

Άσκηση 34

Περίθλαση ηλεκτρονίων

34.1. Σκοπός

Στην άσκηση αυτή θα ελεγχθεί πειραματικά η υπόθεση de Broglie για τα υλικά κύματα, παρατηρώντας και μελετώντας την περίθλαση των ηλεκτρονίων καθώς αυτά διέρχονται από ένα πολύ λεπτό φύλλο πολυκρυσταλλικού γραφίτη, του οποίου θα μετρηθούν οι δύο βασικές κρυσταλλογραφικές σταθερές.

34.2. Γενικά

Το 1924, ο γάλλος φυσικός Louis de Broglie, με αφορμή την παρατήρηση του δυαδικού χαρακτήρα του φωτός, που συμπεριφέρεται άλλοτε ως κύμα (φαινόμενο περίθλασης) και άλλοτε ως σωματίδιο ή φωτόνιο (φωτοηλεκτρικό φαινόμενο), προέβλεψε ότι η αρχή της δυαδικότητας του φωτός εκτείνεται και στα υλικά σωματίδια.

34.2.1. Η υπόθεση de Broglie για τα υλικά κύματα

Σύμφωνα με την υπόθεση de Broglie, κάθε κινούμενο σωματίδιο σχετίζεται με ένα επίπεδο κύμα, του οποίου το μήκος κύματος είναι

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad (34.1)$$

όπου h είναι η σταθερά του Planck και p η ορμή του σωματιδίου.

Ο de Broglie επέκτεινε στα σωματίδια τις μαθηματικές σχέσεις που συνδέουν τις κυματικές με τις σωματιδιακές ιδιότητες των φωτονίων:

$$E = hf \quad \text{ή} \quad E = \hbar\omega \quad \text{και} \quad \lambda = \frac{h}{p} \quad \text{ή} \quad p = \hbar k \quad (34.2)$$

όπου $\omega = 2\pi f$, $\hbar = h/2\pi$ και $k = 2\pi/\lambda$.

Αν θεωρήσουμε μια δέσμη ηλεκτρονίων, το καθένα με μάζα m_e , που κινούνται ευθύγραμμα, επιταχυνόμενα αρχικά από μια διαφορά δυναμικού U , η κινητική ενέργεια δίνεται από τη σχέση

$$E_k = eU \quad (34.3)$$

όπου e το φορτίο του ηλεκτρονίου. Αν η κινητική ενέργεια του κάθε ηλεκτρονίου είναι 100 eV, τότε το αντίστοιχο μήκος κύματος de Broglie είναι

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2m_e E_k}} = \frac{h}{\sqrt{2m_e eU}} = \frac{12,25}{\sqrt{U}} \times 10^{-8} \text{ cm} = \frac{12,25}{\sqrt{U}} \text{ \AA} \approx 1 \text{ \AA} \quad (34.4)$$

που είναι της τάξης μεγέθους των ενδοατομικών αποστάσεων ενός κρυστάλλου. Βλέπουμε λοιπόν ότι ένας κρύσταλλος με ενδοατομικές αποστάσεις $\sim 1 \text{ \AA}$ μπορεί να παίζει τον ρόλο του τριδιάστατου οπτικού φράγματος για μια δέσμη ηλεκτρονίων ενέργειας 100 eV, καθώς το μήκος κύματος μιας τέτοιας δέσμης είναι συγκρίσιμο με τις αποστάσεις μεταξύ των κρυσταλλικών επιπέδων του. Επομένως, έχουμε ευνοϊκές συνθήκες για την εκδήλωση κυματικών φαινομένων στα σωματίδια, όταν ένας τέτοιος κρύσταλλος βομβαρδίζεται με μια δέσμη ηλεκτρονίων, οι ενέργειες των οποίων είναι της τάξης των 100-1000 eV ($\lambda \approx 1-0,3 \text{ \AA}$).

Η περίθλαση ηλεκτρονίων μπορεί να παρατηρηθεί σε δύο κατηγορίες πειραμάτων: στα πειράματα διέλευσης και στα πειράματα ανάκλασης. Και στις δύο κατηγορίες, όλες οι έννοιες και το θεωρητικό υπόβαθρο βασίζονται στην περίθλαση ακτινών X από κρυσταλλικά και πολυκρυσταλλικά δοκίμια, που προηγήθηκε ιστορικά και παρουσιάζεται σύντομα και περιγραφικά στο Παράρτημα (Π34), στο τέλος της άσκησης.

Το πείραμα της παρούσας άσκησης ανήκει στην κατηγορία των πειραμάτων διέλευσης, όπου μια δέσμη ηλεκτρονίων, η ενέργεια των οποίων είναι μερικές χιλιάδες eV, διαπερνά ένα λεπτό υμένιο από πολυκρυσταλλικό γραφίτη, το πάχος του οποίου είναι περίπου 200 Å. Αφού η δέσμη διαπεράσει το υμένιο, προσκρούει σε μια οθόνη που φθορίζει όταν βομβαρδίζεται με ηλεκτρόνια. Η εικόνα που παρατηρείται στην οθόνη είναι ένα έντονο φωτεινό σημείο, που βρίσκεται στην προέκταση της δέσμης, και, γύρω από αυτό, μερικοί ομόκεντροι κύκλοι, η ένταση των οποίων φθίνει καθώς η διάμετρός τους αυξάνεται.

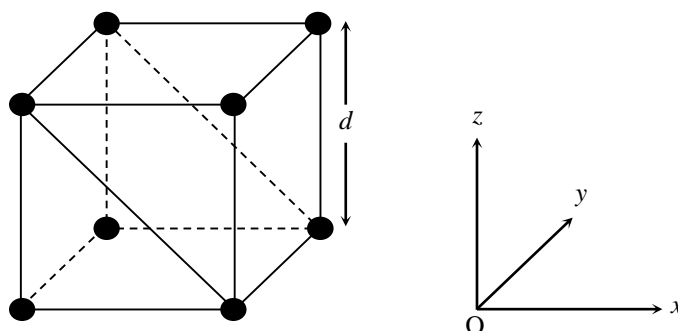
Για λόγους καλύτερης εποπτείας του φαινομένου, θα εξετάσουμε πρώτα την περίθλαση ακτινών X από πολυκρυσταλλικά δοκίμια που, ως πείραμα, ανήκει επίσης στην κατηγορία των πειραμάτων διέλευσης.

34.2.2. Περίθλαση των ακτινών X από πολυκρυσταλλικά δοκίμια

Ένα πολυκρυσταλλικό δοκίμιο αποτελείται από μεγάλο πλήθος τυχαία προσανατολισμένων πολλών μικρών κρυστάλλων ($\approx 1 \mu\text{m}$), στο οποίο η ανάλυση του αποτυπώματος περίθλασης είναι περιπλοκότερη απ' ό,τι στους κρυστάλλους. Επομένως κρίνεται σκόπιμο να αναλυθούν πρώτα οι όροι περίθλασης από τους λεγόμενους *μονοκρυστάλλους* (κρύσταλλοι μεγάλων διαστάσεων, της τάξης του 1 cm^3) και στη συνέχεια να εξεταστούν οι όποιες διαφοροποιήσεις δημιουργούνται στα πολυκρυσταλλικά δοκίμια. Για τον σκοπό αυτό είναι πολύ χρήσιμη η έννοια του **κρυσταλλικού επιπέδου**.

34.2.2.1. Κρυσταλλικά επίπεδα

Στο Σχ. 34.1 δίνονται οι θέσεις των ατόμων στην κυψελίδα ενός κρυστάλλου κυβικού τύπου.



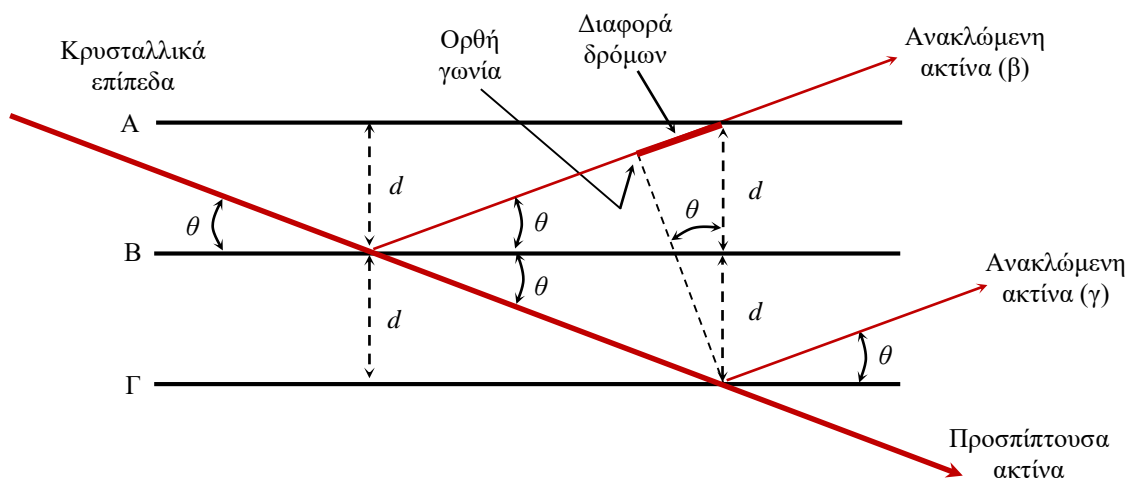
Σχήμα 34.1. Κρυσταλλικά επίπεδα κυβικού κρυστάλλου.

Εξ ορισμού, κρυσταλλικό (πλεγματικό) επίπεδο του κρυστάλλου ονομάζεται κάθε επίπεδο στην επιφάνεια του οποίου είναι «καρφωμένα» τα άτομα. Τα επίπεδα αυτά είναι πολλά. Στο Σχ. 34.1, κρυσταλλικά επίπεδά είναι τα επίπεδα Oxy, Oyz, Ozx και όλα τα παράλληλα προς αυτά που απέχουν κατά $d, 2d, 3d, 4d$ κ.λπ. Κρυσταλλικό επίπεδο είναι και το διαγώνιο που έχει σχεδιαστεί στο σχήμα. Βλέπουμε ότι το διαγώνιο επίπεδο έχει μικρότερη πυκνότητα ατόμων, με απόσταση μεταξύ επιπέδων ίση με $d\sqrt{2}$.

34.2.2.2. Ιδιότητες των κρυσταλλικών επιπέδων – Συνθήκη Bragg

Στην ανάλυση των τρισδιάστατων φραγμάτων θεωρείται ότι κάθε άτομο του κρυστάλλου σκεδάζει την προσπίπτουσα ακτινοβολία. Η σκεδαζόμενη ακτίνα συμβάλλει με τη σειρά της ενισχυτικά με τις σκεδαζόμενες από άλλα άτομα ακτίνες, οπότε δημιουργείται το αποτύπωμα της περίθλασης σε μια οθόνη (βλ. Π34.1).

