό (π.χ. αρνητικό) παλμό τάσης.

Ύστερα από 0,05 s, όταν η τάση της γεννήτριας μηδενιστεί απότομα, η μεμβράνη μετακινείται (ελάχιστα) προς τα δεξιά και επιστρέφει στην αρχική της θέση. Από τη στιγμή αυτή στον σωλήνα αρχίζει να διαδίδεται ένας κρουστικός παλμός πύκνωσης. Στον παλμό αυτό το μικρόφωνο ανταποκρίνεται με έναν στενό (θετικό) παλμό τάσης.

Τον πρώτο παλμό του μικροφώνου θα τον ονομάσουμε εναρκτήριο, διότι δημιουργείται σχεδόν ακαριαία λόγω της μικρής απόστασης (~ 1 cm) του μικροφώνου από το μεγάφωνο. Ο δεύτερος παλμός παράγεται από τον εναρκτήριο παλμό που ταξίδεψε στον σωλήνα από τη μεμβράνη μέχρι τον ανακλαστήρα και, μετά από ανάκλαση στο άλλο άκρο, επέστρεψε στην περιοχή του μικροφώνου, δημιουργώντας έτσι την πρώτη ηχώ. Η πρώτη ηχώ θα ανακλαστεί από τη μεμβράνη του μεγαφώνου και θα αρχίσει και πάλι να ταξιδεύει προς τον ανακλαστήρα, όπου θα ανακλαστεί για δεύτερη φορά, δημιουργώντας τη δεύτερη ηχώ κ.ο.κ. Έτσι, οι διαδοχικές ανακλάσεις του αρχικού κρουστικού παλμού από τον ανακλαστήρα και τη μεμβράνη θα δημιουργήσουν στην έξοδο του μικροφώνου μία σειρά ηλεκτρικών παλμών, το ύψος των οποίων, λόγω απωλειών, μειώνεται εκθετικά. Συνήθως, διακρίνεται με βεβαιότητα ακόμη και ο παλμός που αντιστοιχεί στην ένατη ηχώ (Σχ. 28.6).

Η εικόνα των παλμών που φαίνονται στο κανάλι του μικροφώνου μπορεί να αξιοποιηθεί για τη μέτρηση της ταχύτητας του ήχου με τη μέθοδο radar. Στη μέθοδο αυτή, μετράμε το χρονικό διάστημα κατά το οποίο ο κρουστικός παλμός διανύει την απόσταση «μπρος-πίσω», καθώς αυτός ταξιδεύει στον σωλήνα. Για να μετρηθεί ο χρόνος αυτός στην οθόνη του παλμογράφου με ικανοποιητική ακρίβεια, είναι προτιμότερο να μετρηθεί ο χρόνος πολλών διαδρομών και όχι μίας. Υπενθυμίζουμε ότι, στον ηχητικό σωλήνα της πειραματικής διάταξης, το μήκος της διαδρομής «μπρος-πίσω» που διανύει ο ήχος είναι $1,800 \pm 0,002$ m.

2. Μετρήστε τον χρόνο 9 διαδοχικών διαδρομών «μπρος – πίσω» του κρουστικού παλμού στον κλειστό σωλήνα. Σημειώστε τιμή και σφάλμα.

3. Αφαιρέστε τον ανακλαστήρα από το δεξί άκρο του σωλήνα. Παρατηρήστε ότι η εικόνα των παλμών που φαίνεται τώρα στην οθόνη του παλμογράφου έχει τη μορφή του Σχ. 28.7.



Σχήμα 28.7. Οι παλμοί του μικροφώνου από διαδοχικές ανακλάσεις του ήχου, όταν το ελεύθερο άκρο του σωλήνα είναι ανοικτό, όπως αυτοί φαίνονται στην οθόνη του παλμογράφου (Βλ. Π28.6).

4. Σβήστε όλα τα όργανα, καθώς και τον ενισχυτή του μικροφώνου, για να μην αδειάσει η μπαταρία του.

