Άσκηση 30

Μέτρηση του συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας υλικών

30.1. Σκοπός

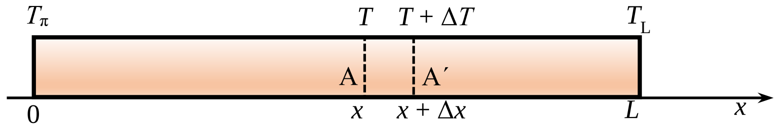
Στην άσκηση αυτή θα μετρηθεί ο συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας δύο στερεών σωμάτων, ενός καλού και ενός κακού αγωγού της θερμότητας, θα μετρηθεί η σταθερά χρόνου θέρμανσης μιας μεταλλικής ράβδου και θα προσδιοριστεί η κατανομή της θερμοκρασίας κατά μήκος της.

30.2. Γενικά

Μια κατηγορία φαινομένων με μεγάλο πρακτικό και επιστημονικό ενδιαφέρον αναφέρεται σε εκείνα που παρατηρούνται σε μακροσκοπικά συστήματα που δεν βρίσκονται σε κατάσταση ισορροπίας. Τα φαινόμενα αυτά μπορούν να χαρακτηρισθούν με τον γενικό όρο **φαινόμενα μεταφοράς**.

Η **θερμική αγωγιμότητα** είναι ένα παράδειγμα φαινομένου μεταφοράς και εκδηλώνεται εκεί όπου η θερμοκρασία ενός σώματος δεν είναι η ίδια σε όλα του τα σημεία. Σε μικροσκοπικό επίπεδο, η ροή θερμότητας συνδέεται με το γεγονός ότι σε ένα σώμα η ενέργεια ταλάντωσης των ατόμων (ή των μορίων) του γύρω από τις θέσεις ισορροπίας εξαρτάται άμεσα από τη θερμοκρασία. Αν, για κάποιον λόγο, η θερμοκρασία μιας περιοχής του σώματος είναι υψηλότερη απ' ό,τι στο υπόλοιπο σώμα, εξαιτίας της αλληλεπίδρασης των ατόμων η αυξημένη ενέργεια ταλάντωσης των ατόμων αυτών θα αρχίσει να μεταδίδεται στα γειτονικά άτομα, έως ότου εξισωθεί η θερμοκρασία σε όλη τη μάζα του υλικού. Μακροσκοπικά, η διάδοση της ενέργειας ταλάντωσης των ατόμων εκδηλώνεται ως ροή θερμότητας από τις θερμότερες προς τις ψυχρότερες περιοχές του σώματος, τείνοντας να εξισώσει τη θερμοκρασία όταν η θερμική ισορροπία του σώματος έχει διαταραχθεί.

Στα μέταλλα, η κίνηση των ελεύθερων ηλεκτρονίων δίνει έναν πρόσθετο μηχανισμό διάδοσης της θερμότητας. Τα ελεύθερα ηλεκτρόνια κινούνται ταχύτατα σε ολόκληρο τον όγκο του μετάλλου (τυπικά, ένα ελεύθερο ηλεκτρόνιο θα προσπεράσει μερικές εκατοντάδες άτομα πριν συγκρουσθεί), μεταφέροντας ενέργεια πολύ πιο αποτελεσματικά, με συνέπεια η θερμική αγωγιμότητα των μετάλλων να είναι δεκάδες ή και εκατοντάδες φορές μεγαλύτερη από εκείνη των διηλεκτρικών υλικών.



Σχήμα 30.1. Ράβδος, μήκους L, στην οποία διαδίδεται θερμική ροή κατά τη διεύθυνση x.

Για την ποσοτική περιγραφή του φαινομένου, θεωρούμε μια ομογενή ράβδο μήκους L, η οποία βρίσκεται πάνω στον άξονα x, με το ένα άκρο της ($x = 0$) να βρίσκεται στη θερμοκρασία περιβάλλοντος T_π και το άλλο ($x = L$) σε θερμοκρασία T_L (Σχ. 30.1). Η ράβδος έχει σταθερή εγκάρσια διατομή εμβαδού S. Έστω ότι έχουμε δύο επίπεδα Α και Α΄, κάθετα στον άξονα της ράβδου, που βρίσκονται στις θέσεις x και $x + \Delta x$, αντίστοιχα. Αν η θερμότητα ρέει μόνο στη διεύθυνση x, τα επίπεδα αυτά θα είναι επιφάνειες σταθερής θερμοκρασίας, έστω T και $T + \Delta T$, αντίστοιχα. Πειραματικά βρίσκεται ότι, για μικρά Δx, η ποσότητα θερμότητας Q που ρέει στη μονάδα του χρόνου από την επιφάνεια Α προς την Α΄ είναι ανάλογη του εμβαδού S και του λόγου $\Delta T/\Delta x$, δηλαδή

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = -\lambda S\, \frac{\Delta T}{\Delta x} \tag{30.1}$$

Το αρνητικό πρόσημο υποδηλώνει ότι η ροή της θερμότητας είναι αρνητική (προς τα αρνητικά x) όταν ο λόγος $\Delta T/\Delta x$ είναι θετικός, και αντιστρόφως. Ο συντελεστής λ χαρακτηρίζει το υλικό, ονομάζεται **συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας** και μπορεί να θεωρηθεί πρακτικά ανεξάρτητος της θερμοκρασίας για μικρές περιοχές θερμοκρασίας.

