

## Παραμαγνητικός Συντονισμός Πυρήνων (*NMR*)

### 8.1. Σκοπός

Σκοπός της άσκησης αυτής είναι η μελέτη του παραμαγνητικού συντονισμού πυρήνων και η μέτρηση του συντελεστή αναλογίας στη σχέση «μαγνητική ροπή-στροφορμή» των πρωτονίων της γλυκερίνης. Επίσης, θα παρατηρηθεί και ο κορεσμός ανατροπής των στοιχειωδών μαγνητικών διπόλων στο υλικό.

### 8.2. Εισαγωγή

Στα παραμαγνητικά υλικά παρατηρούνται δύο σπουδαία φαινόμενα συντονισμού: ο Παραμαγνητικός Συντονισμός Ηλεκτρονίων (*Electron Paramagnetic Resonance-EPR*) και ο Παραμαγνητικός Συντονισμός Πυρήνων (*Nuclear Magnetic Resonance-NMR*). Οι δύο παραμαγνητικοί συντονισμοί άμεσα συνδέονται με την ύπαρξη και τις φυσικές ιδιότητες των στοιχειωδών μαγνητικών διπόλων στα υλικά αυτά.

Παρουσία ισχυρού στατικού μαγνητικού πεδίου  $\mathbf{B}_0$ , μέρος των μαγνητικών δίπολων του υλικού θα προσανατολιστούν, ωστόσο όχι στατικά, αλλά εκτελώντας αργή μεταπτωτική κίνηση γύρω από το διάνυσμα  $\mathbf{B}_0$ , όπως το παιδικό βολάν που περιστρέφεται στο πεδίο βαρύτητας της Γης. Η γωνιακή συχνότητα αυτής της μεταπτωτικής κίνησης,  $\Omega_L$  (συχνότητα Larmor), είναι ανάλογη προς το πεδίο  $\mathbf{B}_0$ ,

$$\Omega_L = \gamma \mathbf{B}_0, \quad (8.1)$$

όπου  $\gamma$  είναι ένας σταθερός αριθμός. Καθώς η μεταπτωτική κίνηση των διπόλων είναι σχετικά αργή (στο NMR, 10-20 MHz), η συχνότητα  $\Omega_L$  μπορεί να μετρηθεί (ανιχνευτεί) με κοινά ηλεκτρονικά μέσα.

Προκειμένου η συχνότητα  $\Omega_L$  να μετρηθεί, στο υλικό εφαρμόζεται ένα δεύτερο μαγνητικό πεδίο, πολύ ασθενέστερο, κάθετο προς το στατικό πεδίο  $\mathbf{B}_0$ , αλλά περιστρεφόμενο ( $\mathbf{B}_{\text{περ}}$ ) με γωνιακή συχνότητα  $\omega$ , η οποία ελέγχεται. Στη συχνότητα  $\omega = \Omega_L$  λαμβάνει χώρα αναστροφή στον προσανατολισμό των μαγνητικών διπόλων. Καθώς η απαιτούμενη ενέργεια για την αναστροφή αντλείται από το περιστρεφόμενο πεδίο, η αναστροφή αυτή εκδηλώνεται ως ελαφρά (μικρή) αύξηση της απορρόφησης του περιστρεφόμενου μαγνητικού πεδίου από το υλικό. Αναλόγως αυξάνουν και οι παραμαγνητικές απώλειες στο υλικό. Έτσι, στη συχνότητα  $\omega = \Omega_L$ , στις απώλειες του παραμαγνητικού υλικού δημιουργείται ένα ασθενές τοπικό μέγιστο (συντονισμός), όμοιο με αυτό της καμπύλης συντονισμού του κυκλώματος *RLC*. Στην πειραματική πρακτική, η αναζήτηση της συχνότητας Larmor γίνεται μέσω μέτρησης της συχνότητας  $\omega_0$  ( $\omega_0 = \Omega_L$ ), όπου λαμβάνει χώρα ελαφρά αύξηση της απορρόφησης του περιστρεφόμενου μαγνητικού πεδίου από το υλικό.

Όταν οι παραμαγνητικές απώλειες στο υλικό οφείλονται στη μαγνητική ροπή των τροχιακών ηλεκτρονίων, τότε γίνεται λόγος για *EPR*, ενώ όταν οφείλονται στη μαγνητική ροπή των πυρήνων, γίνεται λόγος για *NMR*. Σημειώνεται, ότι τα δύο φαινόμενα συντονισμού υπακούουν στους ίδιους νόμους φυσικής, ενώ οι όποιες διαφορές μεταξύ τους έχουν κυρίως ποσοτικό χαρακτήρα, γεγονός που επιτρέπει την ανάλυσή τους από μία ενιαία σκοπιά, η οποία περιλαμβάνει τέσσερεις ξεχωριστές ενότητες:

1. Ο παραμαγνητισμός των υλικών.
2. Η επίδραση του στατικού μαγνητικού πεδίου σε ένα στοιχειώδες μαγνητικό δίπολο.
3. Η επίδραση στο δίπολο αυτό δύο *διασταυρωμένων* μαγνητικών πεδίων, ενός ισχυρού στατικού και ενός ασθενούς και περιστρεφόμενου (κυκλικά πολωμένου).
4. Η μεταπτωτική κίνηση των διπόλων με όρους της Κβαντικής Φυσικής και ο ρόλος της θερμοκρασίας.

### **8.3. Παραμαγνητικές ιδιότητες των υλικών**

Όταν ένα υλικό εισάγεται σε μαγνητικό πεδίο, στο υλικό αυτό επάγεται μαγνητική ροπή η οποία εξαρτάται από τη μαγνητική επιδεκτικότητα του υλικού. Ως προς τη μαγνητική επιδεκτικότητα τα υλικά χωρίζονται σε δύο μεγάλες κατηγορίες: στα διαμαγνητικά, όπου η επαγόμενη μαγνητική ροπή έχει αντίθετη φορά και στα παραμαγνητικά, όπου η φορά του επαγόμενου πεδίου συμπίπτει με αυτή του εφαρμοζόμενου μαγνητικού πεδίου. Ειδική κατηγορία των παραμαγνητικών υλικών αποτελούν τα σιδηρομαγνητικά υλικά, η μαγνητική επιδεκτικότητά των οποίων είναι πολύ μεγάλη.

Οι παραμαγνητικές ιδιότητες ενός υλικού κατά κύριο λόγο οφείλονται στη μαγνητική ροπή των ατόμων (τροχιακή κίνηση συν σπιν των ηλεκτρονίων), όπως επίσης, αλλά σε μικρότερο βαθμό, στη μαγνητική ροπή των πυρήνων.

#### **8.3.1. Παραμαγνητικός Συντονισμός Ηλεκτρονίων (EPR)**

Ο Παραμαγνητικός Συντονισμός Ηλεκτρονίων (*EPR*) παρατηρείται σε όλες τις ουσίες, τα άτομα των οποίων έχουν *μη μηδενική στροφορμή* και, επομένως, μη μηδενική μαγνητική ροπή, όπως, για παράδειγμα, είναι τα άτομα που περιέχουν μονά ή μη ζευγαρωμένα ηλεκτρόνια. Στις ουσίες αυτές ο ηλεκτρονικός φλοιός των ατόμων δεν είναι συμπληρωμένος πλήρως. Αντίθετα, στα άτομα με συμπληρωμένο φλοιό δεν εκδηλώνονται παραμαγνητικά φαινόμενα, καθώς η συνολική στροφορμή και η μαγνητική ροπή των ατόμων αυτών *είναι μηδέν*. Τα μη ζευγαρωμένα ηλεκτρόνια μπορούν να είναι και ελεύθερα, όπως, π.χ, είναι τα ηλεκτρόνια στο πλάσμα, στα μέταλλα και στη ζώνη αγωγιμότητας των ημιαγωγών. Συνήθως, ο παραμαγνητισμός των ελεύθερων ηλεκτρονίων είναι ασθενής και επισκιάζεται από ισχυρότερα παραμαγνητικά φαινόμενα στις ουσίες αυτές.