28.6. Επεξεργασία των μετρήσεων

28.6.1. Πειράματα με ημιτονικά σήματα

1. Σημειώστε σε έναν πίνακα τις συχνότητες συντονισμού που μετρήσατε στα δύο πειράματα. Συμπληρώστε δίπλα τις θεωρητικές τιμές που προκύπτουν από την ανάλυση των ΚΤΤ και την ταχύτητα του ήχου διορθωμένη στη θερμοκρασία του πειράματος [Εξ. (28.8)]. Συμφωνούν οι πειραματικές τιμές με τις θεωρητικά αναμενόμενες; Εάν όχι, αιτιολογήστε τις διαφορές.
2. Σχεδιάστε σε ένα χαρτί μιλιμετρέ την κατανομή των πλατών της ακουστικής πίεσης στους δύο πρώτους ΚΤΤ, όταν το ελεύθερο άκρο του σωλήνα είναι κλειστό.
3. Σχεδιάστε σε ένα δεύτερο χαρτί μιλιμετρέ την κατανομή των πλατών της ακουστικής πίεσης στους δύο πρώτους ΚΤΤ, όταν το ελεύθερο άκρο του σωλήνα είναι ανοικτό.
4. Από τις τέσσερις αυτές κατανομές της πίεσης υπολογίστε την ταχύτητα του ήχου $v \pm \delta v$ και συγκρίνετέ την με την αναμενόμενη τιμή της [Εξ. (28.8)]. Ο υπολογισμός πρέπει να γίνει από μία κατανομή, από εκείνη που σας δίνει το λ , και επομένως τη v , με τη μεγαλύτερη δυνατή ακρίβεια. Αιτιολογήστε την επιλογή της καμπύλης.

28.6.2. Πειράματα με κρουστικούς ηχητικούς παλμούς – Μέτρηση της ταχύτητας του ήχου με τη μέθοδο radar

1. Από την τιμή του χρόνου που μετρήσατε για 9 διαδρομές του κρουστικού παλμού, και το γνωστό μήκος της διαδρομής «μπρος-πίσω», υπολογίστε την ταχύτητα του ήχου $v \pm \delta v$ με τη μέθοδο radar.
2. Συγκρίνετέ την με την τιμή που προσδιορίσατε στο προηγούμενο πείραμα και με την αναμενόμενη τιμή της.
3. Ερμηνεύστε την εικόνα των κρουστικών παλμών που βλέπατε στην οθόνη του παλμογράφου, όταν το ελεύθερο άκρο του σωλήνα ήταν ανοικτό (Σχ. 28.7).

ΣΗΜΕΙΩΣΗ: Η ταχύτητα του ήχου, v , στα αέρια εξαρτάται από τη θερμοκρασία. Όπως αποδεικνύεται (βλ. Π28.4), η ταχύτητα του ήχου σε θερμοκρασία θ (σε βαθμούς Κελσίου) δίνεται, με καλή προσέγγιση, από τη σχέση:

$$v_{\theta} = v_0 + 0,606 \theta \quad (28.8)$$

όπου v_0 είναι η ταχύτητα του ήχου μέσα στο αέριο στους $0 \text{ }^{\circ}\text{C}$. Στον αέρα, υπό κανονικές συνθήκες, μετριέται πειραματικά $v_0 = 331,8 \text{ m/s}$.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ (Π28)

Π28.1. Στάσιμα ακουστικά κύματα

Έστω ότι το επίπεδο ακουστικό κύμα διαδίδεται προς τις αρνητικές τιμές του άξονα x και ότι, στο σημείο $x = 0$, προσπίπτει κάθετα στην επιφάνεια ενός επίπεδου στερεού, δηλαδή του ανακλαστήρα (Σχ. Π28.1). Θεωρούμε ακόμη ότι το κύμα δεν εξασθενεί κατά τη διάδοσή του.