Στην οριακή περίπτωση μιας πλάκας απειροστού πάχους $\mathrm{d}x$, μεταξύ των άκρων της οποίας υπάρχει διαφορά θερμοκρασίας $\mathrm{d}T$, ισχύει ο **θεμελιώδης νόμος της θερμικής αγωγιμότητας**:

$$\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = -\lambda S\, \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x} \tag{30.2}$$

Το πηλίκο $\mathrm{d}T/\mathrm{d}x$ λέγεται **θερμοβαθμίδα** και εκφράζει τον τοπικό ρυθμό μεταβολής της θερμοκρασίας ανά μονάδα μήκους.

Υλικά με μεγάλο λ είναι καλοί αγωγοί της θερμότητας, ενώ αυτά με μικρό λ είναι κακής ποιότητας αγωγοί ή, αλλιώς, μονωτές. Στον Πίνακα Ι αναφέρονται οι τιμές του λ για μερικά υλικά, καθώς και η θερμική αγωγιμότητα του νικελίου σε διάφορες θερμοκρασίες.

Πίνακας Ι

Υλικό		λ (W/m·K)
Μεγάλης αγωγιμότητας	Χαλκός	390
	Αλουμίνιο	201
	Ορείχαλκος	110
	Σίδηρος	67
Μέσης αγωγιμότητας	Μάρμαρο	3,4
	Πυρίμαχο υλικό	1,7
	Γυαλί	0,8
Μονωτές	Αμίαντος	0,17
	Φελλός	0,04
	Μαλλί	0,02

Νικέλιο	
T (°C)	λ (W/m·K)
−173	127
20	92
100	83
300	68
500	62
700	58

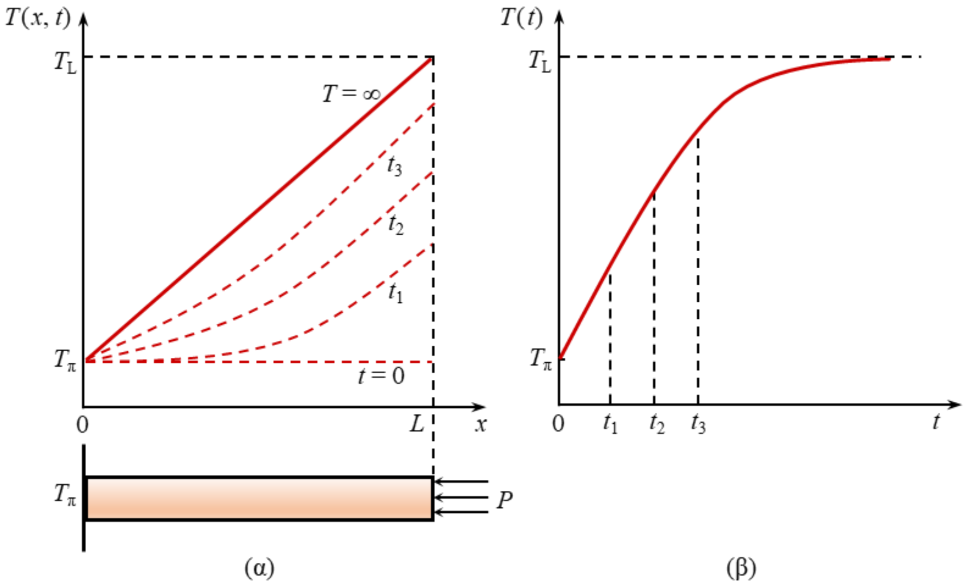
Σε κατάσταση θερμικής ισορροπίας η θερμοκρασία του σώματος είναι η ίδια σε όλα του τα σημεία. Όταν όμως η ισορροπία αυτή διαταράσσεται, διαμορφώνεται στο σώμα μια **κατανομή θερμοκρασίας**, η οποία εξαρτάται γενικώς από τον χρόνο και υπακούει στην εξίσωση αγωγιμότητας

$$\rho\, c\, \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + w \tag{30.3}$$

όπου w είναι η ισχύς (ανά μονάδα όγκου) των εσωτερικών πηγών θερμότητας, ρ η πυκνότητα και c η **ειδική θερμότητα** του υλικού. Στις περιπτώσεις όπου $w = 0$, όταν δηλαδή μέσα στο σώμα δεν υπάρχουν πηγές θερμότητας και η θερμότητα μπορεί να ρέει *μόνο* προς τη διεύθυνση *x*, η εξίσωση αγωγιμότητας απλοποιείται στη μονοδιάστατη μορφή:

$$\rho\, c\, \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda\, \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \tag{30.4}$$