#### **8.3.2. Παραμαγνητικός Συντονισμός Πυρήνων (NMR)**

Ο Παραμαγνητικός Συντονισμός Πυρήνων (*NMR*) παρατηρείται σε ουσίες, οι πυρήνες των οποίων έχουν μη μηδενική μαγνητική ροπή, πλην, όμως, είναι πολύ ασθενέστερος του *EPR*, καθώς η μαγνητική ροπή των πυρήνων είναι περίπου 2000 φορές μικρότερη των ατόμων, όπου η μαγνητική ροπή δημιουργείται από την τροχιακή κίνηση του ηλεκτρονίου και το σπιν του. Έτσι, στις πειραματικές διατάξεις *NMR* το σήμα είναι χιλιάδες φορές ασθενέστερο του *EPR*, αλλά διαχωρίζεται εύκολα από το *EPR*, καθώς σε όμοια μαγνητικά πεδία εκδηλώνετε σε συχνότητες περίπου 2000 φορές μικρότερες. Για το λόγο αυτό η ανακάλυψη του *NMR* (τέλη του 1945, στις Η.Π.Α, από τους Bloch και Purcell) έγινε 2 χρόνια αργότερα του *EPR*, παρότι ως φαινόμενο, το *NMR* αναμενόταν, καθώς η θεωρητική μελέτη των δύο φαινομένων είχε προηγηθεί.

### **8.4. Επίδραση του στατικού μαγνητικού πεδίου σε ένα στοιχειώδες μαγνητικό δίπολο**

Έστω ότι η μαγνητική ροπή δημιουργείται από τα τροχιακά ηλεκτρόνια (*EPR*). Έστω, ακόμη, ότι

το άτομο έχει μη μηδενική συνολική στροφορμή  $\mathbf{J}$ , που δημιουργείται από την τροχιακή στροφορμή  $\mathbf{L}$  και του σπιν  $\mathbf{S}$ . Τότε, όπως είναι γνωστό, η μαγνητική ροπή  $\boldsymbol{\mu}_J$  του ατόμου είναι ανάλογη προς τη συνολική στροφορμή  $\mathbf{J}$  και, λόγω αρνητικού φορτίου, έχει αντίθετη φορά:

$$\boldsymbol{\mu}_J = -g_J \mu_B \mathbf{J}, \quad \text{όπου} \quad \mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}. \quad (8.2\alpha, \beta)$$

Στις σχέσεις 8.2α και 8.2β,  $g_J$  είναι ο λεγόμενος ατομικός  $g$ -παράγων Lande,  $\hbar = h/2\pi$ , όπου  $h$  είναι η σταθερά του Planck, ενώ  $e$  και  $m_e$  είναι το φορτίο και η μάζα του ηλεκτρονίου, αντίστοιχα. Η σταθερά  $\mu_B = e\hbar/2m_e = 9,27 \times 10^{-24}$  (J/T) φέρει ειδική ονομασία και ονομάζεται μαγνητόνη του Bohr.

Σημειώνεται ότι η σχέση (8.2α) ισχύει και για τη μαγνητική ροπή του πυρήνα, αλλά εδώ οι παράμετροι  $g$  και  $\mu_N$  έχουν άλλες τιμές, καθότι η πυρηνική μαγνητόνη είναι  $\approx 2000$  φορές μικρότερη της ηλεκτρονικής. Πράγματι, στον ορισμό της μαγνητόνης του πυρήνα,  $\mu_N = e\hbar/2m_N$ , στον παρανομαστή μπαίνει η μάζα του πυρήνα και όχι του ηλεκτρονίου, οπότε η μαγνητόνη του πυρήνα είναι  $m_N/m_e$  φορές μικρότερη του ηλεκτρονίου.

Στην κλαστική περιγραφή του φαινομένου τα διανύσματα  $\boldsymbol{\mu}_J$  και  $\mathbf{J}$  είναι αντιπαράλληλα και επομένως το διάνυσμα  $\boldsymbol{\mu}_J$  είναι κάθετο προς το επίπεδο της τροχιάς του ηλεκτρονίου. Έτσι, όταν το μαγνητικό δίπολο εισάγεται εντός ισχυρού στατικού μαγνητικού πεδίου  $\mathbf{B}_0$  και τα διανύσματα  $\boldsymbol{\mu}_J$  και  $\mathbf{B}_0$  σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία  $\theta$  (Σχ. 8.1), λόγω δύναμης Lorentz, στο μαγνητικό δίπολο  $\boldsymbol{\mu}_J$  ασκείται ροπή  $\mathbf{N} = [\boldsymbol{\mu}_J \times \mathbf{B}_0]$ , που τείνει να το προσανατολίσει παράλληλα προς το στατικό μαγνητικό πεδίο. Αλλά όπως και στο στρόβο, η συνδυασμένη δράση των ροπών  $\mathbf{N}$  και  $\mathbf{J}$  προκαλεί μία μεταπτωτική κίνηση του  $\boldsymbol{\mu}_J$  που το αναγκάζει να περιστρέφεται αργά γύρω από το  $\mathbf{B}_0$  με γωνιακή συχνότητα  $\boldsymbol{\Omega}_L$  (συχν. Larmor). Για τη συχνότητα Larmor ισχύει η σχέση

$$\boldsymbol{\Omega}_L = -\gamma_e \mathbf{B}_0, \quad (8.3)$$

όπου  $\gamma_e = e/2m_e$  είναι ο τροχιακός γυρομαγνητικός λόγος του ηλεκτρονίου. Συνεπώς, το επίπεδο της τροχιάς του ηλεκτρονίου δεν παραμένει σταθερό στο χώρο, αλλά η κάθετός της, δηλαδή το διάνυσμα  $\boldsymbol{\mu}_J$  περιστρέφεται αργά γύρω από το  $\mathbf{B}_0$  με γωνιακή συχνότητα  $\boldsymbol{\Omega}_L$  και καταγράφει στο χώρο έναν κώνο, η γωνία κορυφής του οποίου είναι  $2\theta$  και βρίσκεται στο κέντρο της τροχιάς.

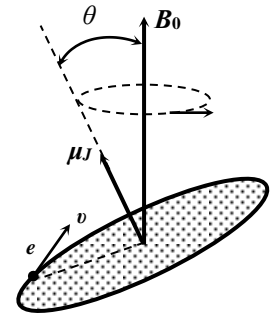
Όμοια συμπεριφορά έχει και το μαγνητικό δίπολο του πυρήνα  $\boldsymbol{\mu}_N$ , το οποίο ορίζεται ως

$$\boldsymbol{\mu}_N = (e/2m_N)\hbar \mathbf{J}_N \quad \text{ή} \quad \boldsymbol{\mu}_N = \gamma_N \hbar \mathbf{J}_N,$$

όπου  $\mathbf{J}_N$  είναι η συνολική στροφορμή του πυρήνα. Επομένως, και εδώ, η συχνότητα Larmor του πυρήνα ορίζεται από όμοια σχέση και είναι

$$\boldsymbol{\Omega}_L = \gamma_N \mathbf{B}_0, \quad (8.4)$$

όπου  $\gamma_N = e/2m_N$  είναι ο γυρομαγνητικός λόγος του πυρήνα. Αλλά όπως τονίσαμε προηγουμένως,



Σχήμα 8.1

καθώς ο γυρομαγνητικός λόγος του πυρήνα είναι περίπου 2000 φορές μικρότερος, σε όμοια μαγνητικά πεδία η πυρηνική συχνότητα Larmor είναι τρεις τάξεις μεγέθους μικρότερη των τροχιακών ηλεκτρονίων.