Διαφορετική γλώσσα χρησιμοποιείται όταν γίνεται χρήση της έννοιας του κρυσταλλικού επιπέδου. Πρώτα απ' όλα, στο κρυσταλλικό επίπεδο προσδίδεται η ιδιότητα ενός ημιδιαφανούς οπτικού κατόπτρου, κάτι που σημαίνει ότι η γωνία ανάκλασης ισούται με τη γωνία πρόσπτωσης, ο συντελεστής ανάκλασης είναι σταθερό ποσοστό κ.λπ. Στο μοντέλο αυτό (Σχ. 34.2), η ακτινοβολία X προσπίπτει, υπό γωνία θ , στα παράλληλα κρυσταλλικά επίπεδα A, B και Γ (αρκούν τρία για την ανάλυση). Θεωρούμε ακόμη ότι η απόσταση μεταξύ των επιπέδων είναι d .



Σχήμα 34.2. Η περίθλαση κατά Bragg.

Τότε μπορούμε εύκολα να δούμε ότι:

- Η ανακλώμενη και η προσπίπτουσα ακτίνα σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία 2θ .
- Οι ανακλώμενες ακτίνες, (β) και (γ), συμβάλουν ενισχυτικά όταν η διαφορά δρόμων είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του μήκους κύματος λ της προσπίπτουσας ακτινοβολίας. Από το Σχ. 34.2 προκύπτει ότι η διαφορά δρόμων των δύο ακτινών είναι $2d \sin \theta$. Επομένως, οι δύο ανακλώμενες ακτίνες συμβάλουν ενισχυτικά όταν ισχύει η λεγόμενη **συνθήκη Bragg**:

$$2d \sin \theta = n\lambda \quad (34.5)$$

όπου $n = 1, 2, 3, 4, \dots$ είναι η τάξη περίθλασης.

34.2.2.3. Πολυκρυσταλλικά δοκίμια – Μέθοδος Debye-Scherrer

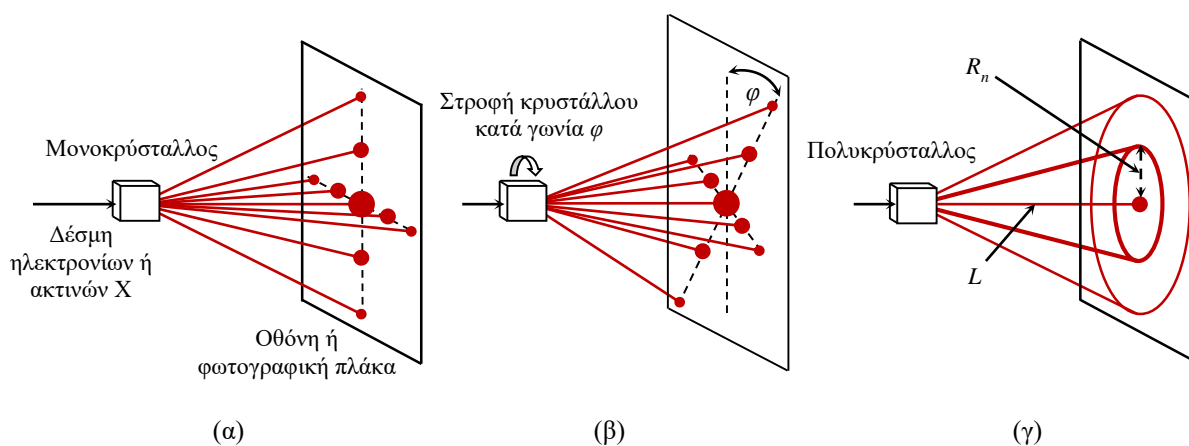
Γενικά, ανάλογα με το φάσμα των ακτινών X, τρεις είναι οι μέθοδοι που χρησιμοποιούνται στην κρυσταλλογραφία των υλικών:

- η μέθοδος «μονοκρυστάλλου και λευκού φωτός»,
- η μέθοδος «περιστρεφόμενου μονοκρυστάλλου και μονοχρωματικού φωτός»,
- η μέθοδος «κρυσταλλικής σκόνης και μονοχρωματικού φωτός», η οποία αποκαλείται συχνά και μέθοδος «Debye-Scherrer».

Για να μετρηθούν οι κρυσταλλογραφικές παράμετροι του κρυστάλλου με την πρώτη και τη δεύτερη μέθοδο είναι απαραίτητο να δημιουργηθεί από το υλικό ένας μεγάλος ($\approx 1 \text{ cm}^3$) κρύσταλλος υψηλής καθαρότητας, ο λεγόμενος *μονοκρύσταλλος*, ο οποίος είναι συχνά δυσέρετος, έχει μεγάλο κόστος και σε μερικά υλικά είναι πολύ δύσκολο ή ακόμη και αδύνατο να δημιουργηθεί με την τρέχουσα τεχνολογία.

Τα προβλήματα αυτά αντιμετωπίζονται στην τρίτη μέθοδο, η οποία προτάθηκε από τους Debye και Scherrer το 1916 και αναφέρεται στην περίθλαση ακτίνων X από πολυκρυσταλλικά δοκίμια, για τη μέτρηση των αποστάσεων μεταξύ των κρυσταλλικών επιπέδων. Η μέθοδος **Debye-Scherrer** συνίσταται στη χρησιμοποίηση κρυσταλλικής σκόνης ή πολυκρυστάλλου και *μονοχρωματικών ακτίνων X*, το μήκος κύματος των οποίων είναι γνωστό με *μεγάλη ακρίβεια*.

Για να κατανοήσουμε πώς δημιουργείται η εικόνα περίθλασης από ένα πολυκρυσταλλικό υλικό, καταφεύγουμε στο Σχ. 34.3. Αν στη θέση του δοχείου με τη σκόνη ή του πολυκρυστάλλου βρισκόταν ένας μονοκρύσταλλος, τότε το αποτύπωμα στην οθόνη (ή τη φωτογραφική πλάκα) θα ήταν κουκίδες σε καθορισμένες θέσεις (Σχ. 34.3.α). Η στροφή ολόκληρου του κρυστάλλου κατά γωνία φ γύρω από τον άξονα της προσπίπτουσας δέσμης, επιφέρει στροφή και του αποτυπώματος της περίθλασης, επίσης κατά γωνία φ (Σχ. 34.3.β). Όταν όμως οι ακτίνες X διαπερνούν δοχείο με τυχαία προσανατολισμένους μικρόκοκκους κρυστάλλων ή έναν πολυκρύσταλλο, τότε στην οθόνη αποτυπώνεται, αντί για κουκίδες, η χαρακτηριστική εικόνα ομόκεντρων κύκλων (Σχ. 34.3.γ), η διάμετρος των οποίων εξαρτάται από τη γωνία περίθλασης κατά Bragg, θ , την απόσταση d μεταξύ των κρυσταλλικών επιπέδων, την τάξη περίθλασης n και την απόσταση L μεταξύ της οθόνης και του πολυκρυστάλλου ή του δοχείου με τη σκόνη.



Σχήμα 34.3. (α) Εικόνα περίθλασης από μονοκρύσταλλο (Μέθοδος Laue). (β) Εικόνα περίθλασης μετά τη στροφή του μονοκρυστάλλου. (γ) Εικόνα περίθλασης από πολυκρύσταλλο (Μέθοδος Debye-Scherrer), που χρησιμοποιείται και στην περίθλαση ηλεκτρονίων.

Τα μεγέθη που μετρούνται στη μέθοδο αυτή είναι η απόσταση L και η ακτίνα R_n των κύκλων, για παράδειγμα του μικρότερου που αντιστοιχεί σε $n = 1$.

Η απόσταση, d , μεταξύ κρυσταλλικών επιπέδων υπολογίζεται από τη συνθήκη Bragg [Εξ. (34.5)] ως

$$d = \frac{n\lambda}{2 \sin \theta} \quad (34.6)$$

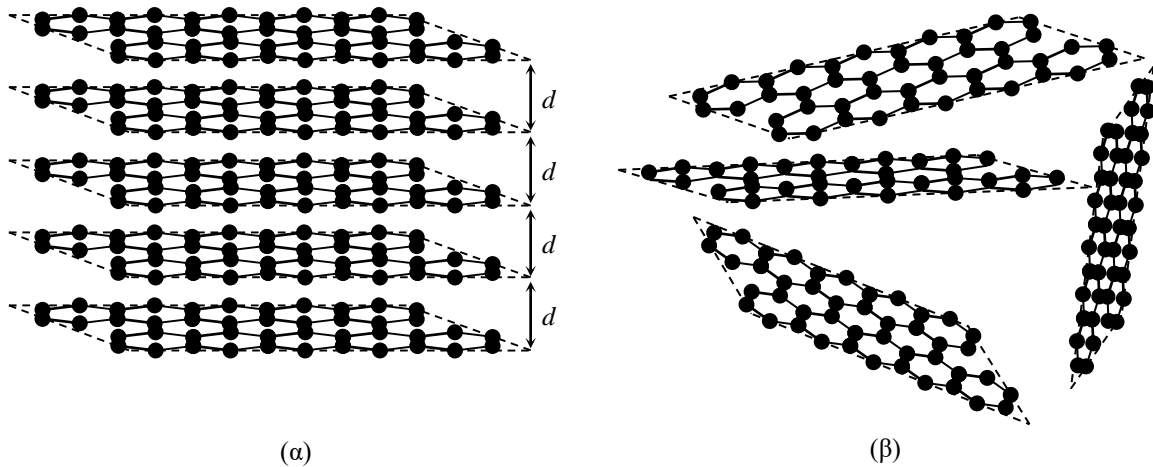
Όμως, επειδή η μετρούμενη γωνία είναι η γωνία μεταξύ της προσπίπτουσας και της περιθλώμενης ακτίνας, δηλαδή η 2θ και όχι η θ (Σχ. 34.2), όταν η οθόνη είναι *επίπεδη* η γωνία θ υπολογίζεται από τη σχέση

$$\tan 2\theta = \frac{R_n}{L} \quad (34.7)$$

Η μέθοδος που ακολουθείται στην παρούσα άσκηση είναι όμοια με εκείνη των Debye-Scherrer, με τη διαφορά ότι εδώ, αντί για δέσμη μονοχρωματικών ακτίνων X, χρησιμοποιείται λεπτή δέσμη ηλεκτρονίων, η ενέργεια των οποίων είναι μερικές χιλιάδες eV, επομένως το μήκος κύματος de Broglie μπορεί να είναι γνωστό με μεγάλη ακρίβεια. Επίσης, εδώ χρησιμοποιείται ο όρος «μονοενεργειακή» δέσμη ηλεκτρονίων, υπό την έννοια ότι η διασπορά στις κινητικές ενέργειες των ηλεκτρονίων είναι πολύ μικρή (~ 0,01 %), συνεπώς είναι πολύ μικρή και η διασπορά στα μήκη κύματος de Broglie.