Η γενική λύση $T(x,t)$ αυτής της εξίσωσης μπορεί να βρεθεί με τη χρήση των μεθόδων Fourier, αν είναι γνωστές οι συνοριακές και οι αρχικές συνθήκες του προβλήματος. Μια ποιοτική εικόνα για τις λύσεις αυτές μπορούμε να αποκομίσουμε εάν εξετάσουμε την περίπτωση της ράβδου, που είναι και η απλούστερη. Για τον σκοπό αυτό, ας θεωρήσουμε μια ομογενή ράβδο μήκους L και διατομής S. Έστω ότι το αριστερό της άκρο έχει μόνιμα τη θερμοκρασία περιβάλλοντος T_π. Έστω ακόμη ότι, τη χρονική στιγμή $t = 0$, η θερμική της ισορροπία διαταράσσεται και στο δεξιό της άκρο, με κάποιον τρόπο, αρχίζει να προσφέρεται *σταθερή* θερμική ισχύς P (Σχ. 30.2.α).



Σχήμα 30.2. Κατανομή της θερμοκρασίας σε μια ράβδο, μήκους L, το ένα άκρο της οποίας βρίσκεται στη θερμοκρασία περιβάλλοντος T_π, ενώ στο άλλο άκρο προσφέρεται *σταθερή* θερμική ισχύς P. (α) Κατανομή της θερμοκρασίας κατά μήκος της ράβδου για διάφορες χρονικές στιγμές. (β) Χρονική εξέλιξη της θερμοκρασίας του θερμαινόμενου άκρου της ράβδου ($x = L$).

Μετά την πάροδο αρκετού χρόνου θα επιτευχθεί μια μόνιμη κατάσταση, στην οποία η θερμοκρασία θα είναι ανεξάρτητη του χρόνου σε κάθε σημείο της ράβδου. Η ροή θερμότητας $\mathrm{d}Q/\mathrm{d}t$ θα έχει την ίδια τιμή σε όλα τα σημεία της ράβδου, επομένως (ή ισοδύναμα), σύμφωνα με την Εξ. (30.2), το πηλίκο $\mathrm{d}T/\mathrm{d}x$ θα είναι σταθερό. Στην κατάσταση αυτή, η θερμοκρασία μεταβάλλεται γραμμικά ως προς x και, αν τα δύο άκρα της ράβδου βρίσκονται στις θερμοκρασίες T_π (στο $x = 0$) και T_L (στο $x = L$), η κατανομή της θερμοκρασίας κατά μήκος της ράβδου θα είναι

$$T\,(x) = T_\pi + \frac{T_\mathrm{L} - T_\pi}{L}\, x \tag{30.5}$$

Εφόσον στη μόνιμη κατάσταση έχουμε κατά μήκος της ράβδου μια γραμμική κατανομή της θερμοκρασίας (Σχ. 30.2.α), η ράβδος απλώς άγει τη θερμότητα και δεν την απορροφά, κάτι που σημαίνει ότι η εισερχόμενη στη ράβδο ροή θερμότητας ισούται με την εξερχόμενη. Αντίθετα, στην αρχή της θέρμανσης, δηλαδή κατά τη μεταβατική περίοδο (διακεκομμένες καμπύλες στο Σχ. 30.2.α), μόνο ένα μέρος της θερμότητας ρέει προς τα ψυχρότερα μέρη της ράβδου, ενώ το υπόλοιπο απορροφάται από το υλικό της και προκαλεί αύξηση της θερμοκρασίας των τμημάτων της, έως ότου η κατανομή της θερμοκρασίας γίνει γραμμική.

Στο Σχ. 30.2.β δίνεται η χρονική εξέλιξη της θερμοκρασίας του θερμαινόμενου άκρου της ράβδου. Η μαθηματική ανάλυση του προβλήματος δείχνει ότι η άνοδος της θερμοκρασίας της ράβδου ακολουθεί μια εκθετική συνάρτηση, όμοια με αυτήν της φόρτισης ενός ηλεκτρικού πυκνωτή, και ότι για την αντίστοιχη **σταθερά χρόνου θέρμανσης** τ_0 ισχύει

$$\tau_0 \sim \frac{\rho\, c}{\lambda} L^2 \tag{30.6}$$

Αξίζει να τονιστεί ότι η σταθερά χρόνου θέρμανσης δεν εξαρτάται από τη διατομή της ράβδου, εξαρτάται όμως έντονα από το μήκος της. Ενδεικτικά αναφέρεται ότι η σταθερά χρόνου θέρμανσης μιας ράβδου από ορείχαλκο, μήκους 7 cm, είναι περίπου 100 s. Με άλλα λόγια, ακόμα και στα μέταλλα, η διάδοση της θερμότητας είναι μια σχετικά αργή διαδικασία.