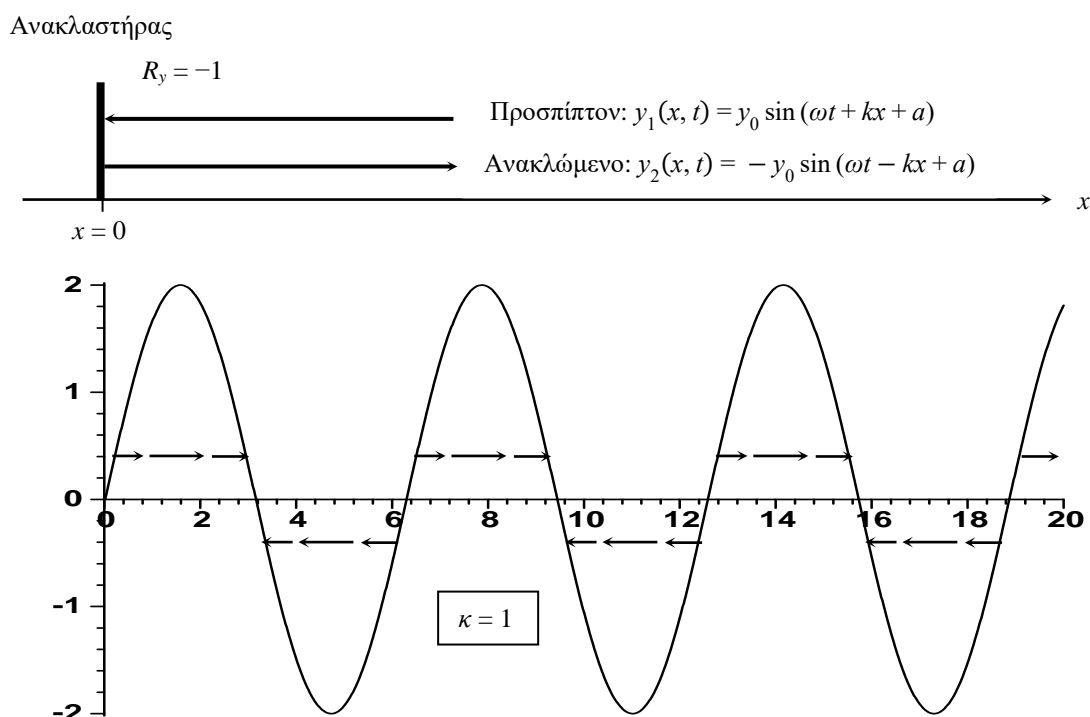
Εάν στο προσπίπτον κύμα η μετατόπιση των μορίων από τη θέση ισορροπίας τους είναι $y_1(x, t) = y_0 \sin(\omega t + kx + a)$, όπου y_0 είναι το πλάτος ταλάντωσης, ω η κυκλική συχνότητα, $k = 2\pi/\lambda$ ο κυματικός αριθμός και a η αρχική φάση ταλάντωσης των μορίων στο σημείο $x = 0$, τότε η εξίσωση του ανακλώμενου κύματος είναι $y_2(x, t) = R_y y_1(x, t) = -y_0 \sin(\omega t - kx + a)$, όπου R_y είναι ο **συντελεστής ανάκλασης** του ήχου για τη μετατόπιση ($R_y = -1$, βλ. Π28.5). Η συμβολή των δύο κυμάτων δίνει:

$$y(x, t) = y_1 + y_2 = y_0 \sin(\omega t + kx + a) - y_0 \sin(\omega t - kx + a) = 2 y_0 \sin kx \cos(\omega t + a) \quad (\text{Π28.1})$$

Η Εξ. (Π28.1) είναι η κλασική συνάρτηση στάσιμου κύματος που μπορεί να γραφεί σε μορφή γινομένου δύο συναρτήσεων, μίας συναρτήσεως μόνο του x και μίας άλλης μόνο του t :

$$y(x, t) = y_1 + y_2 = Y(x) f(t) \quad (\text{Π28.2})$$

όπου η $f(t)$ είναι μια αρμονική συνάρτηση του χρόνου και η $Y(x)$ είναι η λεγόμενη **συνάρτηση κατανομής των πλατών**.



Σχήμα Π28.1. Η κατανομή των πλατών στο στάσιμο κύμα μετατόπισης τη στιγμή $t = 0$. Τα βέλη δείχνουν τη φορά μετακίνησης των μορίων του αέρα στο αντίστοιχο διάστημα.

Στο Σχ. Π28.1 παριστάνεται επίσης ένα στάσιμο κύμα μετατόπισης τη στιγμή $t = 0$. Τα βέλη δείχνουν τη φορά μετακίνησης των μορίων του αέρα στο αντίστοιχο διάστημα. Στο επόμενο ήμισυ

της περιόδου, δηλαδή μετά από χρόνο $t = \pi/\omega$, η καμπύλη θα έχει πλήρως αντιστραφεί ως προς τον άξονα x .