Τονίζεται, ότι η μεταπτωτική κίνηση των μαγνητικών διπόλων, από μόνη της, δε συνιστά κανενός είδους συντονισμό, αλλά είναι αναγκαία προϋπόθεση για την εκδήλωσή του. Ο συντονισμός θα εκδηλωθεί όταν κάθετα στο μαγνητικό πεδίο  $\mathbf{B}_0$  εφαρμοστεί ένα περιστρεφόμενο μαγνητικό πεδίο  $\mathbf{B}_{\text{περ}}$ , η συχνότητα περιστροφής του οποίου είναι ίση με τη συχνότητα Larmor  $\Omega_L$ . Όπως θα δούμε στα επόμενα εδάφια, στη συχνότητα αυτή δημιουργείται ένα τοπικό μέγιστο στην απορρόφηση του περιστρεφόμενου πεδίου, και επομένως ένα μικρό μέγιστο στις παραμαγνητικές απώλειες του υλικού.

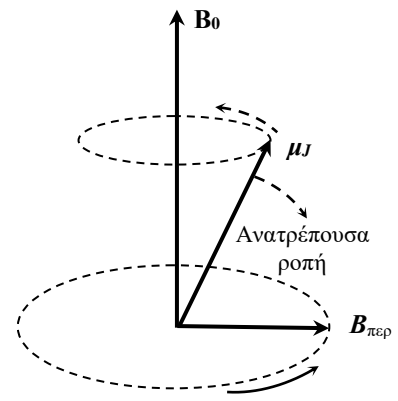
### 8.5. Πρόσθετη επίδραση στο δίπολο του κάθετου περιστρεφόμενου μαγνητικού πεδίου

Έστω ότι κάθετα προς το στατικό μαγνητικό πεδίο  $\mathbf{B}_0$  εφαρμόζεται και ένα ασθενές περιστρεφόμενο μαγνητικό πεδίο  $\mathbf{B}_{\text{περ}}$ , η κυκλική συχνότητα του οποίου είναι  $\omega$  (Σχ. 8.2). Τώρα η μεταπτωτική κίνηση του διπόλου θα γίνει πιο σύνθετη, αλλά η ανάλυσή της μπορεί να απλοποιηθεί εάν την εξετάσει κανείς από τη σκοπιά ενός παρατηρητή που περιστρέφεται μαζί με το διάνυσμα  $\mathbf{B}_{\text{περ}}$ .

Στο περιστρεφόμενο σύστημα αναφοράς το διάνυσμα  $\mathbf{B}_{\text{περ}}$  είναι ακίνητο, ενώ η ένταση του στατικού μαγνητικού πεδίου είναι μειωμένη κατά έναν παράγοντα  $\omega/\gamma_e$ :

$$\mathbf{B}(\omega) = \mathbf{B}_0 - \frac{\omega}{\gamma_e} \cdot \quad (8.5)$$

Επομένως, στο περιστρεφόμενο σύστημα αναφοράς το διάνυσμα  $\mu_J$  θα εκτελεί μία μεταπτωτική κίνηση γύρω από το διανυσματικό άθροισμα  $\mathbf{B}(\omega) + \mathbf{B}_{\text{περ}}$ , με μία αντίστοιχη συχνότητα Larmor:



Σχήμα 8.2

$$\Omega_L(\omega) = \gamma_e \times \sqrt{\left(B_0 - \frac{\omega}{\gamma_e}\right)^2 + B_{\text{περ}}^2} \cdot$$

Στην όλη ανάλυση ενδιαφέρον παρουσιάζουν οι περιπτώσεις  $\omega = \Omega_L$  και  $\omega \neq \Omega_L$ .

*Περίπτωση  $\omega = \Omega_L$ .* Γενικά, ανάλογα με τη συχνότητα περιστροφής  $\omega$ , στο περιστρεφόμενο σύστημα αναφοράς το διάνυσμα  $\mu_J$  είναι ή ακίνητο ή περιστρέφεται: αριστερόστροφα ή δεξιόστροφα. Για παράδειγμα, όταν  $\omega = \gamma_e \mathbf{B}_0 = \Omega_L$ , τα διανύσματα  $\mu_J$  και η  $\mathbf{B}_{\text{περ}}$  είναι ακίνητα, ενώ η ένταση του στατικού μαγνητικού πεδίου είναι μηδέν, οπότε η μόνη συνιστώσα που δρα στο μαγνητικό δίπολο είναι η  $\mathbf{B}_{\text{περ}}$ . Συνέπεια αυτού είναι η εμφάνιση μίας ανατρέπουσας ροπής στο δίπολο που το ανατρέπει, περιστρέφοντάς το γύρω από τη  $\mathbf{B}_{\text{περ}}$  ( $\mu_J \ll \mathbf{B}_{\text{περ}}$ ) και εκεί όπου το διάνυσμα  $\mu_J$  είχε πρώτα ομοπαράλληλη συνιστώσα προς το  $\mathbf{B}_0$ , τώρα η συνιστώσα αυτή γίνεται αντιπαράλληλη. Μολονότι η αντιπαράλληλη κατάσταση είναι μη προτιμητέα, αυτή επιβάλλεται από το περιστρεφόμενο μαγνητικό πεδίο. Προφανώς, στη συχνότητα  $\omega = \Omega_L$  η απαιτούμενη ενέργεια για την ανατροπή των διπόλων καταβάλλεται από το περιστρεφόμενο μαγνητικό πεδίο

και για το λόγο αυτό στη συχνότητα  $\Omega_L$  η απορρόφηση του περιστρεφόμενου μαγνητικού πεδίου και οι παραμαγνητικές απώλειες στο υλικό παρουσιάζουν ένα ασθενές τοπικό μέγιστο.

*Περίπτωση  $\omega \neq \Omega_L$ .* Καθώς στο σύστημα αναφοράς του εργαστηρίου το διάνυσμα  $\mu_J$  περιστρέφεται με συχνότητα  $\Omega_L$ , στο περιστρεφόμενο σύστημα αναφοράς, στις συχνότητες  $\omega < \Omega_L$  και  $\omega > \Omega_L$ , το διάνυσμα  $\mu_J$  περιστρέφεται ή δεξιόστροφα ( $\omega < \Omega_L$ ) ή αριστερόστροφα ( $\omega > \Omega_L$ ), με συχνότητα  $|\Omega_L - \omega|$ . Σημειώνεται, ότι όταν η γωνία μεταξύ  $\mu_J$  και  $B_{\text{περ}}$  είναι αμβλεία, η ανατρέπουσα ροπή αλλάζει πρόσημο. Συνεπώς, στις συχνότητες  $\omega \neq \Omega_L$  η ανατρέπουσα ροπή αλλάζει το πρόσημό της  $|\Omega_L - \omega|$  φορές και επομένως η μέση της τιμή είναι μηδέν. Στις συχνότητες αυτές δεν δημιουργείται μόνιμη ανατροπή των διπόλων και η απορρόφηση του περιστρεφόμενου μαγνητικού πεδίου όπως και οι παραμαγνητικές απώλειες επανέρχονται στις αρχικές τιμές. Βλέπουμε, ότι στη συνάρτηση των παραμαγνητικών απωλειών, στην κοντινή περιοχή της συχνότητας  $\Omega_L$  δημιουργείται μία ασθενής καμπύλη με μέγιστο, όμοια με αυτή της καμπύλης συντονισμού.