34.2.3. Περίθλαση ηλεκτρονίων από πολυκρυσταλλικό γραφίτη

Ο γραφίτης είναι κρυσταλλικός άνθρακας με έντονη ανισοτροπία των ιδιοτήτων του. Η ανισοτροπία αυτή οφείλεται στην εσωτερική του δομή, καθώς κρυσταλλώνεται σε παράλληλα λεπτά επίπεδα φύλλα, με σταθερή απόσταση μεταξύ των φύλλων, στα οποία τα άτομα είναι διατεταγμένα στις κορυφές εξαγωνικών κυψελίδων και συνδέονται μεταξύ τους με ομοιοπολικούς δεσμούς (Σχ. 34.5.α). Στον κρύσταλλο του γραφίτη, αυτά τα λεπτά φύλλα απέχουν μεταξύ τους απόσταση περίπου τριπλάσια απ' ό,τι τα άτομα στην κυψελίδα και συνδέονται μεταξύ τους με ασθενείς δυνάμεις Van der Waals. Έτσι, η τριδιάστατη δομή του κρυστάλλου καταστρέφεται σχετικά εύκολα, δημιουργώντας τον λεγόμενο *πολυκρύσταλλο* του γραφίτη, ο οποίος ουσιαστικά αποτελείται από μεγάλο αριθμό τέτοιων λεπτών φύλλων, με *τυχαίο προσανατολισμό* στον χώρο (Σχ. 34.5.β).



Σχήμα 34.5. (α) Κρυσταλλικά επίπεδα του γραφίτη. (β) Κρυσταλλικά επίπεδα του πολυκρυσταλλικού γραφίτη.

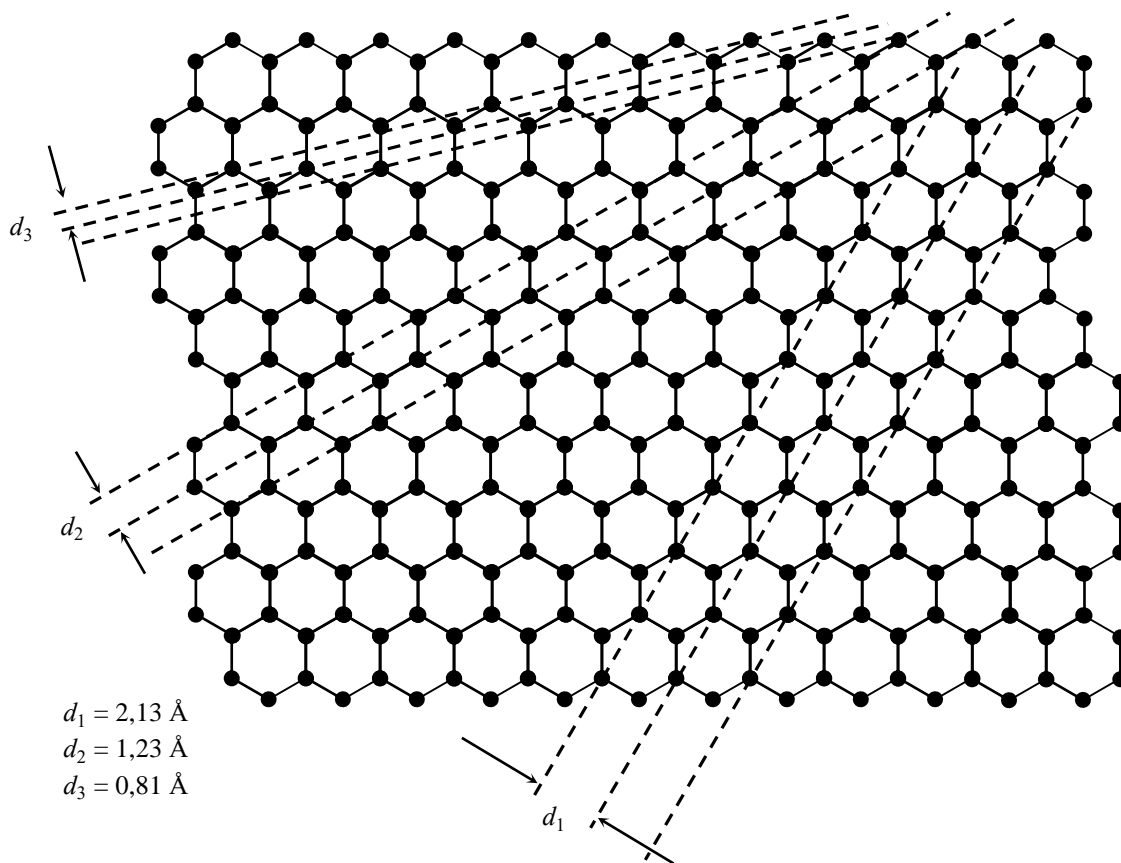
Παρότι τα φύλλα αυτά σκεδιάζουν τα ηλεκτρόνια, λόγω του τυχαίου και χαοτικού προσανατολισμού τους, δηλαδή δίχως σταθερή απόσταση μεταξύ τους που θα δημιουργούσε μια σταθερή περιοδικότητα των κρυσταλλικών επιπέδων στον χώρο, η σκέδαση αυτή είναι ομοιόμορφη προς όλες τις κατευθύνσεις και δεν μπορεί να παράγει ενισχυτική συμβολή των κυμάτων, επομένως και εικόνα περίθλασης. Παρ' όλα αυτά, στον πολυκρυσταλλικό γραφίτη παρατηρείται η κλασική εικόνα περίθλασης των ηλεκτρονίων, πλην όμως εδώ η ερμηνεία της περίθλασης είναι λίγο πολυπλοκότερη, καθώς στο υλικό αυτό λείπουν οι μικρόκοκκοι των κρυστάλλων που δημιουργούν δομές όπως αυτές που φαίνονται στο Σχ. 34.5.α.

Στις τυχαία προσανατολισμένες διδιάστατες δομές, όπως αυτές του Σχ. 34.5.β, στην περίθλαση κατά Bragg, τον ρόλο του «μικροκρυστάλλου» παίζει το ίδιο το λεπτό φύλλο, ενώ τον ρόλο των «κρυσταλλικών επιπέδων» οι περιοδικά διατεταγμένες μονοδιάστατες ευθείες

στην επιφάνεια του φύλλου, στις οποίες είναι «καρφωμένα» τα άτομα του άνθρακα (βλ. Σχ. 34.6). Επομένως, στις διδιάστατες δομές, οι έννοιες του «μικροκρυστάλλου» και του «κρυσταλλικού επιπέδου» έχουν άλλο περιεχόμενο και νόημα.

Γενικότερα, το φαινόμενο της περίθλασης λαμβάνει χώρα όταν το κύμα προσπίπτει πάνω σε μια χωρική περιοδικότητα (περιοδικότητα στον χώρο, με περίοδο d) που το σκεδάζει, όπως, για παράδειγμα, η επιφάνεια ενός οπτικού φράγματος, ενός CD κ.λπ.

Στο Σχ. 34.6, στην επιφάνεια του λεπτού φύλλου του πολυκρυσταλλικού γραφίτη είναι χαραγμένες τρεις τέτοιες χωρικές περιοδικότητες (ευθείες με «καρφωμένα» άτομα), με περίοδο d_1 , d_2 και d_3 , οι οποίες θα δώσουν την αντίστοιχη εικόνα περίθλασης, όμοια με αυτή που δίνουν τα κρυσταλλικά επίπεδα στους μονοκρυστάλλους. Στον πολυκρυστάλλο του γραφίτη, οι περιοδικότητες στον χώρο δεν δημιουργούνται από τα κρυσταλλικά επίπεδα, αλλά από τις ευθύγραμμες και επομένως μονοδιάστατες διατάξεις ατόμων, ωστόσο με διαφορετική πυκνότητα ατόμων σε αυτές. Αυτός είναι ο λόγος για τον οποίο στο κείμενο που ακολουθεί ο όρος «κρυσταλλικό επίπεδο» θα γράφεται με εισαγωγικά.



Σχήμα 34.6. Μερικές μονοδιάστατες χωρικές περιοδικότητες των ατόμων στο φύλλο του γραφίτη.

Στην επιφάνεια του λεπτού φύλλου του γραφίτη μπορούμε να χαραξουμε και άλλες μονοδιάστατες περιοδικότητες ατόμων, όμοιες με αυτές που βλέπουμε στο Σχ. 34.6, πλην όμως η πυκνότητα των ατόμων σε αυτές θα είναι ακόμα μικρότερη. Ο λόγος για τον οποίο εξετάζεται η πυκνότητα των ατόμων στη ευθεία είναι απλός, καθώς από την πυκνότητα αυτή εξαρτάται η ένταση της περιθλώμενης ακτίνας, η οποία είναι ανάλογη του αριθμού των ατόμων που σκεδάζουν την προσπίπτουσα δέσμη.

Για παράδειγμα, στο τρίτο «κρυσταλλικό επίπεδο» (Σχ.34.6), με περίοδο (διάστημα) d_3 , η γραμμική πυκνότητα των ατόμων είναι περίπου 7 φορές μικρότερη από τις άλλες δύο, επομένως η περίθλαση από το «επίπεδο» αυτό αναμένεται να είναι 49 φορές ασθενέστερη.

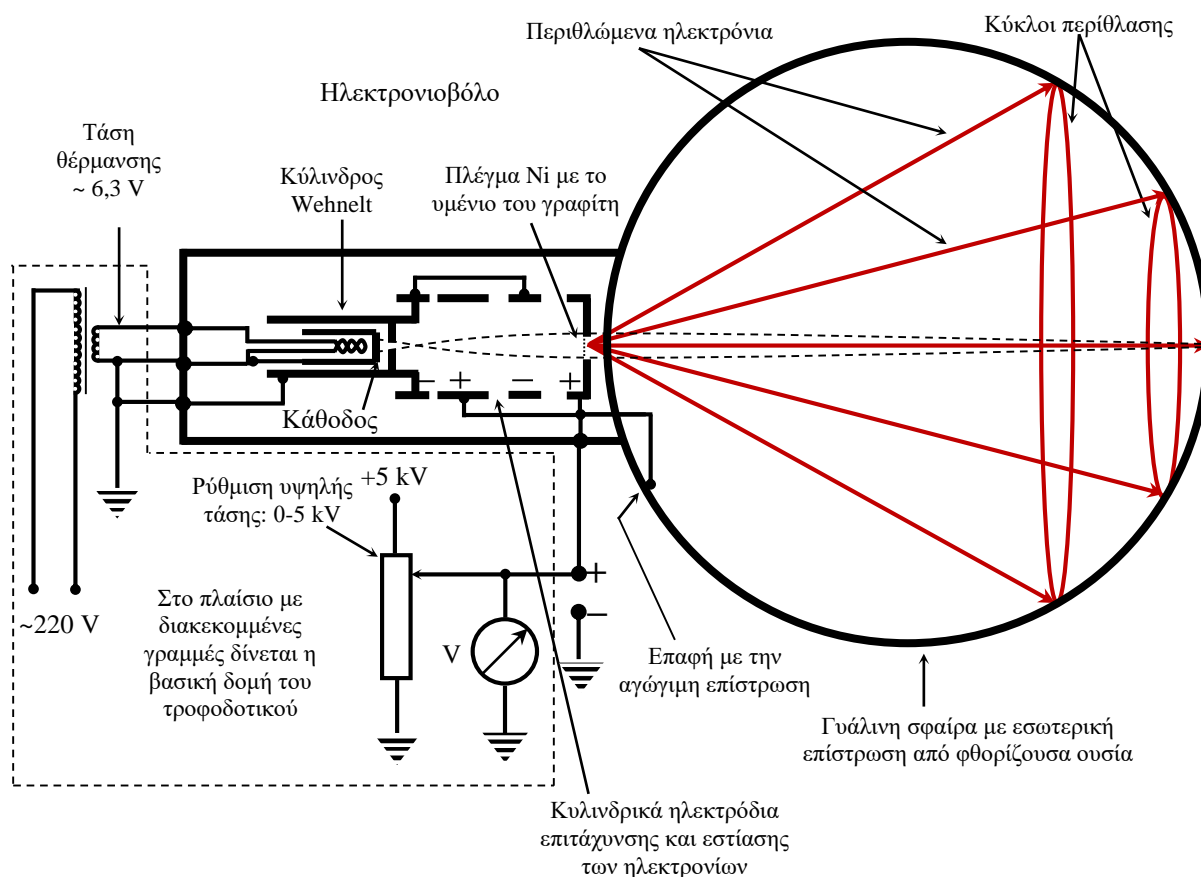
Πράγματι, στη συσκευή της άσκησης η περίθλαση των ηλεκτρονίων από την τρίτη περιδικότητα των ατόμων (τρίτο «πλεγματο επίπεδο») δεν διακρίνεται. Αντιθέτως, τα «επίπεδα» με διάστημα $d_1 = 2,13 \text{ \AA}$ και $d_2 = 1,23 \text{ \AA}$ έχουν τη μεγαλύτερη πυκνότητα ατόμων στα φύλλα του γραφίτη και αναμένουμε τους εντονότερους κύκλους περίθλασης.