Όπως βλέπουμε, υπάρχουν σημεία όπου το πλάτος είναι πάντα μηδέν (**δεσμοί μετατόπισης**), ενώ σε μερικά σημεία του χώρου το πλάτος ταλάντωσης των μορίων έχει τιμή διπλάσια εκείνου του προσπίπτοντος (**κοιλίες μετατόπισης**). Οι κοιλίες και οι δεσμοί ορίζονται από τα μηδενικά και τα ακρότατα της συνάρτησης κατανομής

$$Y(x) = 2 y_0 \sin kx \quad (\text{Π28.3})$$

Έτσι, οι δεσμοί βρίσκονται στα σημεία x_δ , για τα οποία ισχύει

$$k x_\delta = n \pi \quad \text{όπου } n = 0, 1, 2, 3, 4, \dots \quad (\text{Π28.4})$$

ενώ οι κοιλίες βρίσκονται στα σημεία x_κ , για τα οποία ισχύει

$$k x_\kappa = \pi/2 + n \pi \quad \text{όπου } n = 0, 1, 2, 3, 4, \dots \quad (\text{Π28.5})$$

Π28.2. Οι φάσεις ταλαντώσεως των μορίων

Στο στάσιμο κύμα τα μόρια του αέρα ταλαντώνονται με δύο διακριτές φάσεις, από τις οποίες τη μία μπορούμε να τη θεωρήσουμε μηδενική. Έστω ότι στη μηδενική φάση ταλαντώνονται τα μόρια που βρίσκονται στο διάστημα $0 < x < \pi$ (Σχ. Π28.1), δηλαδή στο διάστημα μεταξύ δύο δεσμών όπου $Y(x) = 0$. Στο διάστημα αυτό τα μόρια ταλαντώνονται με διαφορετικό πλάτος, αλλά με την ίδια φάση. Στο αμέσως διπλανό διάστημα, $\pi < x < 2\pi$, όπου $Y(x) < 0$, η φάση ταλάντωσης των μορίων διαφέρει από εκείνη του προηγούμενου διαστήματος κατά 180° . Συνεπώς, τα σημεία όπου $Y(x) = 0$ είναι σημεία απότομης μεταβολής της φάσης ταλάντωσης κατά 180° . Φυσικά, ύστερα από χρόνο $t = \pi/\omega$, οι φάσεις αυτές αντιστρέφονται.

Συνοψίζοντας, μπορούμε να πούμε ότι η συνάρτηση κατανομής $Y(x)$ περιέχει δύο πληροφορίες:

- Η απόλυτη τιμή της $Y(x)$ μας δίνει το πλάτος ταλάντωσης των μορίων στο σημείο x .
- Το πρόσημο της $Y(x)$ μας πληροφορεί για τη φάση ταλάντωσης των μορίων στο συγκεκριμένο διάστημα.

Ταλάντωση των μορίων του αέρα με αντίθετη φάση γύρω από τους δεσμούς σημαίνει κίνηση των μορίων προς αντίθετες κατευθύνσεις. Βλέπουμε, λοιπόν, ότι δεξιά και αριστερά από τους δεσμούς τα μόρια του αέρα κινούνται προς την αντίθετη κατεύθυνση (βελάκια στο Σχ. Π28.1). Έτσι, αν σε κάποιον δεσμό τα μόρια συνωστίζονται (πύκνωμα), στον διπλανό δεσμό τα μόρια απομακρύνονται (αραίωμα). Συνεπώς, στους δεσμούς μετατόπισης αναμένεται να υπάρχει κοιλία πίεσης. Στο Σχ. Π28.1, στο σημείο $x = 3,2$ δημιουργείται πύκνωμα και η πίεση κάποια στιγμή θα αποκτήσει τη μέγιστη τιμή της, ενώ στο σημείο $x = 6,4$ δημιουργείται αραίωμα και η πίεση εδώ κάποια στιγμή θα αποκτήσει την ελάχιστη τιμή της. Επομένως, οι κοιλίες της ακουστικής πίεσης βρίσκονται στους δεσμούς μετατόπισης. Δεν πρέπει να μας διαφεύγει το γεγονός ότι τα βελάκια στο σχήμα διατηρούν τη φορά αυτή μόνο κατά τη μισή περίοδο της ταλάντωσης. Στο επόμενο ήμισυ της περιόδου τα βελάκια θα αλλάξουν τη φορά τους, επομένως εκεί όπου τα μόρια συνωστίζονταν τώρα θα αραιώνουν και εκεί όπου αυτά προηγουμένως αραιώναν τώρα θα συνωστίζονται.

Π28.3. Κοιλίες και δεσμοί της ακουστικής πίεσης στα στάσιμα κύματα

Έστω ότι η κυματική εξίσωση της πίεσης είναι όμοια με αυτή που εξετάσαμε στην περίπτωση των στάσιμων κυμάτων μετατόπισης, δηλαδή $p_1(x, t) = p_0 \sin(\omega t + kx + a)$ για το προσπίπτον και $p_2(x, t) = p_0 \sin(\omega t - kx + a)$ για το ανακλώμενο.