### 8.5.1. Ενεργειακές επιπτώσεις της ανατροπής των δίπολων και ο ρόλος της θερμοκρασίας

Ένας πρόχειρος υπολογισμός δείχνει ότι σε θερμοκρασίες δωματίου η μαγνητική αλληλεπιδράσει των μαγνητικών διπόλων είναι εκατοντάδες φορές ασθενέστερη της θερμικής ( $3kT/2$ ), οπότε σε συνθήκες απουσίας εξωτερικού μαγνητικού πεδίου οι μαγνητικές ροπές των ατόμων ή των πυρήνων είναι προσανατολισμένες στο χώρο χαστικά. Αν η παραμαγνητική ουσία τοποθετηθεί εντός ισχυρού στατικού μαγνητικού πεδίου  $B_0$ , μετά από ένα χρονικό διάστημα  $T_1$ , στο σύστημα των διπόλων θα δημιουργηθεί νέα κατάσταση ισορροπίας, όπου οι μαγνητικές ροπές μερικών ατόμων ή πυρήνων θα εκτελούν μεταπτωτική κίνηση γύρω από το διάνυσμα  $B_0$  και με τον τρόπο αυτό θα προσανατολιστούν παράλληλα προς το μαγνητικό πεδίο. Περίπου τα μισά, έστω ότι ο αριθμός τους είναι  $N_1$ , θα έχουν ομοπαράλληλο προσανατολισμό, ενώ τα υπόλοιπα, αντιπαράλληλο. Προφανώς, σε θερμοκρασίες δωματίου ο συνολικός αριθμός των προσανατολισμένων διπόλων, δηλαδή το άθροισμα  $N_1 + N_2$  εξαρτάται από την ένταση του μαγνητικού πεδίου  $B_0$ , με τάση κορεσμού του όταν η  $B_0$  αυξάνει και παίρνει μεγάλες τιμές. Βλέπουμε, ότι το πεδίο  $B_0$  συμβάλει στον προσανατολισμό των διπόλων, ενώ η θερμική κίνηση τείνει να τον καταστρέψει.

Σε κατάσταση ισορροπίας, στο σύστημα των προσανατολισμένων διπόλων τηρείται η συνθήκη  $N_1 > N_2$ , καθώς η δυναμική ενέργεια ενός μαγνητικού δίπολου στο μαγνητικό πεδίο ορίζεται από τη σχέση

$$U_\mu = -(\mu_J \cdot B_0), \quad (8.6)$$

η οποία έχει αρνητική τιμή, και επομένως ελάχιστη, όταν τα δύο διανύσματα έχουν ίδια φορά. Έτσι, για τα μαγνητικά δίπολα η κατάσταση αυτή είναι προτιμητέα, δηλαδή  $N_1 > N_2$ .

Η ανατροπή των διπόλων προκαλεί αύξηση του αριθμού  $N_2$ , ωστόσο σε βάρος του  $N_1$ , καθώς ο συνολικός αριθμός των προσανατολισμένων διπόλων, δηλαδή το άθροισμα  $N_1 + N_2$  είναι σταθερό και εξαρτάται μόνο από τη θερμοκρασία και το  $B_0$ . Προφανώς, για να γίνει η ανατροπή των διπόλων, στο σύστημα των  $N_1$  διπόλων πρέπει να καταβληθεί κάποια ενέργεια, καθότι η νέα κατάσταση είναι μη «προτιμητέα» και χαρακτηρίζεται από υψηλότερη δυναμική ενέργεια. Όπως αναφέρθηκε πιο πάνω, η απαιτούμενη ενέργεια ανατροπής καταβάλλεται από το περιστρεφόμενο μαγνητικό πεδίο.

Όταν γίνεται μέτρηση των απωλειών στο υλικό συναρτήσει της συχνότητας, στη συχνότητα Larmor θα καταγραφεί ένα μικρό μέγιστο, καθώς στη συχνότητα αυτή λαμβάνει χώρα η ανατροπή των διπόλων και πρόσθετη απορρόφηση ενέργειας από το περιστρεφόμενο πεδίο, οπότε είναι λογικό να αναμένει κανείς ελαφρά αύξηση της θερμοκρασίας του παραμαγνητικού υλικού στη συχνότητα αυτή. Δυστυχώς, η αύξηση της θερμοκρασίας είναι τόσο μικρή, που την καθιστά μη μετρήσιμη. Στην πειραματική πρακτική προτιμάται η μέτρηση μίας μικρής μεταβολής στην απορρόφηση του περιστρεφόμενου μαγνητικού πεδίου, η οποία μπορεί να μετρηθεί με κοινά ηλεκτρονικά μέσα.

## 8.6. Μετάπτωση Larmor με όρους της Κβαντικής Μηχανικής

Στο σημείο αυτό θα επικεντρωθούμε μόνο στον Παραμαγνητικό Συντονισμό Πυρήνων (*NMR*).

Στο *NMR*, η ένταση του μαγνητικού πεδίου  $\mathbf{B}$  στις θέσεις των πυρήνων με καλή προσέγγιση είναι  $\mathbf{B}_0$ , καθότι η συνεισφορά των γειτονικών πυρήνων είναι πολύ μικρή.

Έστω, ότι η στροφορμή του πυρήνα είναι  $\mathbf{J}_N$ . Τότε η μαγνητική του ροπή είναι  $\boldsymbol{\mu}_N = (e/2m_N)\hbar\mathbf{J}_N$  ή  $\boldsymbol{\mu}_N = \gamma_N\hbar\mathbf{J}_N$ , ενώ για το μέτρο της στροφορμής ισχύει

$$|\mathbf{J}| = \hbar\sqrt{J(J+1)}, \quad (8.7)$$

όπου  $J$  είναι ο κβαντικός αριθμός του πυρηνικού σπιν. Η μαγνητική ροπή γράφεται συχνά σε μορφή

$$\boldsymbol{\mu}_N = g_N\beta_N\mathbf{J}_N, \quad (8.8)$$

όπου  $\beta_N$  είναι η πυρηνική μαγνητόνη και  $g_N$  είναι μία σταθερά ή ο  $g$ -παράγον του πυρήνα.

Στην κλασική ανάλυση του φαινομένου είδαμε ότι παρουσία στατικού μαγνητικού πεδίου  $\mathbf{B}_0$ , η μαγνητική ροπή  $\boldsymbol{\mu}_N$  περιστρέφεται γύρω από το διάνυσμα  $\mathbf{B}_0$  με συχνότητα Larmor  $\boldsymbol{\Omega}_L$ , όπου  $\boldsymbol{\Omega}_L = \gamma_N\mathbf{B}_0$ . Επίσης, κανένας περιορισμός δεν επιβαλλόταν στον χωρικό προσανατολισμού των διανυσμάτων  $\boldsymbol{\mu}_N$  και  $\mathbf{J}_N$ , ενώ σύμφωνα με τις αρχές της Κβαντικής Μηχανικής, τα δύο διανύσματα δεν προσανατολίζονται στο χώρο αυθαίρετα, αλλά οι προβολές τους στον άξονα  $z$ , που θεωρείται

παράλληλος προς το μαγνητικό πεδίο  $\mathbf{B}_0$ , παίρνουν μόνο διακριτές τιμές:

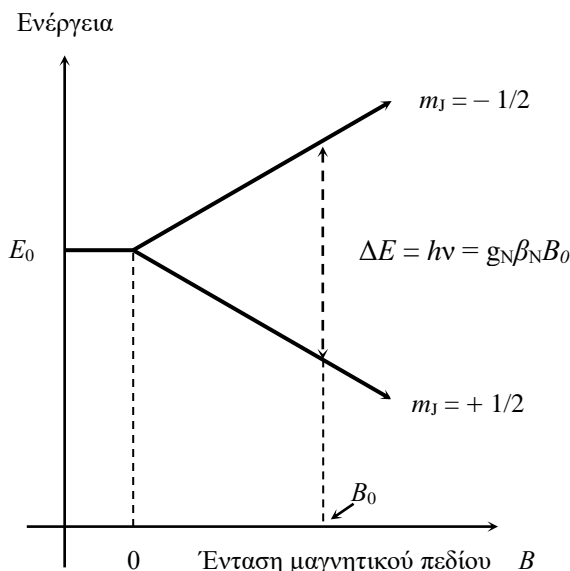
$$J_z = \hbar m_J, \quad (8.9)$$

όπου ο αριθμός  $m_J$  παίρνει τιμές  $J, J-1, J-2, \dots, -J$ . Οι αντίστοιχες προβολές της μαγνητικής ροπής είναι

$$\mu_z = \gamma_N\hbar m_J \quad \text{ή} \quad \mu_z = g_N\beta_N m_J. \quad (8.10\alpha,\beta)$$

Επομένως, λόγω παρουσίας του μαγνητικού πεδίου, η αντίστοιχη δυναμική ενέργεια του πυρήνα μεταβάλλεται κατά

$$E_B = -(\boldsymbol{\mu}_z \cdot \mathbf{B}_0) = -g_N\beta_N m_J B_0. \quad (8.11)$$



Σχήμα 8.3

Οι πυρήνες που χρησιμοποιούνται στη φασματοσκοπία *NMR* έχουν συχνά σπίν  $J = 1/2$ . Ισχύει τότε, ότι ο αριθμός  $m_J$  παίρνει τιμές  $+1/2$  και  $-1/2$ . Έτσι, οι επιτρεπόμενες ενεργειακές στάθμες είναι  $+g_N\beta_N B_0/2$  και  $-g_N\beta_N B_0/2$ , αντίστοιχα, οι οποίες σχηματίζουν μεταξύ τους ένα ενεργειακό χάσμα (Σχ. 8.3):

$$\Delta E = g_N\beta_N B_0. \quad (8.12)$$

Οι μεταβάσεις μεταξύ των δύο ενεργειακών καταστάσεων γίνονται όταν τα μαγνητικά δίπολα των πυρήνων αλλάζουν προσανατολισμό και από τη προτιμητέα κατάσταση με  $m_J = +1/2$ , με τη βοήθεια του περιστρεφόμενου μαγνητικού πεδίου ανατρέπονται και μεταπηδούν στην υψηλότερη ενεργειακή κατάσταση, με  $m_J = -1/2$ . Η απαιτούμενη ενέργεια για τη μετάβαση αυτή ισούται με το ενεργειακό χάσμα που χωρίζει αυτές τις δύο καταστάσεις, δηλαδή είναι  $\Delta E$ .

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι η συχνότητα του περιστρεφόμενου μαγνητικού πεδίου  $\omega$  πρέπει να ικανοποιεί τη σχέση

$$\Delta E = \hbar\omega = g_N\beta_N B_0 \quad \text{ή} \quad \hbar\omega = \hbar\gamma_N B_0, \quad (8.13\alpha,\beta)$$

δηλαδή,

$$\omega = \gamma_N B_0, \quad (8.14)$$

οπότε, στη σχέση (8.14), την  $\omega$  την αναγνωρίζουμε ως συχνότητα Larmor!

Από την ανάλυση αυτή προκύπτει το συμπέρασμα ότι στη γλώσσα της Κβαντικής Μηχανικής, η συχνότητα Larmor ορίζει τη συχνότητα της ενεργειακής μετάβασης και έμμεσα καθορίζει την ενέργεια του κβάντου,  $\Delta E = \hbar\Omega_L$ , που δαπανάται για τη μετάβασή αυτή.

Στο σημείο αυτό πρέπει να πούμε ότι ο ενεργειακός φορμαλισμός της Κβαντικής Μηχανικής αποτελεί ένα από τα ισχυρότερα εργαλεία στα χέρια των ερευνητών, πλην όμως συχνά δεν είναι αρκετός για την κατανόηση του φυσικού φαινομένου. Για παράδειγμα, από την ανάλυση που προηγήθηκε δεν είναι σαφές, γιατί το εναλλασσόμενο μαγνητικό πεδίο πρέπει να είναι περιστρεφόμενο, ο ρόλος της έντασής του, γιατί πρέπει να είναι κάθετο προς το διάνυσμα  $\mathbf{B}_0$  κ.λπ.

### 8.6.1. Τα φαινόμενα *EPR*, *NMR* και οι εφαρμογές τους

Η σπουδαιότητα και η αξία των δύο μεθόδων πηγάζει από το γεγονός ότι η συχνότητα αυξημένων παραμαγνητικών απωλειών  $\omega_0$  συμπίπτει με τη συχνότητα Larmor της μεταπτωτικής κίνησης των στοιχειωδών μαγνητικών διπόλων, όταν σε αυτά δρα ένα ισχυρό στατικό μαγνητικό πεδίο  $\mathbf{B}_0$ . Για την επιστημονική έρευνα είναι ουσιώδες το γεγονός ότι η συχνότητα Larmor,  $\Omega_L$ , είναι ανάλογη και άμεσα εξαρτάται από τη *συνολική* ένταση του μαγνητικού πεδίου στις θέσεις των μαγνητικών διπόλων, δηλαδή την ένταση  $\mathbf{B}_0$  του εξωτερικού στατικού πεδίου, συν την  $\mathbf{B}_{εσ}$ , που δημιουργούν τα γειτονικά μαγνητικά δίπολα. Έτσι,  $\Omega_L = \gamma\mathbf{B}_{ολικο}$ , όπου  $\mathbf{B}_{ολικο} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_{εσ}$ .

Ένας πρόχειρος υπολογισμός δείχνει ότι στο *EPR*, η ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργούν τα μαγνητικά δίπολα των γειτονικών ατόμων είναι της τάξης  $\mu_0\mu_B/r^3 \approx 0,1$  T, όπου  $\mu_B = 9,27 \times 10^{-24}$  (J/T) είναι η μαγνητόνη του Bohr,  $\mu_0$  είναι η μαγνητική διαπερατότητα του κενού και  $r$  είναι η απόσταση μεταξύ των ατόμων, που είναι περίπου  $2 \times 10^{-10}$  m. Καθώς στις πειραματικές διατάξεις το στατικό μαγνητικό πεδίο  $\mathbf{B}_0$  είναι της τάξης 1 T, βλέπουμε ότι η συνεισφορά στο συνολικό πεδίο των γειτονικών διπόλων είναι συγκρίσιμη με αυτή του εξωτερικού πεδίου. Συνεπώς, στο *EPR*, η συχνότητα  $\Omega_L$  άμεσα εξαρτάται από την απόσταση,

θέση και κατάσταση (μαγνητική ή μη) των γειτονικών ατόμων. Μία μεταβολή της  $B_{ext}$  θα επιφέρει και μεταβολή της  $\Omega_L$ , η οποία σε μαγνητικά πεδία  $B_0 \approx 1$  T είναι της τάξης 5-10 GHz, δηλαδή βρίσκεται στην περιοχή των ραδιοκυμάτων και μπορεί να μετρηθεί με ηλεκτρονικά μέσα υψηλής συχνότητας.