30.3 Μέθοδος

30.3.1. Καλοί αγωγοί

Θεωρούμε μια ομογενή ράβδο, το ένα άκρο (το αριστερό) της οποίας είναι σε επαφή με ένα σώμα μεγάλης θερμοχωρητικότητας (πρακτικά σταθερής θερμοκρασίας, ίσης με τη θερμοκρασία του περιβάλλοντος), ενώ στο άλλο άκρο, μέσω ενός λαμπτήρα, παρέχεται *γνωστή* θερμική ροή P (Σχ. 30.2.α). Μετά το πέρας της μεταβατικής περιόδου, στη μόνιμη κατάσταση, θα διαμορφωθεί στη ράβδο μια γραμμική κατανομή θερμοκρασίας και, σύμφωνα με την Εξ. (30.1), θα ισχύει:

$$P = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = -\lambda\, S\, \frac{\Delta T}{L} \qquad \text{ή} \qquad \frac{\Delta T}{L} = -\frac{1}{\lambda\, S} P \tag{30.7}$$

όπου L είναι το μήκος της ράβδου, S η διατομή της και ΔT η διαφορά θερμοκρασίας μεταξύ των δύο άκρων της. Αν καταγραφεί το **μέτρο** της θερμοβαθμίδας $\Delta T/L$ συναρτήσει της P, θα προκύψει μια ευθεία, η κλίση της οποίας θα είναι

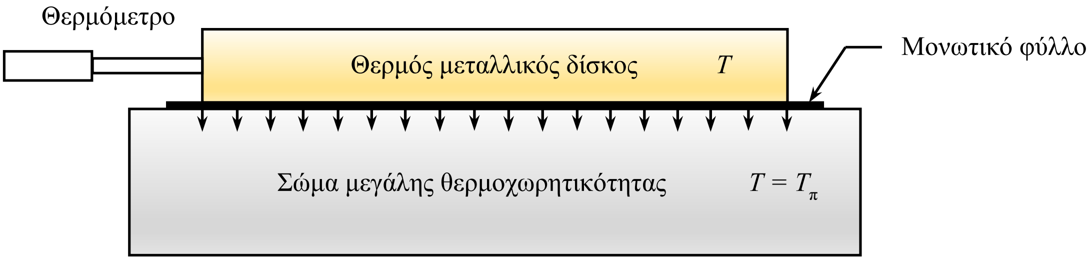
$$K = \frac{1}{\lambda\, S} \tag{30.8}$$

Συνεπώς, αν προσδιοριστεί πειραματικά η τιμή της κλίσης K, η τιμή του συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας λ του υλικού της ράβδου μπορεί να υπολογιστεί από τη σχέση

$$\lambda = \frac{1}{K\, S} \tag{30.9}$$

30.3.2. Κακοί αγωγοί (μονωτές)

Αντικείμενο της μελέτης εδώ είναι ένα μονωτικό υλικό με τη μορφή λεπτού φύλλου, το οποίο τοποθετείται πάνω σε ένα σώμα μεγάλης θερμοχωρητικότητας. Πάνω στο φύλλο τοποθετείται ένας θερμός μεταλλικός δίσκος, η θερμοκρασία του οποίου καταγράφεται συναρτήσει του χρόνου t (Σχ. 30.3). Ο δίσκος θα αρχίσει να ψύχεται και, στον βαθμό που ο δίσκος ψύχεται *μόνο μέσω του υλικού* που μελετούμε, προκύπτει ότι η θερμοκρασία του θα ακολουθήσει μια φθίνουσα εκθετική συνάρτηση, όμοια με εκείνη της ηλεκτρικής εκφόρτισης ενός πυκνωτή.



Σχήμα 30.3. Σχηματική απεικόνιση της μεθόδου για τον πειραματικό προσδιορισμό της θερμικής αγωγιμότητας κακών αγωγών της θερμότητας (μονωτών).

Πράγματι, η ολική θερμική ενέργεια $Q_{ολ}$ που μπορεί να χάσει ο δίσκος είναι

$$Q_{ολ} = m\,c\left(T_{αρχ} - T_{π}\right) \tag{30.10}$$

όπου mc είναι η θερμοχωρητικότητά του (m η μάζα του και c η ειδική του θερμότητα). Αν τη χρονική στιγμή t η θερμοκρασία του δίσκου είναι T, η τιμή της ενέργειας που έχει χάσει ο δίσκος θα είναι ίση με

$$Q = m\,c\,(T - T_{π}) \tag{30.11}$$

Παίρνοντας την παράγωγο της $Q(t)$ ως προς το χρόνο, έχουμε

$$\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = m\,c\,\frac{\mathrm{d}(T - T_{π})}{\mathrm{d}t} \tag{30.12}$$

Η θερμική ροή που διαπερνά το λεπτό φύλλο [Εξ. (30.2)] είναι

$$\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = -\lambda\,S\,\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x} = -\lambda\,S\,\frac{(T - T_{π})}{a} \tag{30.13}$$

όπου a είναι το πάχος του φύλλου και S το εμβαδόν του δίσκου.