Ο συντελεστής ανάκλασης για την πίεση είναι 1 (βλ. Π28.5), επομένως η συμβολή των δύο κυμάτων δίνει

$$\begin{aligned} p(x, t) &= p_1 + p_2 = p_0 \sin(\omega t + kx + a) + p_0 \sin(\omega t - kx + a) \\ &= 2 p_0 \cos kx \sin(\omega t + a) \end{aligned} \quad (\text{Π28.6})$$

Η Εξ. (Π28.6) παριστάνει ένα στάσιμο κύμα και μπορεί πάλι να γραφεί με τη μορφή:

$$p(x, t) = p_1 + p_2 = P(x) f(t) \quad (\text{Π28.7})$$

όπου $f(t)$ είναι μια αρμονική συνάρτηση του χρόνου και $P(x)$ είναι η συνάρτηση κατανομής των πλατών της ακουστικής πίεσης.

Όπως βλέπουμε και στο Σχ. 28.2, πάνω στον ανακλαστήρα και σε μερικά άλλα σημεία η ακουστική πίεση έχει διπλάσια τιμή από εκείνη του προσπίπτοντος (**κοιλίες πίεσης**), ενώ υπάρχουν σημεία όπου η ακουστική πίεση είναι πάντα μηδέν, δηλαδή η πίεση παραμένει αμετάβλητη (**δεσμοί πίεσης**). Οι δεσμοί και οι κοιλίες ορίζονται και εδώ από τα μηδενικά και τα ακρότατα της συνάρτησης κατανομής

$$P(x) = 2 p_0 \cos kx \quad (\text{Π28.8})$$

η οποία αποτελεί αντικείμενο μελέτης της άσκησης. Επομένως, οι κοιλίες της πίεσης βρίσκονται στα σημεία x_κ , για τα οποία ισχύει

$$k x_\kappa = n \pi \quad \text{όπου } n = 0, 1, 2, 3, 4, \dots \quad (\text{Π28.9})$$

ενώ οι δεσμοί της πίεσης βρίσκονται στα σημεία x_δ , για τα οποία ισχύει

$$k x_\delta = \pi/2 + n \pi \quad \text{όπου } n = 0, 1, 2, 3, 4, \dots \quad (\text{Π28.10})$$

Έτσι, διαπιστώνουμε ξανά ότι, στο στάσιμο κύμα, εκεί όπου υπάρχουν δεσμοί μετατόπισης έχουμε κοιλίες πίεσης και, αντίστροφα, ότι οι δεσμοί της πίεσης βρίσκονται στις κοιλίες μετατόπισης.

Π28.4. Η ταχύτητα του ήχου στα αέρια

Η ταχύτητα του ήχου, v , στα αέρια εξαρτάται από τη θερμοκρασία, κυρίως λόγω της εξάρτησης της πυκνότητας του αερίου από τη θερμοκρασία. Αυτό φαίνεται καλύτερα στη σχέση που ορίζει την ταχύτητα του ήχου

$$v = \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho}} \quad (\text{Π28.11})$$

όπου $\gamma = c_p/c_v$ ο λόγος των ειδικών θερμοτήτων (που, στην πράξη, δεν εξαρτάται από τη θερμοκρασία), ρ η πυκνότητα και p η πίεση του αερίου.

Αν λάβουμε υπόψη ότι $p = m/V$, όπου m η μάζα και V ο όγκος, και χρησιμοποιήσουμε τη γνωστή σχέση από τη θερμοδυναμική

$$P V = n R T \quad (\text{Π28.12})$$

όπου T είναι η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου και n ο αριθμός των γραμμομορίων, εύκολα βρίσκουμε ότι, για δύο διαφορετικές θερμοκρασίες T_0 και T_θ , ο λόγος των ταχυτήτων του ήχου στο αέριο δίνεται από τη σχέση

$$\frac{v_\theta}{v_0} = \sqrt{\frac{T_\theta}{T_0}} \quad (\text{Π28.13})$$

Η ταχύτητα του ήχου στον αέρα, στους 0°C , μετριέται πειραματικά ίση με $331,8 \text{ m/s}$. Επομένως, αν T_0 είναι η θερμοκρασία των 0°C (273 K) και v_0 η ταχύτητα του ήχου στη θερμοκρασία αυτή, έχουμε

$$\begin{aligned} v_\theta &= v_0 \sqrt{\frac{T_\theta}{T_0}} = 331,8 \sqrt{\frac{T_\theta}{273}} = 331,8 \sqrt{\frac{273 + \theta}{273}} \\ &= 331,8 \sqrt{1 + \frac{\theta}{273}} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \end{aligned} \quad (\text{Π28.14})$$