34.3. Πειραματική διάταξη

Η πειραματική διάταξη αποτελείται από μια ειδική ηλεκτρονική λυχνία περίθλασης ηλεκτρονίων (Σχ. 34.7) και ένα τροφοδοτικό που παρέχει τις αναγκαίες τάσεις στα διάφορα μέρη της λυχνίας.

34.3.1. Ηλεκτρονική λυχνία περίθλασης ηλεκτρονίων

Τα σπουδαιότερα μέρη της λυχνίας είναι: (α) το ηλεκτρονιοβόλο (electron gun), (β) το λεπτότατο υμένιο του πολυκρυσταλλικού γραφίτη και (γ) η σφαιρική, γυάλινη οθόνη για την παρατήρηση της εικόνας περίθλασης.



Σχήμα 34.7. Η ηλεκτρονική λυχνία περίθλασης ηλεκτρονίων.

α) Το ηλεκτρονιοβόλο της λυχνίας

Η κατασκευή και η ρύθμιση του ηλεκτρονιοβόλου αποσκοπεί στο να διασφαλιστεί ο βομβαρδισμός του λεπτού υμενίου με πλατιά δέσμη ηλεκτρονίων, ώστε να αποτραπεί η καταστροφή του, καθώς επίσης και η μετέπειτα εστίαση της δέσμης στην οθόνη της λυχνίας.

Η πηγή ηλεκτρονίων, ή κάθοδος, αποτελείται από ένα λεπτό στρώμα οξειδίου του βαρίου (BaO), η επιφάνεια του οποίου εκπέμπει ηλεκτρόνια όταν αυτό θερμαίνεται στους 1100 K. Το BaO βρίσκεται στην επιφάνεια της βάσης ενός μικρού κυλίνδρου από νικέλιο, που θερμαίνεται

εσωτερικά με ένα θερμαντικό στοιχείο από βολφράμιο, τύπου σπιδάλ, τροφοδοτούμενο με εναλλασσόμενη τάση θέρμανσης 6,3 V. Η κάθοδος του ηλεκτρονιοβόλου είναι γειωμένη, επομένως το δυναμικό της θεωρείται μηδέν.

Εκτός από την κάθοδο, το ηλεκτρονιοβόλο περιλαμβάνει άλλα τέσσερα ηλεκτρόδια: τον κύλινδρο Wehnelt, το πρώτο ηλεκτρόδιο επιτάχυνσης, σε μορφή κοίλου κυλίνδρου, το δεύτερο ηλεκτρόδιο μερικής επιβράδυνσης (εστίασης), και αυτό σε μορφή κοίλου κυλίνδρου, και, τέλος, το τρίτο ηλεκτρόδιο επιτάχυνσης, σε μορφή δίσκου με οπή, καλυμμένη από ένα λεπτό πλέγμα από νικέλιο. Το ρεύμα της δέσμης των ηλεκτρονίων είναι 200 μA και η υψηλή τάση επιτάχυνσης μεταβάλλεται από 1400 έως 3800 V.

Ο κύλινδρος Wehnelt περιβάλλει την κάθοδο και έχει ένα μικρό άνοιγμα απέναντι από το κέντρο της. Συνήθως, στο ηλεκτρόδιο αυτό εφαρμόζεται αρνητική τάση ως προς την κάθοδο, της τάξης των 20-50 V, και χρησιμεύει στην εστίαση της δέσμης στην επιφάνεια της οθόνης. Παράλληλα, η μεταβολή της υψηλής τάσης επιβάλλει μεταβολή και της αρνητικής τάσης στον κύλινδρο Wehnelt, για να είναι η εικόνα στην οθόνη πάντα εστιασμένη. Δυστυχώς, όμως, στη λυχνία της παρούσας άσκησης αυτή η δυνατότητα δεν υπάρχει, καθώς ο κύλινδρος Wehnelt είναι μόνιμα γειωμένος, με αποτέλεσμα την κακή εστίαση της δέσμης στην επιφάνεια της οθόνης.

β) Το υμένιο πολυκρυσταλλικού γραφίτη

Το λεπτότατο υμένιο του πολυκρυσταλλικού γραφίτη, πάχους μόλις 200 \AA , είναι τοποθετημένο πάνω σε λεπτό πλέγμα από νικέλιο (Ni), που βρίσκεται πάνω στο τελευταίο ηλεκτρόδιο του ηλεκτρονιοβόλου. Η δέσμη των ηλεκτρονίων σκεδάζεται από τον γραφίτη και κατευθύνεται προς την σφαιρική οθόνη.

γ) Η σφαιρική οθόνη

Η εσωτερική επιφάνεια της οθόνης είναι καλυμμένη με φθορίζουσα ουσία από θειούχο ψευδάργυρο (ZnS) ώστε να φθορίζει έντονα όταν βομβαρδίζεται με ηλεκτρόνια. Με τη μέθοδο αυτή γίνεται ορατή η εικόνα της περίθλασης στην οθόνη, επομένως η χρήση φωτογραφικής πλάκας είναι εδώ περιττή.

Όταν βομβαρδίζεται με ηλεκτρόνια, η εσωτερική επιφάνεια της γυάλινης οθόνης φορτίζεται με ηλεκτρικά φορτία. Αν δε ληφθούν κάποια μέτρα, η φόρτιση αυτή θα επηρεάσει έντονα και θα παραμορφώσει, κατά τρόπο μη προβλέψιμο, τις τροχιές των ηλεκτρονίων και την εστίαση της δέσμης. Τα φαινόμενα αυτά εξαλείφονται όταν η εσωτερική επιφάνεια του γυαλιού είναι ηλεκτρικά αγωγική και η αγωγιμότητα αυτή επιτυγχάνεται με την επίστρωσή της με ένα λεπτό, διαφανές στρώμα χλωριούχου κασσίτερου. Επιπλέον, το αγωγικό στρώμα προστατεύει το εσωτερικό της σφαίρας από τα εξωτερικά ηλεκτρικά πεδία που παράγουν τα διάφορα αντικείμενα που βρίσκονται κοντά στη σφαίρα (καλώδια συνδεσμολογίας, χέρια κ.λπ.). Τέλος, η εσωτερική επιφάνεια της σφαίρας έχει ίδιο ηλεκτρικό δυναμικό με αυτό του πλέγματος νικελίου, πάνω στο οποίο βρίσκεται το υμένιο του γραφίτη. Συνεπώς, στο σφαιρικό μέρος της λυχνίας δεν δημιουργούνται ηλεκτρικά πεδία, με αποτέλεσμα να μην επηρεάζεται καθόλου η κίνηση των ηλεκτρονίων, που κινούνται ελεύθερα και ευθύγραμμα προς την οθόνη.

34.3.2. Κινητικές ενέργειες των ηλεκτρονίων

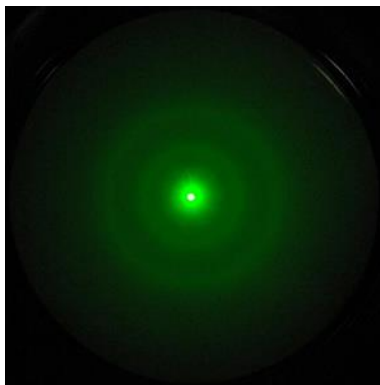
Τα ηλεκτρόνια επιταχύνονται εντός του ηλεκτρονιοβόλου, στο διάστημα μεταξύ της καθόδου και του τελευταίου ηλεκτροδίου, όπου βρίσκεται το υμένιο και εφαρμόζεται η υψηλή τάση. Οι ενέργειες των ηλεκτρονίων που βομβαρδίζουν το υμένιο (σε eV) ισούνται με τη διαφορά

δυναμικού μεταξύ καθόδου και τελευταίου ηλεκτροδίου, επομένως, για να μετρηθούν οι ενέργειές τους, αρκεί να μετρηθεί η υψηλή τάση που εφαρμόζεται στο τελευταίο ηλεκτρόδιο του ηλεκτρονιοβόλου.

Η φθορίζουσα ουσία της οθόνης εκπέμπει αρκετό φως μόνο όταν τα ηλεκτρόνια που την βομβαρδίζουν έχουν ενέργειες μεγαλύτερες των 500 eV, ενώ το ίδιο πρέπει να ισχύει για να μπορέσουν τα ηλεκτρόνια να διαπεράσουν το υμένιο, το πάχος του οποίου είναι μόλις 200 Å. Για τους λόγους αυτούς στο πείραμα χρησιμοποιούνται ηλεκτρόνια με ενέργειες 1,4-3,8 keV. Επομένως, το πείραμα τη άσκησης ανήκει στην κατηγορία των πειραμάτων *διέλευσης* και όχι *ανάκλασης* των ηλεκτρονίων. Η ανάκλαση των ηλεκτρονίων από τα κρυσταλλικά επίπεδα όντως λαμβάνει χώρα, αλλά τα πειράματα αυτά είναι άλλης κατηγορίας και εξετάζονται περιληπτικά στο Παράρτημα (Π24.2).