Από τις Εξ. (30.12) και (30.13) έχουμε:

$$m\,c\,\frac{\mathrm{d}(T - T_{π})}{\mathrm{d}t} = -\lambda\,S\,\frac{(T - T_{π})}{a} \tag{30.14}$$

εξίσωση που μπορεί να γραφεί και ως

$$\frac{\mathrm{d}(T - T_{π})}{(T - T_{π})} = -\frac{\lambda\,S}{m\,c\,a}\,\mathrm{d}t \tag{30.15}$$

Με την ολοκλήρωση της τελευταίας εξίσωσης, παίρνουμε τελικά

$$\ln(T - T_{π}) = -\frac{\lambda\,S}{m\,c\,a}\,t + \text{σταθ.} \tag{30.16}$$

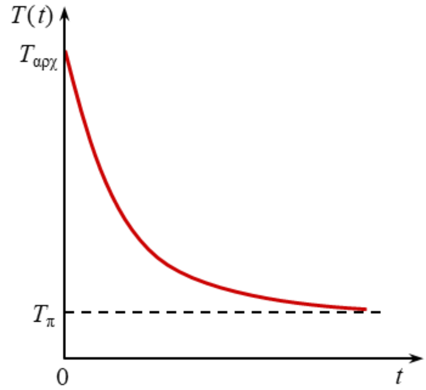
Επειδή στην αρχή (t = 0) έχουμε $T(t = 0) = T_{αρχ}$, βρίσκουμε ότι σταθ. = ln ($T_{αρχ} - T_{π}$), επομένως

$$\ln(T - T_{π}) = -\frac{\lambda\,S}{m\,c\,a}\,t + \ln\left(T_{αρχ} - T_{π}\right) \tag{30.17}$$

από την οποία τελικά προκύπτει ότι

$$T = T_{π} + \left(T_{αρχ} - T_{π}\right)\,\mathrm{e}^{-\frac{\lambda S}{mca}t} \tag{30.18}$$

Όπως βλέπουμε, η θερμοκρασία του δίσκου μειώνεται εκθετικά με τον χρόνο, τείνοντας στη θερμοκρασία περιβάλλοντος T_π (Σχ. 30.4).



Σχήμα 30.4. Μεταβολή της θερμοκρασίας του μεταλλικού δίσκου του Σχ. 30.3 με τον χρόνο.

Έτσι, αν μετρηθεί η θερμοκρασία T του δίσκου συναρτήσει του χρόνου t και στη συνέχεια σχεδιαστεί το ln $(T - T_\pi)$ ως συνάρτηση του t, θα βρεθεί, σύμφωνα με την Εξ. (30.17), μια ευθεία, η κλίση K της οποίας θα είναι:

$$K = -\frac{\lambda S}{m c a} \qquad (30.19)$$

Αν προσδιοριστεί πειραματικά η κλίση K της ευθείας, η τιμή του συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας λ του υλικού του μονωτικού φύλλου μπορεί να υπολογιστεί από τη σχέση:

$$\lambda = (-K)\,\frac{m c a}{S} \qquad (30.20)$$

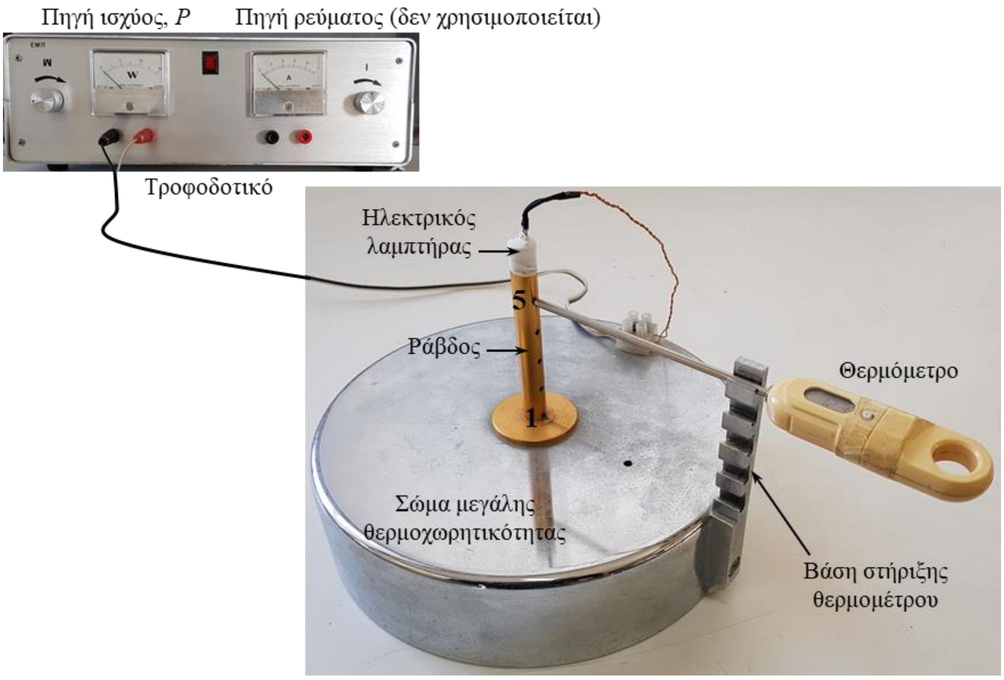
εφόσον τα m, c και a είναι γνωστά.