όπου θ η θερμοκρασία σε βαθμούς Κελσίου. Η Εξ. (Π28.14) μπορεί να γραφεί, με καλή προσέγγιση, με τη μορφή (οι δύο πρώτοι όροι του αναπτύγματος κατά Taylor):

$$v_\theta = v_0 + 0,606 \theta \quad \text{ή} \quad v_\theta = 331,8 + 0,606 \theta \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \quad (\text{Π28.15})$$

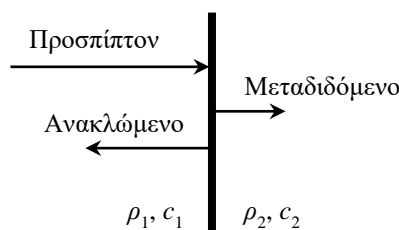
Π28.5. Ανάκλαση και διάδοση ακουστικών κυμάτων

Μπορεί να αποδειχθεί ότι, για επίπεδα ακουστικά κύματα, ο λόγος της ακουστικής πίεσης p σε ένα μέσο προς την ταχύτητα v των μορίων του μέσου είναι σταθερός και ισούται με το γινόμενο ρc , όπου ρ η πυκνότητα του μέσου και c η ταχύτητα του ήχου σε αυτό το μέσο. Δεδομένου ότι το γινόμενο ρc είναι ένας σταθερός αριθμός, προκύπτει ότι ο λόγος p/v είναι μια σταθερά του μέσου στο οποίο διαδίδεται το ακουστικό κύμα. Αυτή η σταθερά ονομάζεται **ακουστική αντίσταση** (κατ' αναλογία με την κυματική αντίσταση των γραμμών μεταφοράς του ηλεκτρικού σήματος) και συμβολίζεται με το γράμμα Z , δηλαδή ισχύει ότι

$$Z = \rho c. \quad (\text{Π28.16})$$

Η ακουστική αντίσταση παίζει σημαντικό ρόλο στα φαινόμενα ανάκλασης των ακουστικών κυμάτων και εκδηλώνεται εκεί όπου το κύμα συναντά μια διαχωριστική επιφάνεια δύο μέσων με διαφορετικές ακουστικές αντιστάσεις.

Θεωρούμε ένα επίπεδο ακουστικό κύμα που κινείται σε ένα μέσο με ακουστική αντίσταση $Z_1 = \rho_1 c_1$ και προσπίπτει κάθετα σε μια επιφάνεια που διαχωρίζει το πρώτο μέσο από ένα άλλο με διαφορετική ακουστική αντίσταση $Z_2 = \rho_2 c_2$, όπως φαίνεται στο Σχ. Π28.2.



Σχήμα Π28.2. Προσπίπτον, ανακλώμενο και μεταδιδόμενο ακουστικό κύμα σε μια διαχωριστική επιφάνεια μεταξύ δύο μέσων με διαφορετική ακουστική αντίσταση.

Ορίζουμε ως **συντελεστή ανάκλασης** τον λόγο των πλατών του ανακλώμενου κύματος προς του προσπίπτοντος. Η τιμή του εξαρτάται από τις ακουστικές αντιστάσεις των δύο μέσων και καθορίζεται από τις συνοριακές συνθήκες που επικρατούν στη διαχωριστική επιφάνεια, δηλαδή τη συνέχεια της ταχύτητας και της ακουστικής πίεσης στο σύνορο.

Αποδεικνύεται ότι για τον συντελεστή ανάκλασης της μετατόπισης R_y , ισχύει

$$R_y = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad (\text{Π28.17})$$

ενώ για τον συντελεστή ανάκλασης της ακουστικής πίεσης R_p

$$R_p = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2} \quad (\text{Π28.18})$$

Βλέπουμε, λοιπόν, ότι είναι καθοριστική η διαφορά των ακουστικών αντιστάσεων των δύο μέσων.