34.3.3. Εικόνα περίθλασης στην οθόνη της λυχνίας

Κατά τη διάρκεια του πειράματος, στο κέντρο της οθόνης διακρίνεται μία έντονη φωτεινή κηλίδα, καθώς και δύο ομόκεντροι κύκλοι, θολοί και δίχως ευδιάκριτα όρια. Επίσης, όλη η επιφάνεια της φθορίζουσας ουσίας φθορίζει ομοιόμορφα με αμυδρό πράσινο φως (Σχ. 34.8).



Σχήμα 34.8. Η εικόνα περίθλασης στην οθόνη της λυχνίας.

Η ερμηνεία των φαινομένων έχει ως εξής:

- Η έντονη πράσινη φωτεινή κηλίδα στο κέντρο της οθόνης προκαλείται από τα ηλεκτρόνια που διαπέρασαν το υμένιο του γραφίτη ευθύγραμμα, δίχως απορρόφηση ή σκέδαση.
- Το αμυδρό πράσινο φως, που καλύπτει ομοιόμορφα όλη την επιφάνεια της φθορίζουσας ουσίας, προκαλείται από τα ηλεκτρόνια που υπέστησαν πολλές διαδοχικές σκεδάσεις από τα λεπτά φύλλα του υμενίου, εξέρχονται από αυτό ομοιόμορφα προς όλες τις κατευθύνσεις.
- Οι δύο ομόκεντροι κύκλοι αντιστοιχούν στην περίθλαση πρώτης τάξης ($n = 1$) από τα δύο «κρυσταλλικά επίπεδα» που έχουν τη μεγαλύτερη πυκνότητα ατόμων και μεταξύ τους αποστάσεις d_1 και d_2 (Σχ. 34.6). Οι κύκλοι των ανώτερων τάξεων περίθλασης δεν διακρίνονται.

Αν το πείραμα γινόταν με ακτίνες X, που δεν απορροφούνται και δεν σκεδάζονται έντονα από το δοκίμιο, θα διακρίνονταν και οι κύκλοι περίθλασης των ανώτερων τάξεων, που αντιστοιχούν σε $n = 2, 3$ κ.λπ. Όμως τα ηλεκτρόνια απορροφούνται και σκεδάζονται από το δοκίμιο πολύ εντονότερα και αυτό επιβάλλει μικρό πάχος του υμενίου. Το μικρό πάχος πάλι συνεπάγεται μικρό αριθμό «κρυσταλλικών επιπέδων» που συμμετέχουν στην περίθλαση, άρα και μικρή ένταση σκεδαζόμενης δέσμης. Αν προστεθεί και η κακή εστίαση της δέσμης στη

λυχνία, γίνεται κατανοητό γιατί στην οθόνη δεν διακρίνονται οι κύκλοι ανώτερων τάξεων περίθλασης. Επομένως, στην άσκηση, στην επεξεργασία των πειραματικών δεδομένων, για τα δύο «κρυσταλλικά επίπεδα» στο φύλλο του γραφίτη, στη συνθήκη Bragg, το n είναι ίσο με 1.

34.4. Μέθοδος

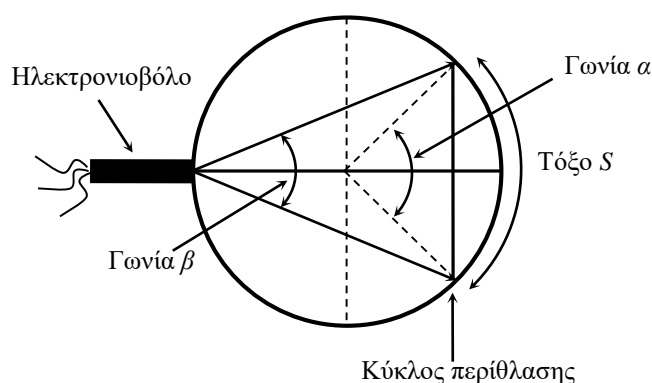
Από τις Εξ. (34.4) και (34.5), δηλαδή το μήκος κύματος de Broglie και τη συνθήκη Bragg, αντίστοιχα, για $n = 1$, καταλήγουμε εύκολα στη σχέση

$$\frac{6,125}{\sin \theta_i} = d_i \sqrt{U} \quad (34.8)$$

όπου U είναι η τάση επιτάχυνσης των ηλεκτρονίων (σε eV), θ_i ($i = 1, 2$) η γωνία περίθλασης για καθέναν από τους δύο ομόκεντρους κύκλους και d_i ($i = 1, 2$) οι αποστάσεις δύο «κρυσταλλικών επιπέδων» του πολυκρυσταλλικού γραφίτη.

Ο πειραματικός έλεγχος της υπόθεσης de Broglie συνίσταται στην διαπίστωση ότι η γραφική παράσταση του μεγέθους $y_i = 6,125/\sin \theta_i$ ως συνάρτηση του $x = \sqrt{U}$ παριστάνει μία ευθεία με κλίση ίση με d_i . Επομένως, μετρώντας πειραματικά την τιμή της κλίσης αυτών των δύο ευθειών, προσδιορίζονται οι αποστάσεις d_1 και d_2 (σε Å)

Η τάση επιτάχυνσης U των ηλεκτρονίων μετριέται άμεσα, ενώ η γωνία περίθλασης θ υπολογίζεται έμμεσα. Στο σημείο αυτό χρειάζεται προσοχή, καθώς η οθόνη δεν είναι επίπεδη, αλλά σφαιρική, συνεπώς δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί η Εξ. (34.7). Σε αυτή την περίπτωση, αυτό που μετριέται άμεσα στην οθόνη είναι το μήκος του τόξου S του αντίστοιχου κύκλου περίθλασης (Σχ. 34.9).



Σχήμα 34.9. Υπολογισμός της γωνίας περίθλασης.

Ως γνωστόν, μια επίκεντρη γωνία είναι διπλάσια της αντίστοιχης εγγεγραμμένης γωνίας που βαίνει στο ίδιο τόξο, επομένως στο Σχ. 34.9 θα είναι $\alpha = 2\beta$. Αν R είναι η ακτίνα της σφαιρικής οθόνης, και λαμβάνοντας υπόψη ότι $\beta = 4\theta$ (Σχ. 34.2 και 34.7), θα έχουμε

$$S = \alpha R = 2\beta R = 2(4\theta) r = 8\theta \frac{D}{2} \quad (34.9)$$

όπου D η διάμετρος της σφαιρικής οθόνης ($D = 135 \pm 2$ mm).

Επομένως, η γωνία περίθλασης θ μπορεί τελικά να υπολογιστεί (σε ακτίνια, rad) από τη σχέση

$$\theta = \frac{S}{4D} \quad (34.10)$$

Βιβλιογραφία

1. H. D. Young, R. A. Freedman, *Πανεπιστημιακή Φυσική με Σύγχρονη Φυσική*, Τόμος Β': *Ηλεκτρομαγνητισμός – Οπτική – Σύγχρονη Φυσική*. (Αθήνα, 2022), 39.1.
2. E. H. Wichmann, *Κβαντική Φυσική (Μαθήματα Φυσικής Berkeley, Τόμος 4)* (Αθήνα, 1985), 5.1-5.22
3. R. A. Serway, C. J. Moses, C. A. Moyer, *Σύγχρονη Φυσική* (Ηράκλειο, 2000), Κεφ. 4.
4. C. Kittel, *Εισαγωγή στη Φυσική Στερεάς Καταστάσεως* (Αθήνα, 1979), Κεφ. 2, σ. 37-45
5. ΕΜΠ, Τομέας Φυσικής, ΣΕΜΦΕ, *Εργαστηριακές Ασκήσεις Φυσικής*, Τόμος ΙΙ (Αθήνα, 2011), σ. 209-221, 353-364.

34.5. Εκτέλεση

ΠΡΟΣΟΧΗ: Στην άσκηση χρησιμοποιείται τάση έως 5000 V, εν γένει επικίνδυνη για τη ζωή. Για τον λόγο αυτό, ο σπουδαστής δεν συμμετέχει στη συναρμολόγηση του ηλεκτρικού κυκλώματος της άσκησης αλλά βρίσκει το κύκλωμα συναρμολογημένο. Ελέγχοντας πρώτα εάν το τροφοδοτικό είναι κλειστό, ο σπουδαστής αναγνωρίζει τα διάφορα μέρη του κυκλώματος και ελέγχει εάν το κύκλωμα είναι συναρμολογημένο σωστά. Σε περίπτωση έστω υπόνοιας για κάποιο λάθος, αμέσως καλεί τον επιβλέποντα της άσκησης. Το τροφοδοτικό που παράγει την υψηλή τάση τίθεται σε λειτουργία μόνο μετά τη σχετική άδεια από τον τελευταίο.

ΣΗΜΕΙΩΣΗ: Το τροφοδοτικό υψηλής τάσης που χρησιμοποιείται είναι ασφαλές. Σκόπιμα, το κύκλωμα παραγωγής υψηλής τάσης (ανόρθωση της εναλλασσόμενης υψηλής τάσης ενός ταλαντωτή 50 kHz) παύει να λειτουργεί (παύει να ταλαντώνεται ο ταλαντωτής) όταν το ρεύμα κατανάλωσης τείνει να υπερβεί τα 3 mA. Επιπλέον, η χωρητικότητα των πυκνωτών εξομάλυνσης της υψηλής τάσης είναι μικρή, μόλις 10 nF. Παρ' όλα αυτά, συνιστάται η μεταβολή της υψηλής τάσης και όποιες άλλες ρυθμίσεις στο τροφοδοτικό να γίνονται με το δεξί χέρι (για τους δεξιόχειρες), φροντίζοντας το άλλο χέρι να είναι «στον αέρα» και **να μην αγγίζει κανένα μεταλλικό αντικείμενο**, είτε αυτό είναι κάποιο μεταλλικό κουτί των οργάνων ή του κυκλώματος της άσκησης, είτε οποιοδήποτε άλλο μεταλλικό αντικείμενο του κτηρίου (π.χ. καλοριφέρ, σωληνώσεις).

1. Θέστε σε λειτουργία το τροφοδοτικό της άσκησης και αναμείνατε 2-3 λεπτά έως ότου η κάθοδος της λυχνίας αποκτήσει τη σωστή θερμοκρασία.
2. Αυξάνοντας την υψηλή τάση επιτάχυνσης των ηλεκτρονίων (φροντίστε το σφάλμα ανάγνωσης της τάσης να είναι 0), μετρήστε, για διάφορες τιμές της τάσης U , τα μεγάλα τόξα, S_1 και S_2 , των δύο ομόκεντρων κύκλων που σχηματίζονται στην οθόνη της λυχνίας και καταχωρήστε τις τιμές τους στον Πίνακα Ι. Η πρώτη μέτρηση γίνεται στα 1400 V, ενώ η τελευταία στα 3800 V, με βήμα 300 V. Σκεφθείτε μεθόδους μέτρησης των τόξων S που ελαχιστοποιούν το σφάλμα ανάγνωσης.
3. Επαναλάβετε τις μετρήσεις του βήματος 2, αλλά τώρα σε αντίστροφη σειρά τιμών της υψηλής τάσης, αρχίζοντας από την τάση 3800 V.
4. Εκτιμήστε και σημειώστε τα σφάλματα στις μετρήσεις των τόξων, δS_1 και δS_2 , και των τάσεων, δU .