Στο *NMR*, η συνεισφορά των γειτονικών πυρήνων είναι  $10^3$  φορές μικρότερη και είναι της τάξης  $10^{-4}$ - $10^{-3}$  T, αλλά καθώς σε πεδία  $B_0 \approx 1$  T η συχνότητα  $\Omega_L$  είναι περίπου 30 MHz, η οποία είναι σχετικά χαμηλή και μπορεί να μετρηθεί με μεγάλη ακρίβεια και διακριτική ικανότητα, ακόμη και τόσο μικρές μεταβολές του μαγνητικού πεδίου προκαλούν μετρήσιμες μεταβολές της συχνότητας  $\Omega_L$ .

Στις ερευνητικές μεθόδους *NMR* και *EPR*, καθώς το παραμαγνητικό υλικό υφίσταται κάποια φυσικοχημική κατεργασία, η όποια μεταβολή της συχνότητας  $\Omega_L$  μαρτυρά ότι η τοπική ένταση του μαγνητικού πεδίου έχει μεταβληθεί, επομένως έχει μεταβληθεί η θέση των γειτονικών μαγνητικών διπόλων (ατόμων) ή ένα από τα άτομα της δομικής κυψελίδας αντικαταστάθηκε με κάποιο άλλο, που έχει μηδενική μαγνητική ροπή κ.λπ. Μετρώντας τη συχνότητα  $\Omega_L$ , πριν και μετά την κατεργασία, από τη μεταβολή της δύναται να υπολογιστεί η μεταβολή του τοπικού εσωτερικού μαγνητικού πεδίου και, στη συνέχεια, να εξαχθούν τα όποια συμπεράσματα για τυχόν μετατόπιση των ατόμων από τις αρχικές τους θέσεις.

Σήμερα, οι δύο παραμαγνητικοί συντονισμοί χρησιμοποιούνται ευρέως στην Ιατρική (Μαγνητική Τομογραφία), Φυσική Στερεάς Κατάστασης, Χημεία, Φυσικοχημεία, Βιολογία κ.λπ, ενώ στη μετρολογία, το *NMR* αξιοποιείται στις ακριβείς μετρήσεις του μαγνητικού πεδίου.

## 8.7. Μερικά ζητήματα Πειραματικής Φυσικής

### 8.7.1. Αντικατάσταση της κυκλικής πόλωσης του περιστρεφόμενου πεδίου με γραμμική

Στην ανάλυση των φαινομένων *NMR* και *EPR*, το κάθετο μαγνητικό πεδίο θεωρείται περιστρεφόμενο (κυκλικά πολωμένο). Στις χαμηλές συχνότητες είναι σχετικά εύκολη η εφαρμογή του περιστρεφόμενου πεδίου. Για παράδειγμα, τα περιστρεφόμενα μαγνητικά πεδία των 50 Hz απαντώνται στους ηλεκτρομαγνητικούς κινητήρες. Αλλά η δημιουργία περιστρεφόμενου μαγνητικού πεδίου σε συχνότητες 10 MHz και 10 GHz είναι ένα δύσκολο εγχείρημα. Για το λόγο αυτό οι ερευνητές καταφεύγουν σε γραμμικά πολωμένο εναλλασσόμενο μαγνητικό πεδίο, δηλαδή πεδίο που μεταβάλλεται μόνο σε μία κατεύθυνση, π. χ. τη  $x$ , καθώς το πεδίο αυτό δημιουργείται άμεσα στον άξονα του απλού πηνίου του κυκλώματος *LC*. Εξ άλλου, το γραμμικά πολωμένο πεδίο μπορεί να θεωρηθεί ότι αποτελείται από δύο περιστρεφόμενα, που περιστρέφονται με αντίθετη φορά. Ούτως ή άλλως στην παραμαγνητική απορρόφηση θα συμβάλει μόνο εκείνο το περιστρεφόμενο μαγνητικό πεδίο που περιστρέφεται με φορά του  $\mu_J$ . Η συνιστώσα που περιστρέφεται αντίθετα δημιουργεί μηδενική μέση ανατρέπουσα ροπή, καθώς το πρόσημό της μεταβάλλεται με συχνότητα  $\Omega_L + \omega$ , που είναι πολύ υψηλή. Συνεπώς, η συνιστώσα αυτή δεν συμβάλει στη μόνιμη ανατροπή των διπόλων. Προφανώς, στο γραμμικά πολωμένο πεδίο η ανατροπή των διπόλων γίνεται με μικρότερη απόδοση, παρά ταύτα προτιμάται καθότι είναι ευκολότερη στην εφαρμογή.

Έτσι, στις πειραματικές διατάξεις όπου μελετώνται τα φαινόμενα *NMR* και *EPR* συνηθίζονται οι εξής συμβάσεις: στο εργαστηριακό σύστημα αναφοράς  $x, y, z$ , τα μοναδιαία διανύσματα του οποίου είναι  $x_0, y_0, z_0$ , το στατικό μαγνητικό πεδίο  $B_0$  έχει συνιστώσες  $[0x_0, 0y_0, B_0z_0]$ , ενώ το γραμμικά πολωμένο εναλλασσόμενο μαγνητικό πεδίο,  $B_{ev}$ , έχει συνιστώσες  $[B_{ev}(\omega)x_0, 0y_0, 0z_0]$ , όπου  $B_{ev}(\omega) = B_x \cos(\omega t)$ .



### 8.7.2. Αναμενόμενη ένταση του φαινομένου NMR και οι δυσκολίες ανίχνευσής του

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, σε θερμοκρασίες δωματίου η θερμική κίνηση των ατόμων τείνει να προσανατολίσει τα μαγνητικά δίπολα χαοτικά, ενώ η εφαρμογή ενός στατικού μαγνητικού πεδίου συμβάλει στον προσανατολισμό μερικού αριθμού διπόλων. Επομένως, όσο ισχυρότερο είναι το στατικό πεδίο, τόσο μεγαλύτερος είναι ο αριθμός των προσανατολισμένων διπόλων. Από την άλλη πλευρά, όσο μεγαλύτερος είναι ο αριθμός των προσανατολισμένων μαγνητικών διπόλων, δηλαδή το άθροισμα  $N_1 + N_2$ , τόσο μεγαλύτερη είναι η παραμαγνητική απορρόφηση και ευκολότερα καταγράφεται η απορρόφηση του εναλλασσόμενου μαγνητικού πεδίου. Έτσι, στις πειραματικές διατάξεις η ένταση του στατικού μαγνητικού πεδίου προτιμάται να είναι μεγάλη. Αλλά ο όρος αυτός δεν είναι επαρκής. Η απορρόφηση ενισχύεται όταν υπάρχει περίσσια σπιν στη χαμηλότερη ενεργειακή κατάσταση. Με άλλα λόγια, στην προτιμητέα κατάσταση ο αριθμός των πυρήνων πρέπει να είναι μεγαλύτερος, δηλαδή πρέπει  $N_1 > N_2$ . Συνεπώς, στη συχνότητα Larmor, η ισχύς που απορροφάται από το παραμαγνητικό υλικό είναι ανάλογη προς τη διαφορά  $N_1 - N_2$ .