30.4. Πειραματική διάταξη

Στην πειραματική διάταξη χρησιμοποιείται ένα σώμα μεγάλης θερμοχωρητικότητας, με μάζα M = 15 kg. Η διάταξη περιλαμβάνει ακόμα:

30.4.1. Για τη μέτρηση του λ καλών αγωγών

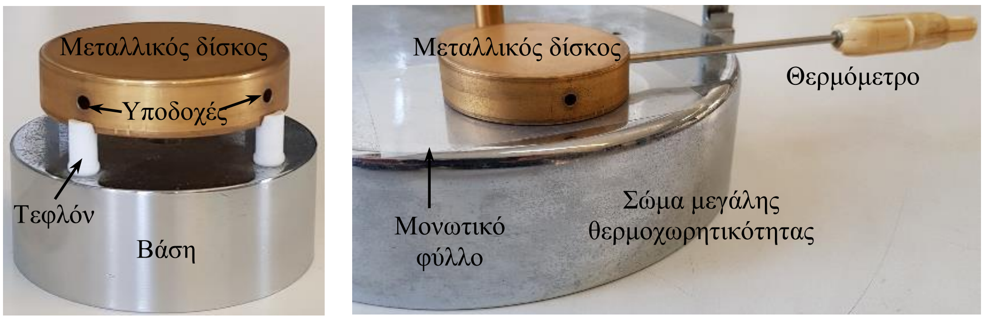
- Μία μεταλλική ράβδο από ορείχαλκο. Το ένα της άκρο είναι σε επαφή με το παραπάνω σώμα, ενώ στο άλλο είναι ενσωματωμένος ένας ηλεκτρικός λαμπτήρας, ο οποίος δρα ως πηγή θερμότητας (Σχ. 30.5). Η διάμετρος και το μήκος της ράβδου είναι 11,0 ± 0,1 mm και 70,0 mm, αντίστοιχα. Κατά μήκος της ράβδου υπάρχουν 5 αβαθείς υποδοχές, οι οποίες απέχουν μεταξύ τους 15,0 ± 0,1 mm, με προορισμό τη βελτίωση της θερμικής επαφής του θερμομέτρου με τη ράβδο. Η πρώτη υποδοχή (1) απέχει 5 mm από την επιφάνεια του σώματος μεγάλης μάζας.
- Ένα τροφοδοτικό με δύο σταθεροποιημένες πηγές: μία πηγή ρεύματος, η οποία δεν χρησιμοποιείται στην άσκηση αυτή, και μία πηγή ρυθμιζόμενης ισχύος. Ο μετρητής της πηγής αυτής δείχνει απευθείας την παρεχόμενη στο λαμπτήρα ισχύ $P = UI$, όπου U είναι η τάση στον λαμπτήρα και I το ρεύμα που τον διαρρέει. Η ισχύς P μπορεί να μεταβάλλεται από 0 έως 15 W.



Σχήμα 30.5. Η πειραματική διάταξη για τη μελέτη της θερμικής αγωγιμότητας μιας μεταλλικής ράβδου.

- Ένα ψηφιακό θερμόμετρο για τη μέτρηση της θερμοκρασίας της ράβδου στα πέντε της σημεία. Η διακριτική του ικανότητα είναι 0,1 °C, όμως η τιμή της θερμοκρασίας μετριέται με σφάλμα 0,5 °C. Για τη διευκόλυνση των μετρήσεων, στο πλάι του μεγάλου σώματος είναι στερεωμένη η βάση στήριξης του θερμομέτρου. Η θερμική αδράνεια του θερμομέτρου είναι περίπου 30 s.
- Ένα ψηφιακό χρονόμετρο χειρός (δεν απεικονίζεται).

30.4.2. Για τη μέτρηση του λ κακών αγωγών (μονωτών)



(α) (β)

Σχήμα 30.6. Η πειραματική διάταξη για τη μελέτη της θερμικής αγωγιμότητας μονωτικού φύλλου. (Βλ. και Σχ. 30.3.)

- Έναν μεταλλικό δίσκο, με διάμετρο 59,0 ± 0,3 mm. Ο δίσκος θερμαίνεται πάνω στη βάση του και στηρίζεται σε τέσσερις μονωτές από τεφλόν (Σχ. 30.6.α). Ο δίσκος έχει δύο υποδοχές, μία αβαθή (~ 1,5 cm), η οποία προορίζεται για την υποδοχή του θερμομέτρου, και μία βαθιά (~ 5 cm), για την υποδοχή του θερμαντήρα.

  ΠΡΟΣΟΧΗ: *Τυχόν ανταλλαγή των υποδοχών μπορεί να προκαλέσει την υπερθέρμανση και την καταστροφή του θερμαντήρα.*

- Έναν ηλεκτρικό θερμαντήρα για τη θέρμανση του μεταλλικού δίσκου (δεν απεικονίζεται).
- Ένα λεπτό μονωτικό φύλλο από το υπό μελέτη υλικό (Σχ. 30.6.β), το πάχος του οποίου είναι $a = 0{,}100 \pm 0{,}005$ mm.
- Ένα ψηφιακό θερμόμετρο για τη μέτρηση της θερμοκρασίας του μεταλλικού δίσκου.
- Ένα ψηφιακό χρονόμετρο χειρός (δεν απεικονίζεται).
- Έναν ψηφιακό ζυγό (δεν απεικονίζεται).