Πίνακας I

U	S_1 (mm)	S_2 (mm)	λ (Å)

34.6. Επεξεργασία των μετρήσεων

1. Για τις τιμές της τάσης U που εφαρμόσατε στην άνοδο του πυροβόλου συμπληρώστε τον Πίνακα I, όπου λ είναι το αντίστοιχο μήκος κύματος de Broglie.

2. Για κάθε τιμή της τάσης U , υπολογίστε τις μέσες τιμές των τόξων, $\overline{S_1}$ και $\overline{S_2}$, τις τιμές των γωνιών περίθλασης, θ_1 και θ_2 [Εξ. (34.10)], καθώς και τα μεγέθη \sqrt{U} , $6,125/\sin \theta_1$ και $6,125/\sin \theta_2$, και καταχωρήστε τα αποτελέσματα στον Πίνακα II.

Πίνακας II

U	\sqrt{U}	$\overline{S_1}$	θ_1	$\frac{6,125}{\sin \theta_1}$	$\overline{S_2}$	θ_2	$\frac{6,125}{\sin \theta_2}$

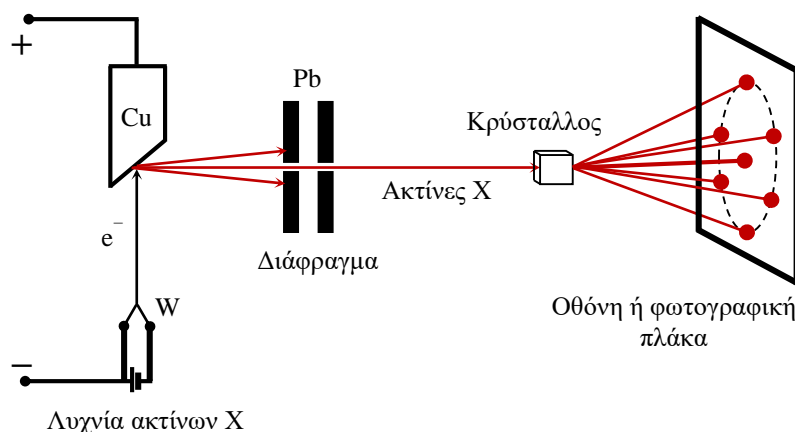
3. Σχεδιάστε, στο ίδιο χαρτί μιλιμετρέ, τις δύο γραμμικές γραφικές παραστάσεις που αποδίδουν την Εξ. (34.8).

4. Με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων, υπολογίστε τις τιμές των κλίσεων των δύο γραφικών παραστάσεων, καθώς και τα σφάλματά τους, οι οποίες ταυτίζονται με τις αποστάσεις των «κρυσταλλικών επιπέδων» d_1 και d_2 του πολυκρυσταλλικού γραφίτη, και σχολιάστε τα αποτελέσματα.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ (Π34)

Π.34.1. Περίθλαση ακτίνων X

Στο Σχ. Π34.1 παρουσιάζεται η πειραματική διάταξη για τη μελέτη της περίθλασης ακτίνων X. Η ακτίνες X παράγονται στο εσωτερικό μιας ειδικής ηλεκτρονικής λυχνίας υψηλής τάσης 40-60 kV, στο εσωτερικό της οποίας δημιουργείται υψηλό κενό. Η ακμή ενός λεπτού σύρματος από βολφράμιο (W), σε σχήμα V, θερμαίνεται στους 2500 K, και αυτή είναι η κάθοδος. Από την επιφάνεια της θερμής ακμής ελευθερώνονται στο κενό ηλεκτρόνια, τα οποία επιταχύνονται προς το θετικό ηλεκτρόδιο (άνοδος) και συγκρούονται με αυτό υπό γωνία 45° και ενέργειες 40-60 keV. Η ακτίνες X εκπέμπονται κατά τη σύγκρουση, κάθετα προς τη διεύθυνση πέδησης των ηλεκτρονίων. Η πέδηση γίνεται στο υλικό της ανόδου, σε διαδρομή μερικών Å, λίγο πριν το ταχύ ηλεκτρόνιο συγκρουστεί με ένα από τα ηλεκτρόνια των εσωτερικών ηλεκτρονικών φλοιών του ατόμου (χαλκού), δηλαδή με ηλεκτρόνιο που είναι πολύ «ισχυρά δεμένο» με το άτομο. Στο σχήμα, η ακτίνες X που εκπέμπονται «προς τα αριστερά» απορροφούνται από το υλικό της ανόδου, ενώ αξιοποιούνται αυτές που εκπέμπονται «προς τα δεξιά».



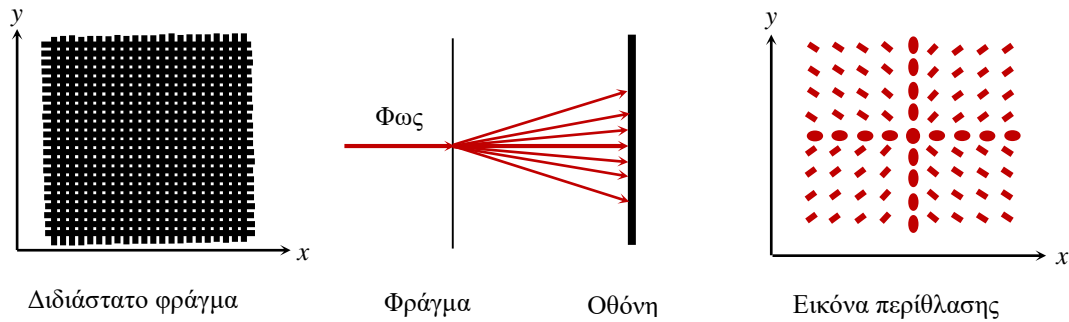
Σχήμα Π34.1. Πειραματική διάταξη μελέτης της περίθλασης ακτίνων X.

Στο πείραμα, λεπτή δέσμη ακτίνων X προσπίπτει στο δοκίμιο, το οποίο μπορεί να είναι κρύσταλλος, πολυκρυσταλλικό υλικό ή λεπτή σκόνη από κρυστάλλους. Η δέσμη περιθλάται στο υλικό, οπότε στην οθόνη ή στη φωτογραφική πλάκα δημιουργείται μια χαρακτηριστική εικόνα περίθλασης, υπό μορφή διατεταγμένων κηλίδων. Η διάταξη των κηλίδων στο αποτύπωμα εξαρτάται μονοσήμαντα από τον προσανατολισμό του κρυστάλλου, το μήκος κύματος των ακτίνων X και τις κρυσταλλογραφικές σταθερές του υλικού.

Π34.1.1. Περίθλαση φωτός σε διδιάστατα και τριδιάστατα φράγματα

Η θεωρητική προσέγγιση των φαινομένων που παρατηρούνται σε διδιάστατα και τριδιάστατα περιοδικά μορφώματα δόθηκε από τον Rayleigh, ο οποίος υπέδειξε μια σειρά γενικών κανόνων και μεθόδων που επιτρέπουν την ανάλυση του φαινομένου ακόμα και από μη περιοδικά φράγματα. Εδώ θα σταθούμε μόνο στα περιοδικά φράγματα (ή πλέγματα) δύο και τριών διαστάσεων.

Απλούστερη είναι η περίπτωση όπου οι δύο περιοδικότητες είναι κάθετες μεταξύ τους και το φως προσπίπτει κάθετα στην επιφάνεια του διδιάστατου φράγματος. Το φράγμα αυτό μπορεί να κατασκευαστεί και με δύο μονοδιάστατα φράγματα, το ένα επάνω στο άλλο, με κάθετα προσανατολισμένες τις σχισμές (Σχ. Π34.2).



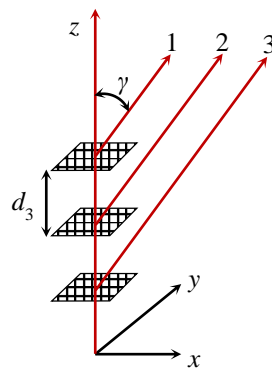
Σχήμα Π34.2. Περίθλαση φωτός σε διδιάστατο φράγμα (πλέγμα).

Έστω ότι οι περιθλώμενες ακτίνες σχηματίζουν γωνίες α και β με τους άξονες x και y , αντίστοιχα. Από τη θεωρία της περίθλασης σε μονοδιάστατα φράγματα γνωρίζουμε ότι η ενισχυτική συμβολή δημιουργείται προς τη διεύθυνση που ικανοποιεί τους όρους:

$$\begin{aligned}
 \text{Όροι περίθλασης:} \quad & d_1 \cos \alpha = \pm m_1 \lambda \\
 & d_2 \cos \beta = \pm m_2 \lambda \\
 \text{Όρος γεωμετρικός:} \quad & \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta = 1
 \end{aligned}
 \tag{Π34.1}$$

όπου m_1 και m_2 είναι ακέραιοι αριθμοί (1, 2, 3, 4, ...) και d_1 και d_2 είναι οι σταθερές περιодικότητας στη διεύθυνση x και y , αντίστοιχα.

Στα τριδιάστατα φράγματα προστίθεται ακόμη ένας όρος, που οφείλεται στην περιодικότητα του συστήματος στη διεύθυνση z . Για να υπολογιστεί ο όρος αυτός, θεωρούμε το Σχ. Π34.3. Έστω ότι το προσπίπτον φως διαδίδεται στη διεύθυνση z και ότι στη διεύθυνση αυτή τα διδιάστατα φράγματα επαναλαμβάνονται με περίοδο d_3 .



Σχήμα Π34.3. Περιθλώμενες ακτίνες σε τριδιάστατο φράγμα (πλέγμα).

Οι περιθλώμενες ακτίνες 1, 2, 3, συμβάλλουν ενισχυτικά και στην τρίτη διεύθυνση, όταν η διαφορά δρόμων, $d_3 - d_3 \cos \gamma$, στις ακτίνες που περιθλώνονται υπό γωνία γ , είναι $m_3 \lambda$, οπότε οι Εξ. (Π34.1) συμπληρώνονται με ακόμη μία σχέση και γίνονται:

$$\begin{aligned}
 & d_1 \cos \alpha = \pm m_1 \lambda \\
 \text{Όροι περίθλασης:} \quad & d_2 \cos \beta = \pm m_2 \lambda \\
 & d_3 (1 - \cos \gamma) = \pm m_3 \lambda \\
 \text{Όρος γεωμετρικός:} \quad & \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1
 \end{aligned}
 \tag{Π34.2}$$

όπου m_1 , m_2 και m_3 είναι ακέραιοι αριθμοί.