Ο λόγος  $N_2/N_1$  μπορεί να υπολογιστεί, και όπως θα δούμε, εξαρτάται από την ένταση του μαγνητικού πεδίου  $B_0$ . Πράγματι, η κατανομή των σπιν μεταξύ των δύο ενεργειακών σταθμών καθορίζεται, σύμφωνα με τη στατιστική Boltzmann, από την απόλυτη θερμοκρασία  $T$  και το ενεργειακό χάσμα που τις χωρίζει. Ισχύει

$$\frac{N_2}{N_1} = \exp\left(-\frac{\Delta E}{kT}\right). \quad (8.15)$$

Επειδή  $\Delta E \ll kT$ , ισχύει με καλή προσέγγιση

$$\frac{N_2}{N_1} \approx 1 - \frac{\Delta E}{kT} = 1 - \frac{g_N \beta_N B_0}{kT}. \quad (8.16)$$

Για τα πρωτόνια,  $g_N = 5,58$  και  $\beta_N = 5,05 \times 10^{-27}$  (J/T). Καθώς η πυρηνική μαγνητόνη είναι περίπου 2000 φορές μικρότερη από αυτή του ηλεκτρονίου, έναντι του EPR, στο NMR το ενεργειακό χάσμα είναι πολύ μικρότερο, οπότε σε θερμοκρασία δωματίου και μαγνητικά πεδία περίπου 1 T υπάρχει περίσσια των  $N_1$ , έναντι των  $N_2$ , της τάξης  $10^{-5}$  ( $g_N \beta_N B_0 / kT \approx 10^{-5}$ ). Αυτό σημαίνει ότι στην παραμαγνητική απορρόφηση του περιστρεφόμενου μαγνητικού πεδίου συμμετέχει μόνο ένα πολύ μικρό μέρος των πυρήνων.

Αλλά οι πειραματικές δυσκολίες δεν σταματούν εδώ. Πρόσθετες δυσκολίες δημιουργεί η κάπως υψηλή τιμή της συχνότητας Larmor (10-20 MHz), όπου ο εσωτερικός θόρυβος των ενισχυτικών ηλεκτρονικών διατάξεων είναι αυξημένος και, εν γένει, η ηλεκτρονική επεξεργασία της υψηλής συχνότητας γίνεται με μεγαλύτερη δυσκολία.

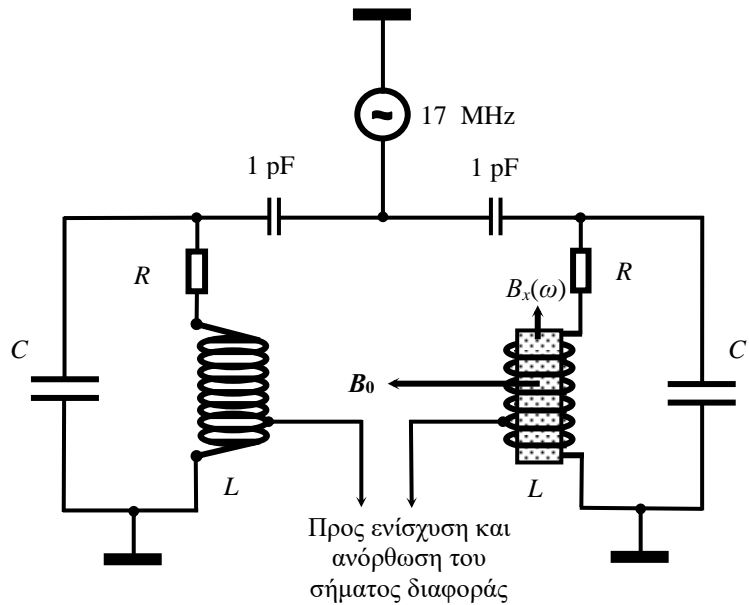
### 8.7.3. Μέθοδος καταγραφής μικρών παραμαγνητικών απωλειών

Η αρχή λειτουργίας της μεθόδου στηρίζεται στις ιδιότητες του κυκλώματος RLC, στο οποίο, στο συντονισμό, η εναλλασσόμενη τάση εξαρτάται από τις συνολικές απώλειες του κυκλώματος.

Για τη μέτρηση και καταγραφή των μικρών απωλειών οι ερευνητές καταφεύγουν σε ηλεκτρονικά κυκλώματα τύπου γέφυρα εναλλασσόμενης τάσης, όπου εμφανίζεται ένα ηλεκτρικό

σήμα διαφοράς όταν η ισορροπία της γέφυρας διαταράσσεται.

Η γέφυρα αποτελείται από δύο όμοια παράλληλα κυκλώματα  $RLC$ , με μεγάλο συντελεστή ποιότητας  $Q$ , τα οποία τροφοδοτούνται από μία γεννήτρια των 10-20 MHz (Σχ. 8.4). Επίσης, τα δύο κυκλώματα είναι συντονισμένα στη συχνότητα της γεννήτριας και σε κατάσταση ισορροπίας οι εναλλασσόμενες τάσεις στα κυκλώματα είναι ίσες, επομένως είναι ίσες και στις δύο απολήξεις των δύο πηνίων, το ηλεκτρικό σήμα των οποίων



Σχήμα 8.4.

οδηγείται στον διαφορικό ενισχυτή προς ενίσχυση. Προφανώς, σε κατάσταση ισορροπίας το διαφορικό σήμα των δύο απολήξεων είναι μηδέν.

Ακολούθως, στο ένα από τα δύο πηνία εισάγεται το παραμαγνητικό υλικό. Συνηθίζεται, το κύκλωμα αυτό να ονομάζεται κύκλωμα εργασίας, ενώ το άλλο, το βοηθητικό, το ονομάζουν κύκλωμα αναφοράς ή σύγκρισης.

Εάν παρουσία μαγνητικού πεδίου  $B_0$  σε κάποια συχνότητα ο συντελεστής ποιότητας του κυκλώματος εργασίας μειωθεί, έστω κατά  $10^{-5}$  από την αρχική τιμή, αυτό θα επιφέρει μείωση της εναλλασσόμενης τάσης στο κύκλωμα αυτό και η ισορροπία της γέφυρας θα διαταραχθεί. Στις δυο απολήξεις θα παραχθεί ένα εναλλασσόμενο σήμα διαφοράς, της τάξης των μερικών  $\mu V$ , που στη συνέχεια μπορεί να ενισχυθεί  $10^3$ - $10^4$  φορές και να μετρηθεί ή να καταγραφεί. Συνήθως, το ενισχυμένο σήμα οδηγείται στα  $Y$  πλακίδια ενός παλμογράφου. Αυτή είναι η βασική λειτουργία του αισθητήρα μικρών απωλειών.

Τα δύο κυκλώματα  $R, L, C$  είναι συντονισμένα στη συχνότητα της γεννήτριας και λειτουργούν λίγο-πολύ ανεξάρτητα. Καταβάλλεται προσπάθεια οι παρασιτικές απώλειες στα κυκλώματα αυτά να είναι μικρές, επομένως είναι οξείες η καμπύλες συντονισμού των δύο κυκλωμάτων.

Για να διατηρείται ο συντελεστής ποιότητας  $Q$  σε υψηλά επίπεδα, λαμβάνονται δύο μέτρα: (α) η ζεύξη της γεννήτριας με τα δύο κυκλώματα επιλέγεται να είναι χαλαρή, που επιτυγχάνεται μέσω δύο πυκνωτών μικρής χωρητικότητας, περίπου 1 pF,

(β) καθώς η ποιότητα του  $L, C$  κυκλώματος μειώνεται όταν παράλληλα στο πηνίο δρα μία σχετικά μικρή ωμική αντίσταση της εισόδου του ενισχυτή, προκειμένου να μην μειωθεί, η ζεύξη με τον διαφορικό ενισχυτή γίνεται από μία απόληξη, δηλαδή από ένα μικρό μέρος του πηνίου και όχι όλου (ζεύξη από τις 2 σπείρες και όχι τις 8, βλ. Σχ. 8.4).