Βιβλιογραφία

1. M. Alonso, E. J. Finn, *Θεμελιώδης Πανεπιστημιακή Φυσική,* Τόμος I: *Μηχανική και Θερμοδυναμική* (Αθήνα, 1981), 15.1, 15.3.
2. H. D. Young, R. A. Freedman, *Πανεπιστημιακή Φυσική με Σύγχρονη Φυσική*, Τόμος Α: *Μηχανική – Κύματα – Θερμοδυναμική* (Αθήνα, ^{4}2022), 17.1, 17.5, 17.7.
3. D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, *Φυσική: Βασικές αρχές*, Τόμος Α: *Μηχανική – Κύματα – Θερμοδυναμική* (Αθήνα, 2021), 18.1, 18.4, 18.6.
4. ΕΜΠ, Τομέας Φυσικής, ΣΕΜΦΕ, *Εργαστηριακές Ασκήσεις Φυσικής*, Τόμος II (Αθήνα, 2011), σ. 153-168.

30.5. Εκτέλεση

30.5.1. Μέτρηση της σταθεράς χρόνου θέρμανσης της ράβδου

1. Τοποθετήστε το θερμόμετρο στην υποδοχή 5 της ράβδου, όπως φαίνεται στο Σχ. 30.5.

2. Πριν θέσετε σε λειτουργία το τροφοδοτικό, βεβαιωθείτε ότι είναι ρυθμισμένο στο μηδέν, δηλαδή ότι το κουμπί ρύθμισης βρίσκεται στη θέση τέρμα αριστερά. Θέστε σε λειτουργία το τροφοδοτικό και εφαρμόστε ισχύ 3,0 W στην πηγή ισχύος.

3. Καταγράψτε τη χρονική εξέλιξη της θερμοκρασίας ανά 30 s επί 5 min. Καταχωρήστε τις μετρήσεις σας στον Πίνακα II.

30.5.2. Μέτρηση του συντελεστή λ του υλικού της ράβδου (ορειχάλκου)

1. Καθώς η πηγή ισχύος είναι ακόμα ρυθμισμένη στα 3,0 W, μετρήστε τις θερμοκρασίες T_1 και T_5 στις δύο ακραίες υποδοχές της ράβδου. Οι υποδοχές αυτές απέχουν μεταξύ τους απόσταση $L = 6{,}00 \pm 0{,}02$ cm.

2. Επαναλάβατε το βήμα 1 για 6,0, 9,0, 12,0 και 15,0 W, περιμένοντας κάθε φορά 5 λεπτά για να αποκατασταθεί η μόνιμη κατάσταση στη ράβδο, και καταγράψτε τις μετρήσεις σας στον Πίνακα III.

30.5.3. Εύρεση της κατανομής της θερμοκρασίας κατά μήκος της ράβδου στη μόνιμη κατάσταση

Αμέσως μετά το τέλος του τελευταίου βήματος του προηγούμενου πειράματος, καθώς η εφαρμοζόμενη ισχύς είναι 15,0 W, μετρήστε τη θερμοκρασία και στα ενδιάμεσα τρία σημεία της ράβδου, όπου υπάρχουν οι αντίστοιχες υποδοχές. Καταγράψτε τις μετρήσεις σας στον Πίνακα IV. (Η θέση $x = 0$ αντιστοιχεί στη βάση της ράβδου.)

Πίνακας II

(P = 3,0 W)

t (s)	T_5 (t) (°C)
0	
30	
60	
…	
300	

Πίνακας III

P (W)	T_1 (°C)	T_5 (°C)	$(T_5 - T_1)/L$ (°C/m)
3,0			
6,0			
9,0			
12,0			
15,0			

Πίνακας IV

(P = 15,0 W)

x (cm)	T (x) (°C)
0,5	
2,0	
3,5	
5,0	
6,5	

30.5.4. Μέτρηση του συντελεστή λ κακού αγωγού θερμότητας.

1. Μετρήστε τη μάζα m του μεταλλικού δίσκου, χρησιμοποιώντας τον ζυγό της άσκησης.

2. Τοποθετήστε το θερμόμετρο και τον ηλεκτρικό θερμαντήρα στις αντίστοιχες υποδοχές του μεταλλικού δίσκου, καθώς αυτός βρίσκεται πάνω στη βάση του (Σχ. 30.6.α). Ο θερμαντήρας πρέπει να εισάγεται στη βαθιά υποδοχή, όπου εισχωρεί στον δίσκο σχεδόν σε όλο του το μήκος. Θέστε σε λειτουργία τον θερμαντήρα και όταν η θερμοκρασία του δίσκου φθάσει περίπου τους 75 °C σβήστε την τροφοδοσία του και τοποθετήστε τον, **σβηστό**, στην ειδική βάση του.