Οι Εξ (Π34.2) είναι θεμελιώδους σημασίας και καθορίζουν τις πειραματικές συνθήκες, καθώς και την απαιτούμενη εργαστηριακή υποδομή για ένα επιτυχές πείραμα περίθλασης ακτινών X ή ηλεκτρονίων. Πράγματι, απαλείφοντας από τις Εξ. (Π34.2) τις γωνίες α , β , γ , έχουμε:

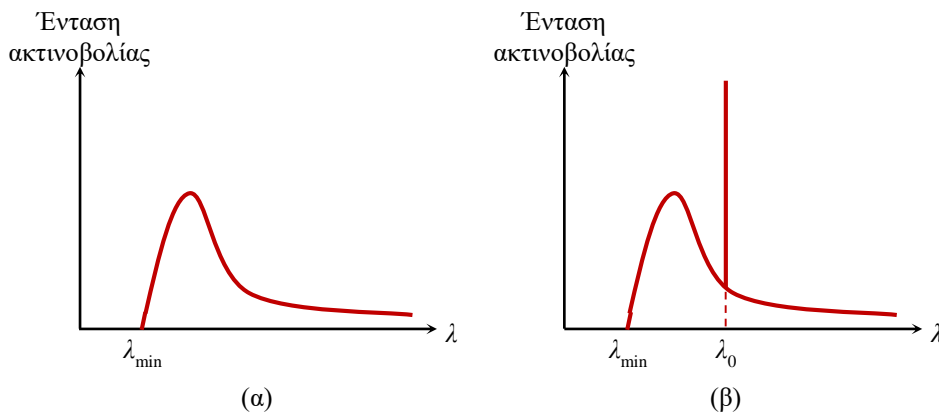
$$\frac{m_1^2 \lambda^2}{d_1^2} + \frac{m_2^2 \lambda^2}{d_2^2} + \frac{(d_3 - m_3 \lambda)^2}{d_3^2} = 1 \quad (\text{Π34.3})$$

Η περίθλαση επομένως λαμβάνει χώρα μόνο για τις τιμές που ικανοποιούν την Εξ. (Π34.3).

Στην πειραματική πρακτική, οι κρυσταλλογραφικές σταθερές του κρυστάλλου είναι κατά κανόνα άγνωστες και, συνήθως, σκοπός του πειράματος είναι ο προσδιορισμός τους. Τότε τίθεται το ερώτημα, πώς καταγράφεται ή αποτυπώνεται η εικόνα της περίθλασης όταν οι σταθερές d_1 , d_2 και d_3 είναι άγνωστες. Η μέθοδος αποτύπωσης εξαρτάται από το είδος των ακτινών X.

Π34.1.2. Πηγή ακτινών X συνεχούς φάσματος (λευκό φως)

Όταν οι σταθερές d_1 , d_2 και d_3 είναι άγνωστες, ο κρύσταλλος ακτινοβολείται με πηγή που εκπέμπει συνεχές («λευκό») φάσμα ακτινών X, όπως αυτό που φαίνεται στο Σχ.34.4.α.



Σχήμα Π34.4. (α) Πηγή «λευκού φωτός». (β) Πηγή «λευκού» συν μονοχρωματικού «φωτός» ακτινοβολίας X.

Εδώ, όποιες και να είναι οι σταθερές d_1 , d_2 , d_3 , καθώς και οι ακέραιοι αριθμοί m_1 , m_2 , m_3 , στο συνεχές φάσμα πάντα θα βρεθεί μία ακτίνα, το μήκος κύματος της οποίας να ικανοποιεί τις Εξ. (Π34.2) ή (Π34.3). Επομένως, για να δημιουργηθεί ένα αποτύπωμα περίθλασης ακτινών X από έναν μονοκρύσταλλο, το δοκίμιο πρέπει να ακτινοβολείται από λυχνία που εκπέμπει συνεχές φάσμα ακτινών X.

Π34.1.3. Πηγή μονοχρωματικής ακτίνας X

Στο Σχ. Π34.4.β δίνεται το φάσμα μιας πηγής που παράγει συνεχές φάσμα μαζί με μονοχρωματικές ακτίνες X, με συγκεκριμένο και γνωστό, με μεγάλη ακρίβεια, μήκος κύματος λ_0 . Με διάφορα φίλτρα και εκλεπτυσμένες τεχνικές, το συνεχές φάσμα αποκόπτεται και με τον τρόπο αυτό δημιουργείται η πηγή μονοχρωματικών ακτίνων X, που χρησιμοποιείται ευρύτατα στην κρυσταλλογραφία.

Οι Εξ. (Π34.2) και (Π34.3) υπολογίστηκαν για την απλή περίπτωση, όπου η προσπίπτουσα δέσμη φωτός σχημάτιζε γωνία 90° με τον άξονα x , 90° με τον άξονα y και 0° με τον άξονα z (κάθετη πρόσπτωση). Όταν οι αντίστοιχες γωνίες είναι α_0 , β_0 και γ_0 , οι Εξ. (Π34.2) παίρνουν την μορφή των όρων von Laue:

$$\begin{aligned}
 & d_1(\cos \alpha - \cos \alpha_0) = \pm m_1 \lambda \\
 \text{Όροι περίθλασης:} & \quad d_2(\cos \beta - \cos \beta_0) = \pm m_2 \lambda \\
 & d_3(\cos \gamma - \cos \gamma_0) = \pm m_3 \lambda \\
 \text{Όρος γεωμετρικός:} & \quad \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1
 \end{aligned}
 \tag{Π34.4}$$

Όπως βλέπουμε, στους όρους περίθλασης εισέρχονται και οι συνθήκες προσπτώσεις, δηλαδή οι γωνίες α_0 , β_0 και γ_0 . Αυτό σημαίνει ότι κρύσταλλος πρέπει, με κάποιον τρόπο, να κινείται ή να περιστρέφεται. Όταν ο κρύσταλλος τοποθετείται σε μια βάση που περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω , κάποια χρονική στιγμή το μήκος της μονοχρωματικής ακτίνας και οι γωνίες α_0 , β_0 και γ_0 θα ικανοποιούν τους όρους περίθλασης και, τη στιγμή αυτή, προς τις καθορισμένες θέσεις της οθόνης ή της φωτογραφικής πλάκας (γωνίες α , β , γ), εκπέμπεται στενός (χρονικά) παλμός ακτινών X. Επομένως, στη μέθοδο αυτή η οθόνη ακτινοβολείται παλμικά, με συχνότητα που εξαρτάται από τη γωνιακή ταχύτητα ω .

Π34.2. Περίθλαση ηλεκτρονίων σε πειράματα ανάκλασης

Π34.2.1. Δευτερογενής εκπομπή ηλεκτρονίων

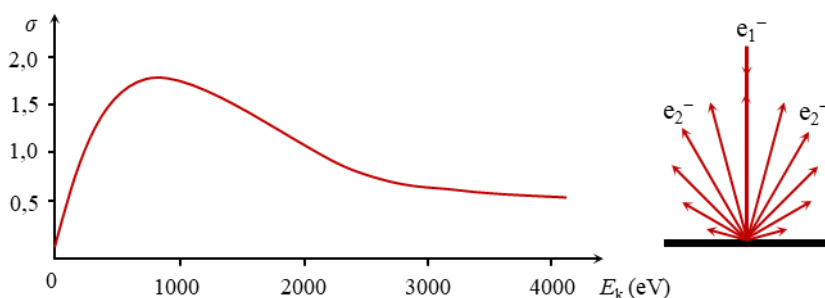
Πριν εξετάσουμε τα πειράματα ανάκλασης, είναι σκόπιμο να δούμε πρώτα, έστω και περιγραφικά, τα φαινόμενα που συνδέονται με τη σύγκρουση ηλεκτρονίων με ένα στερεό σώμα.

Όταν μια δέσμη ηλεκτρονίων προσπίπτει στην επιφάνεια ενός στερεού, εκπέμπονται ηλεκτρόνια από το σημείο πρόσπτωσης. Πρόκειται για το φαινόμενο της **δευτερογενούς εκπομπής ηλεκτρονίων**. Το φαινόμενο της δευτερογενούς εκπομπής παρατηρείται σε όλα τα υλικά, κρυσταλλικά και άμορφα, αγώγιμα, ημιαγώγιμα και διηλεκτρικά.

Η ένταση του φαινομένου χαρακτηρίζεται από τον συντελεστή δευτερογενούς εκπομπής σ :

$$\sigma = \frac{I_2}{I_1}
 \tag{Π34.5}$$

όπου I_1 είναι η ένταση του ρεύματος της προσπίπτουσας δέσμης και I_2 το συνολικό ρεύμα των ηλεκτρονίων της δευτερογενούς εκπομπής. Ο συντελεστής αυτός εξαρτάται από το υλικό, τις ενέργειες των ηλεκτρονίων, καθώς και από τη γωνία πρόσπτωσης. Όταν η γωνία πρόσπτωσης είναι 90° (κάθετη πρόσπτωση), η εξάρτηση του συντελεστή σ από την κινητική ενέργεια των ηλεκτρονίων E_k στα μέταλλα είναι όπως αυτή που παρουσιάζεται στο Σχ. Π34.5.



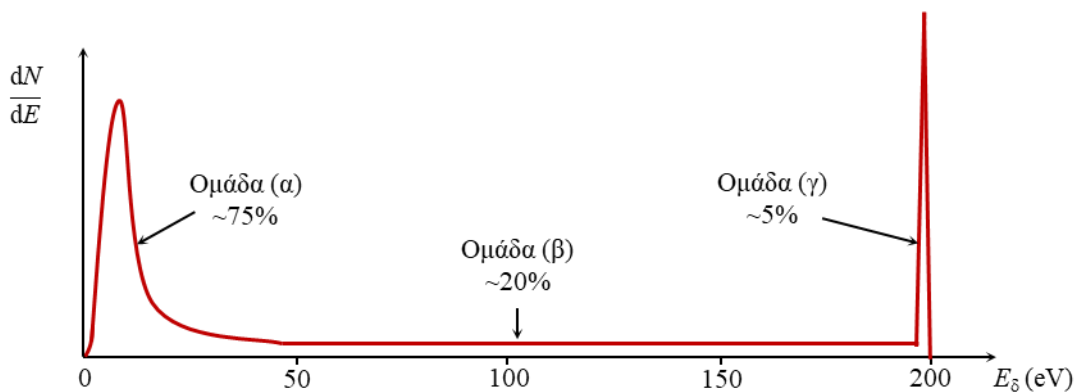
Σχήμα Π34.5. Ο συντελεστής δευτερογενούς εκπομπής ηλεκτρονίων σ ως συνάρτηση της κινητικής ενέργειας E_k των προσπιπτόντων ηλεκτρονίων. Στο ένθετο, δεξιά, εικονίζεται η γωνιακή εξάρτηση της εκπομπής.

Βλέπουμε ότι, στα μέταλλα, για ενέργειες ~ 1000 eV ο συντελεστής αυτός φτάνει σε τιμές μεγαλύτερες της μονάδας, που σημαίνει ότι $I_2 > I_1$.