Ορίζουμε, αντίστοιχα, ως συντελεστή μετάδοσης τον λόγο των πλατών του μεταδιδόμενου προς του προσπίπτοντος κύματος, συνεπώς προκύπτει ότι για τους συντελεστές μετάδοσης της μετατόπισης T_y και της ακουστικής πίεσης T_p , ισχύει

$$T_y = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2} \quad (\text{Π28.19})$$

και

$$T_p = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad (\text{Π28.20})$$

Διαπιστώνουμε ότι αν $Z_1 < Z_2$ ο συντελεστής ανάκλασης της μετατόπισης έχει αρνητική τιμή, γεγονός που σημαίνει ότι οι ταλαντώσεις του προσπίπτοντος και του ανακλώμενου κύματος έχουν διαφορά φάσης 180° . Αντιθέτως, ο συντελεστής ανάκλασης της ακουστικής πίεσης έχει θετικό πρόσημο, επομένως οι ακουστικές πιέσεις των δύο κυμάτων βρίσκονται σε φάση, με άλλα λόγια ένα πύκνωμα ανακλάται και διαδίδεται προς τα πίσω ως πύκνωμα και ένα αραιώμα ως αραιώμα.

Ας υποθέσουμε ότι το πρώτο μέσο είναι ο ατμοσφαιρικός αέρας και το δεύτερο ορείχαλκος. Στους 20°C η ακουστική αντίσταση του αέρα είναι $Z_1 = \rho_1 c_1 = 1,20 \text{ kg/m}^3 \times 344 \text{ m/s} = 413 \text{ kg/m}^2 \cdot \text{s}$, ενώ του ορείχαλκου είναι $Z_2 = \rho_2 c_2 = 8500 \text{ kg/m}^3 \times 4700 \text{ m/s} = 3,995 \times 10^7 \text{ kg/m}^2 \cdot \text{s}$. Βλέπουμε δηλαδή ότι η Z_2 είναι $9,67 \times 10^4$ φορές μεγαλύτερη από τη Z_1 , επομένως μπορούμε να θεωρήσουμε ότι $Z_1 \ll Z_2$. Στην περίπτωση αυτή, η ανάκλαση του ήχου από την επιφάνεια του ορείχαλκου είναι σχεδόν απόλυτη, καθώς $R_y = -0,99998$ και $R_p = 0,99998$ [Εξ. (Π28.17) και (Π28.18)]. Το συμπέρασμα αυτό μπορεί να επεκταθεί για όλα τα στερεά σώματα, δεδομένου ότι η ακουστική τους αντίσταση είναι πολύ μεγαλύτερη από εκείνη του αέρα.

Π28.6. Ανάκλαση του ήχου από το ανοικτό άκρο του σωλήνα

Στο **κλειστό άκρο** του ηχητικού σωλήνα της άσκησης οι συντελεστές ανάκλασης των ηχητικών κυμάτων είναι **-1 για τη μετατόπιση και +1 για την πίεση**. Όταν το άκρο αυτό είναι ανοικτό, παρότι ο ήχος φαίνεται να κινείται στο ίδιο μέσο (αέρας), έχουμε και πάλι ανάκλαση, εξαιτίας της αλλαγής που υφίσταται η διάδοση του ήχου σε αυτό το άκρο. Όσο τα ηχητικά κύματα διαδίδονται μέσα στον σωλήνα, παραμένουν επίπεδα. Βγαίνοντας όμως από τον σωλήνα, τα επίπεδα κύματα αρχίζουν να καμπυλώνονται και να γίνονται σφαιρικά. Επειδή τα σφαιρικά κύματα διαχέονται προς όλες τις κατευθύνσεις, έξω από τον σωλήνα η ακουστική πίεση και η ένταση του ήχου εξασθενούν πολύ γρήγορα καθώς απομακρυνόμαστε από το ανοικτό άκρο. Μάλιστα, σε κάποια

απόσταση από αυτό, η ακουστική πίεση μειώνεται σε τέτοιον βαθμό ώστε να μπορεί να θεωρηθεί πρακτικά ίση με μηδέν, δηλαδή πέρα από αυτή την απόσταση ο ήχος δεν υφίσταται. (Γι' αυτό στα πνευστά μουσικά όργανα υπάρχουν στο ανοικτό άκρο διάφορες χοάνες και κώνοι, που αποσκοπούν στην αποτελεσματικότερη έξοδο του ήχου από αυτά. Σε έναν κοινό σωλήνα η έξοδος του ήχου από το ανοικτό άκρο είναι μικρή.)