3. Με τη βοήθεια του θερμομέτρου, καταγράψτε τη χρονική μεταβολή της θερμοκρασίας του δίσκου (που οφείλεται στην απώλεια θερμότητας προς τον περιβάλλοντα αέρα) ανά 30 s επί 3 min. Καταχωρήστε τις μετρήσεις σας στον Πίνακα V.

4. Αμέσως μετά, τοποθετήστε το φύλλο του μονωτικού υλικού πάνω στο σώμα μεγάλης θερμοχωρητικότητας και, στη συνέχεια, τοποθετήστε γρήγορα τον θερμό δίσκο πάνω στο φύλλο (Σχ. 30.6.β).

ΠΡΟΣΟΧΗ: *Ο δίσκος θα είναι ιδιαίτερα θερμός*.

5. Καταγράψτε τη χρονική μεταβολή της θερμοκρασίας του ανά 30 s επί 6 min. Καταχωρήστε τις μετρήσεις σας στον Πίνακα VI.

6. Μετρήστε τη θερμοκρασία του περιβάλλοντος T_π, εισάγοντας το θερμόμετρο στην υποδοχή που υπάρχει στο σώμα μεγάλης θερμοχωρητικότητας.

Πίνακας V

t (s)	T (t) (°C)
0	
30	
60	
…	
180	

Πίνακας VI

t (s)	T (t) (°C)	$\ln(T - T_\pi)$
0		
30		
60		
…		
360		

30.6. Επεξεργασία των μετρήσεων

30.6.1. Προσδιορισμός της σταθεράς χρόνου θέρμανσης της μεταλλικής ράβδου.

1. Από τα ζεύγη τιμών του Πίνακα ΙΙ, σχεδιάστε τη γραφική παράσταση της θερμοκρασίας του θερμαινόμενου άκρου της ράβδου συναρτήσει του χρόνου. Από την καμπύλη που προκύπτει, προσδιορίστε τη σταθερά χρόνου θέρμανσης της ράβδου τ_0, λαμβάνοντας υπόψη ότι σε χρόνο τ_0 η θερμοκρασία φθάνει στο 63 % της μεγίστης μεταβολής της. Καταγράψτε την τιμή της τ_0 με λογικό αριθμό σημαντικών ψηφίων, χωρίς να υπολογίσετε το σφάλμα της.

2. Υπολογίστε τη σταθερά χρόνου θέρμανσης της ράβδου για την περίπτωση που το μήκος της θα ήταν 7 φορές μεγαλύτερο (49 cm). Πόση ώρα διαρκεί η μεταβατική περίοδος (~ $5\tau_0$) μιας τέτοιας ράβδου;

30.6.2. Προσδιορισμός του συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας λ του υλικού της ράβδου (ορειχάλκου)

1. Από τα δεδομένα του Πίνακα ΙΙΙ, υπολογίστε, για κάθε τιμή της παρεχόμενης ισχύος P την αντίστοιχη θερμοβαθμίδα $(T_5 - T_1)/L$ και ακολούθως σχεδιάστε τη γραφική παράσταση της θερμοβαθμίδας συναρτήσει της P.

2. Υπολογίστε την κλίση K της ευθείας που προκύπτει, καθώς και το σφάλμα της δK.

3. Από την Εξ. (30.9), υπολογίστε τον συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας $\lambda \pm \delta\lambda$ του ορειχάλκου.

30.6.3. Εύρεση της κατανομής της θερμοκρασίας κατά μήκος της ράβδου στη μόνιμη κατάσταση

Από τα ζεύγη τιμών του Πίνακα IV, σχεδιάστε τη γραφική παράσταση της θερμοκρασίας T συναρτήσει της θέσης x. Η καμπύλη που προκύπτει εκφράζει την κατανομή της θερμοκρασίας κατά μήκος της ράβδου όπως αυτή διαμορφώνεται στη μόνιμη κατάσταση. Τι διαπιστώνετε;

30.6.4. Προσδιορισμός του συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας λ του μονωτικού φύλλου

1. Από τα δεδομένα των Πινάκων V και VI, σχεδιάστε, στο *ίδιο* διάγραμμα, τις δύο καμπύλες των θερμοκρασιών ως συνάρτηση του χρόνου (η πρώτη οφείλεται στην απώλεια θερμότητας προς τον περιβάλλοντα αέρα και η δεύτερη μέσω του μονωτικού φύλλου). Διαπιστώστε τη μικρή απώλεια θερμότητας προς το περιβάλλον.

2. Από τα δεδομένα του Πίνακα VI, υπολογίστε τις τιμές του $\ln(T - T_\pi)$. Σημειώστε ότι οι λογάριθμοι που υπολογίζονται είναι οι φυσικοί.

3. Σχεδιάστε τη μεταβολή του $\ln(T - T_\pi)$ ως συνάρτηση του χρόνου t.

4. Υπολογίστε την κλίση K της ευθείας που προκύπτει, καθώς και το σφάλμα της δK.

5. Από την Εξ. (30.20), υπολογίστε τον συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας $\lambda \pm \delta\lambda$ του μονωτικού φύλλου.

Σημείωση: Η ειδική θερμότητα του ορειχάλκου είναι $c = 370\ \mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$.