Στα διηλεκτρικά, η καμπύλη $\sigma = f(E_k)$ είναι όμοια, αλλά ο συντελεστής δευτερογενούς εκπομπής είναι περίπου 10 φορές μεγαλύτερος. Στις επιστημονικές εφαρμογές, η ιδιότητα αυτή αξιοποιείται στους πολλαπλασιαστές ηλεκτρονίων και στους φωτοπολλαπλασιαστές (Photomultipliers). Εκεί όπου η δευτερογενής εκπομπή είναι ανεπιθύμητη, αποτρέπεται με την επικάλυψη από λεπτά υμένα υλικών που έχουν μικρό συντελεστή σ , όπως, για παράδειγμα, ο γραφίτης ($\sigma_{\max} = 0,4$).

Π34.2.2. Ενεργειακή κατανομή των ηλεκτρονίων της δευτερογενούς εκπομπής

Για τον σωστό πειραματικό χειρισμό του φαινομένου περίθλασης είναι απαραίτητη η γνώση της ενεργειακής κατανομής των ηλεκτρονίων της δευτερογενούς εκπομπής, η οποία δίνεται στο Σχ. Π34.6.



Σχήμα Π34.6. Η ενεργειακή κατανομή των ηλεκτρονίων της δευτερογενούς εκπομπής όταν οι ενέργειες των προσπίπτοντων ηλεκτρονίων είναι 200 eV.

Αμέσως διακρίνονται τρεις περιοχές, που σημαίνει ότι η δευτερογενής εκπομπή δημιουργείται από τρεις ξεχωριστές ομάδες ηλεκτρονίων.

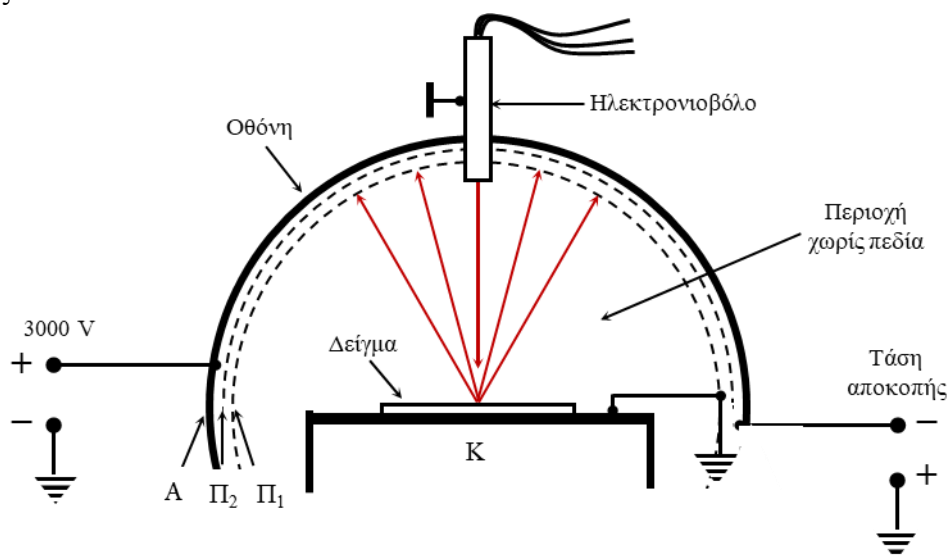
- Ομάδα (α). Το ποσοστό τους είναι περίπου 75 %. Η ομάδα αυτή συγκροτείται από τα λεγόμενα «γνησίως» δευτερογενή ηλεκτρόνια, που ανήκουν στα ηλεκτρόνια του υλικού που αποσπάστηκαν από τα άτομα του στερεού μετά τη κρούση και που, μετά από πολλές ελαστικές και μη ελαστικές κρούσεις μέσα στο υλικό, σκεδάστηκαν προς την επιφάνεια και εξήλθαν από το στερεό. Σύμφωνα με μια σύμβαση που είναι ευρέως αποδεκτή, οι ενέργειες αυτών των ηλεκτρονίων είναι έως 50 eV.
- Ομάδα (β). Το ποσοστό τους είναι περίπου 20 %. Σύμφωνα με την προαναφερθείσα σύμβαση, τα ηλεκτρόνια της δευτερογενούς εκπομπής με ενέργειες που υπερβαίνουν τα 50 eV ανήκουν στα ηλεκτρόνια της προσπίπτουσας δέσμης που εισχώρησαν βαθιά στο υλικό, υπέστησαν πολλές μη ελαστικές κρούσεις και οπισθοσκεδάστηκαν με μεγάλες απώλειες της αρχικής τους ενέργειας. Επομένως, η ομάδα αυτή αποτελείται από τα ανακλώμενα ηλεκτρόνια της προσπίπτουσας δέσμης.
- Ομάδα (γ). Το ποσοστό τους είναι περίπου 5 %. Η ομάδα αυτή συγκροτείται από τα ηλεκτρόνια της προσπίπτουσας δέσμης που εισχώρησαν στο υλικό ελάχιστα, μόλις μερικά κρυσταλλικά επίπεδα, και οπισθοσκεδάστηκαν ελαστικά, δηλαδή δίχως απώλεια της αρχικής τους ενέργειας. Προφανώς, οι ενέργειες αυτών των ηλεκτρονίων είναι όσο και των

προσπιπτόντων, επομένως και αυτά τα ηλεκτρόνια ανήκουν στην ομάδα των ανακλώμενων ηλεκτρονίων, με τη διαφορά ότι εδώ η ανάκλαση είναι ελαστική. Τα περισσότερα πειράματα ανάκλασης διεξάγονται με αυτήν την ομάδα ηλεκτρονίων.

Ανάλογα με το αν το υλικό είναι κρυσταλλικό ή πολυκρυσταλλικό, στα πειράματα περίθλασης ηλεκτρονίων χρησιμοποιείται η ομάδα (β) ή ομάδα (γ). Η ομάδα (α), με τον έναν ή με τον άλλον τρόπο, αποκόπτεται.

Π34.2.3. Περίθλαση ηλεκτρονίων σε πειράματα ανάκλασης (Low Energy Electron Diffraction)

Η ραγδαία πρόοδος των μέσων ψηφιακής επεξεργασίας και αποθήκευσης πληροφοριών θα ήταν αδιανόητη δίχως την αντίστοιχη ανάπτυξη της Φυσικής Στερεάς Κατάστασης και, ειδικότερα, της Φυσικής των Επιφανειών, θεωρητικής και πειραματικής. Στον τομέα αυτό η πρόοδος είναι θεαματική. Τα τελευταία 40 χρόνια, πλήθος πειραματικών μεθόδων χρησιμοποιήθηκε για τον σκοπό αυτό, αλλά τα ουσιαστικότερα αποτελέσματα λήφθηκαν στις πειραματικές διατάξεις περίθλασης ηλεκτρονίων, που ανήκουν στην κατηγορία πειραμάτων ανάκλασης. Στα πειράματα αυτά, οι ενέργειες των ηλεκτρονίων σκόπιμα επιλέγονται μικρές: 50-300 eV. Τα ηλεκτρόνια μικρής ενέργειας εισχωρούν στο υλικό ελάχιστα, ενώ αυτά που ανακλώνται ελαστικά πληροφορούν τους επιστήμονες για την κρυσταλλική δομή των πρώτων ατομικών στρωμάτων της επιφάνειας, τις κρυσταλλογραφικές της σταθερές, τον βαθμό κρυσταλλικότητας, την επίδραση των λεπτότατων επικαλύψεων με διάφορα υμένα, τη συνάφειά τους με το υπόστρωμα, τον ρόλο της στοιχειομετρικής σύνθεσης, της θερμοκρασίας, της κατεργασίας κ.λπ. Πρόκειται για την πειραματική μέθοδο περίθλασης ηλεκτρονίων μικρής ενέργειας.



Π.34.7. Πειραματική διάταξη περίθλασης ηλεκτρονίων με ανάκλαση (K: Κάθοδος, A: Άνοδος, Π₁ και Π₂: πλέγματα).

Στο Σχ. Π34.7 δίνεται σε τομή η πειραματική διάταξη μελέτης της περίθλασης ηλεκτρονίων σε πειράματα ανάκλασης. Στην πιο απλή της μορφή, η διάταξη αποτελείται από ένα ηλεκτρονιοβόλο, δύο πολύ λεπτά μεταλλικά σφαιρικά πλέγματα, συνήθως επιχρυσωμένα, τη σφαιρική γυάλινη οθόνη με αγωγίμη επίστρωση και φθορίζουσα ουσία, όπως και στη λυχνία της άσκησης. Προορισμός του ηλεκτρονιοβόλου είναι να παράγει μια λεπτή δέσμη ηλεκτρονίων με πολύ μικρή διασπορά των ενεργειών τους. Η άνοδος είναι γειωμένη, οπότε

στην κάθοδο εφαρμόζεται αρνητική τάση επιλεγμένης τιμής. Προφανώς, στο εσωτερικό αυτής της συσκευής δημιουργείται υψηλό κενό.

Στον χώρο δείγμα – πρώτο πλέγμα (Π_1), η κίνηση των ανακλώμενων ηλεκτρονίων της δευτερογενούς εκπομπής δεν πρέπει να επηρεάζεται από άλλα ηλεκτρικά πεδία. Οπότε, όλα τα εσωτερικά μέρη της διάταξης πρέπει να έχουν το ίδιο ηλεκτρικό δυναμικό. Αυτό διασφαλίζεται όταν το δείγμα, η βάση του δείγματος και το πρώτο πλέγμα έχουν δυναμικό μηδέν, δηλαδή είναι γειωμένα. Μόνο τότε τα ηλεκτρόνια διατηρούν την αρχική κατεύθυνση της κίνησής τους, καθώς εξέρχονται από την επιφάνεια του στερεού.

Στο δεύτερο πλέγμα (Π_2) εφαρμόζεται αρνητική τάση αποκοπής. Η τιμή της επιλέγεται ανάλογα με το ποια ομάδα ηλεκτρονίων πρέπει να αποκοπεί. Τα ανακλώμενα ηλεκτρόνια, που διαπερνούν το πλέγμα αποκοπής, θα βρεθούν στον χώρο ισχυρού ηλεκτρικού πεδίου, επειδή στην αγωγή επιστροφή της οθόνης εφαρμόζεται υψηλή τάση των 3-5 kV. Επομένως, τα ηλεκτρόνια αυτά θα επιταχυνθούν και θα βομβαρδίσουν τη φθορίζουσα ουσία με ενέργειες 3-5 kV, προκαλώντας τον φθορισμό της. Με τον τρόπο αυτό γίνεται ορατό το αποτύπωμα της περίθλασης στη σφαιρική οθόνη της συσκευής.

Αν το δείγμα είναι μονοκρυσταλλός, στην οθόνη θα εμφανιστεί η χαρακτηριστική εικόνα από φωτεινές κουκίδες, σε καθορισμένες θέσεις που εξαρτώνται από το μήκος κύματος de Broglie και τις κρυσταλλογραφικές σταθερές του κρυστάλλου. Στα πολυκρυσταλλικά υλικά, η εικόνα στην οθόνη αποτελείται από ομόκεντρους κύκλους κ.λπ.