Αντί να εξετάσουμε την καμπύλωση, τη διάχυση και την εξασθένιση του ήχου έξω από τον σωλήνα, μπορούμε να υποθέσουμε ότι σε κάποια απόσταση από το ανοικτό άκρο ο αέρας αντικαθίσταται από ένα άλλο αέριο, το οποίο έχει ακουστική αντίσταση πολύ μικρότερη από εκείνη του αέρα ($Z_2 \ll Z_1$). Έτσι, στο **ανοικτό άκρο** του σωλήνα, οι συντελεστές ανάκλασης **προσεγγίζουν το +1 για τη μετατόπιση και το -1 για την πίεση** [Εξ. (Π28.17) και (Π28.18)]. Με άλλα λόγια, όταν το κύμα φτάνει στο ανοικτό άκρο του σωλήνα, ένα πύκνωμα ανακλάται και διαδίδεται προς τα πίσω ως αραιώμα, ενώ ένα αραιώμα ανακλάται και διαδίδεται προς τα πίσω ως πύκνωμα.

Δεδομένου ότι στο ανοικτό άκρο ο ήχος κινείται και λίγο έξω από τον σωλήνα, τώρα θα πρέπει να ληφθεί υπόψη το **ακουστικό μήκος** L_α του σωλήνα, το οποίο είναι αυξημένο σε σχέση με το πραγματικό του μήκος L . Για έναν σωλήνα με ένα ανοικτό άκρο θεωρείται ότι

$$L_\alpha = L + 0,63R \quad (\text{Π28.21})$$

ενώ για έναν σωλήνα με δύο ανοικτά άκρα

$$L_\alpha = L + 2 \times 0,63R \quad (\text{Π28.22})$$

Τα φαινόμενα αυτά διαπιστώνονται και στα πειράματα με τους κρουστικούς ηχητικούς παλμούς (Σχ. 28.6 και 28.7), όπου επιπρόσθετα φαίνεται ότι ο ανακλώμενος παλμός από το ανοικτό άκρο του σωλήνα έχει σχεδόν το ίδιο πλάτος με εκείνο του παλμού που ανακλάται από τον ανακλαστήρα.

Π28.7. Φαινόμενα συντονισμού στον ηχητικό σωλήνα.

Στον ηχητικό σωλήνα παρατηρούνται φαινόμενα συντονισμού, όπου με τη λέξη συντονισμός αποδίδουμε την έντονη αντίδραση της στήλης του αέρα μέσα στον σωλήνα σε κάποια συχνότητα διέγερσης. Στον συντονισμό οι βασικές παράμετροι του ήχου (μετατόπιση, ταχύτητα, πίεση) μεγιστοποιούνται και αυξάνονται Q φορές, όπου Q είναι ο συντελεστής ποιότητας του ταλαντωτή.

Οι Εξ. (28.4)–(28.6) αναφέρονται σε ελεύθερες ταλαντώσεις χωρίς απώλειες, δηλαδή με $Q = \infty$, κάτι που δεν ισχύει στην περίπτωσή μας, όπου στον συντονισμό οι ταλαντώσεις είναι εξαναγκασμένες, με κάποιες απώλειες, ενώ ο Q είναι πεπερασμένος και, μάλιστα, σχετικά μικρός (της τάξης του 10).

Όταν $Q = \infty$, το πλάτος της ταλάντωσης είναι άπειρο, ο δεσμός μετατόπισης βρίσκεται πάνω στη μεμβράνη του μεγαφώνου και οι πειραματικές συχνότητες συντονισμού συμπίπτουν με τις θεωρητικά αναμενόμενες τιμές τους. Όταν όμως ο Q είναι μικρός, παρότι η μεμβράνη συμπεριφέρεται ως ένας κοινός ανακλαστήρας, ο δεσμός μετατόπισης δεν βρίσκεται ακριβώς πάνω της, αλλά λίγο δεξιότερα, εκεί όπου το πλάτος ταλάντωσης της (y_0) είναι Q φορές μικρότερο από τη μετατόπιση των μορίων στην κοιλία (Qy_0). Αυτό έχει ως αποτέλεσμα ο σωλήνας να συντονίζεται σε συχνότητα ελαφρώς υψηλότερη από τη θεωρητικά αναμενόμενη. Η διαφορά αυτή μεγαλώνει όσο μειώνεται ο Q και οι δύο τιμές συμπίπτουν μόνο στο όριο, δηλαδή όταν $Q = \infty$.