Με τον τρόπο αυτό η επίδραση στο  $Q$  της μικρής αντίστασης εισόδου του ενισχυτή μειώνεται κατά έναν παράγοντα  $(n_1/n_2)^2$ , όπου  $n_1/n_2$  είναι ο λόγος των σπειρών στο πηνίο ( $(8/2)^2 = 16!$ ).

Στο Σχ. 8.4, το δείγμα εισάγεται στο πηνίο του δεξιού κυκλώματος, όπου στον άξονά του δρα το γραμμικά πολωμένο εναλλασσόμενο μαγνητικό πεδίο  $B_{ev}(\omega) = B_x \cos(\omega t)$ . Επίσης, ο άξονας του πηνίου είναι κάθετος προς το στατικό μαγνητικό πεδίο  $B_0$ . Η γέφυρα ισορροπείται απουσία του παραμαγνητικού υλικού και με κατάλληλη ρύθμιση των στοιχείων  $R, L$  και  $C$  στο κύκλωμα αναφοράς.

## 8.8. Συναρτήσεις των σημάτων *NMR* και *EPR*

Ο Bloch πρώτος υπολόγισε την αναμενόμενη μορφή των σημάτων *NMR* και *EPR*.

Σε πειράματα με παραμαγνητικά υλικά, συνήθως, το μέγεθος που μετράνε δεν είναι η επαγόμενη στο υλικό μαγνητική ροπή, αλλά μεγέθη που έντονα μεταβάλλονται με τη συχνότητα στην περιοχή της συχνότητας Larmor, όπως, για παράδειγμα, είναι η μαγνητική επιδεκτικότητα του υλικού. Η μαγνητική επιδεκτικότητα εν γένει είναι διανυσματικό μέγεθος, αλλά σε ένα ομογενές υλικό είναι μέγεθος βαθμωτό και συμβολίζεται  $\chi$ . Έτσι, σε εναλλασσόμενα μαγνητικά πεδία η επιδεκτικότητα εξαρτάται από την κυκλική συχνότητα  $\omega$  και προτιμάται να αναλύεται σε δύο μέρη: το πραγματικό μέρος  $\chi'$ , που ακολουθεί το εναλλασσόμενο μαγνητικό πεδίο και μεταβάλλεται σε φάση με αυτό, και το φανταστικό  $\chi''$ , που καθυστερεί κατά 90 μοίρες:

$$\chi = \chi' - i\chi'' \quad (8.17)$$

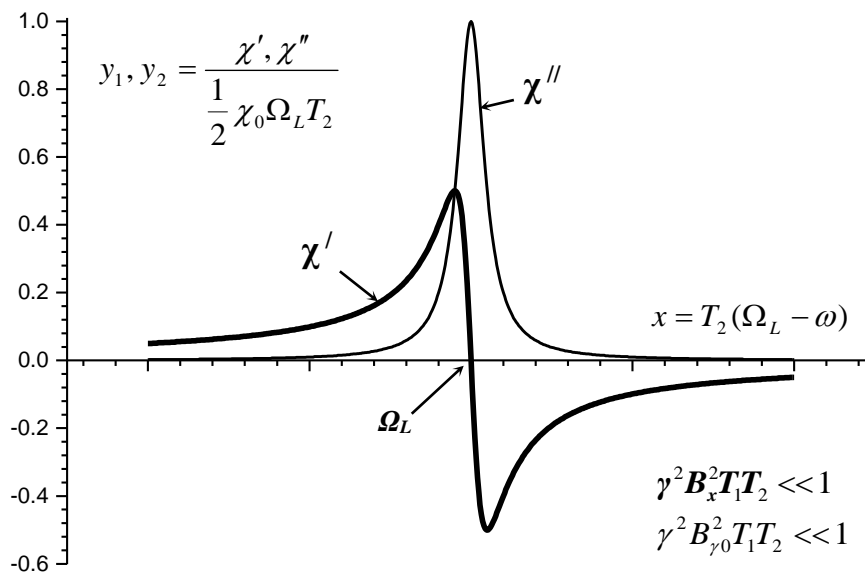
Προφανώς, οι δύο συνιστώσες εξαρτώνται από τη συχνότητα  $\omega$ . Η αναλυτική μορφή των συναρτήσεων  $\chi'(\omega)$  και  $\chi''(\omega)$  που υπολογίστηκαν από τον Bloch είναι:

$$\chi' = \frac{\Omega_L \chi_0 T_2}{2} \times \frac{T_2 (\Omega_L - \omega)}{1 + T_2^2 (\Omega_L - \omega)^2 + \gamma^2 B_x^2 T_1 T_2} \quad (8.18)$$

και

$$\chi'' = \frac{\Omega_L \chi_0 T_2}{2} \times \frac{1}{1 + T_2^2 (\Omega_L - \omega)^2 + \gamma^2 B_x^2 T_1 T_2}, \quad (8.19)$$

όπου  $\chi_0$  είναι η μαγνητική επιδεκτικότητα στη συχνότητα  $\omega = 0$ , ενώ  $T_1$  και  $T_2$  είναι οι χρόνοι αποκατάστασης ισορροπίας (relaxation time) στη διεύθυνση του πεδίου, δηλαδή τη  $z$  (longitudinal relaxation time) και στις δύο κάθετες,  $x$  και  $y$ , αντίστοιχα (transverse relaxation time), όταν τα πεδία  $B_0$  και  $B_{\text{περ}}$  απότομα μηδενίζονται. Οι χρόνοι αυτοί δεν έχουν ίδια τιμή και συνήθως στα στερεά  $T_1 \gg T_2$ , ενώ στα υγρά και αέρια οι τιμές τους διαφέρουν λίγο, δηλαδή  $T_1 \geq T_2$ .



**Σχήμα 8.5.** Γραφική παράσταση των  $\chi'$  και  $\chi''$  συναρτήσεων  $T_2(\Omega_L - \omega)$ .

Στο Σχ. 8.5 δίνονται οι κανονικοποιημένες καμπύλες των  $\chi'$  και  $\chi''$ , όταν η ένταση του γραμμικά πολωμένου εναλλασσόμενου μαγνητικού πεδίου είναι μικρή, δηλαδή στις σχέσεις (8.18) και (8.19) ο όρος  $\gamma^2 B_x^2 T_1 T_2$  είναι πολύ μικρότερος από τη μονάδα.

Στην πειραματική πρακτική η μέτρηση της συχνότητας Larmor γίνεται μέσω μέτρησης της  $\chi'$  ή της  $\chi''$ . Από τις δύο καμπύλες οι ερευνητές προτιμούν τη συνάρτηση  $\chi'$ , καθώς από την καμπύλη αυτή η ανάγνωση της συχνότητας Larmor γίνεται με μεγαλύτερη ακρίβεια.

### 8.8.1. Φαινόμενο κορεσμού

Το φαινόμενο κορεσμού παρατηρείται πειραματικά και εκδηλώνεται όταν ο ερευνητής αυξάνει την ένταση του γραμμικά πολωμένου εναλλασσόμενου μαγνητικού πεδίου. Έκπληκτος παρατηρεί στην οθόνη του παλμογράφου ότι τα χαρακτηριστικά σήματα *NMR* και *EPR* μειώνουν την έντασή τους, αντί να την αυξάνουν, όπως θα ανέμενε από συνήθεια!

Για να ερμηνεύσει κανείς το φαινόμενο αυτό θα πρέπει να λάβει υπόψη το γεγονός ότι η ένταση του ηλεκτρικού σήματος *NMR* και *EPR* εξαρτάται από την ένταση με την οποία απορροφάται το εναλλασσόμενο μαγνητικό πεδίο. Από την άλλη πλευρά, η απορρόφηση αυτή εξαρτάται από τη διαφορά πληθυσμών στις δύο ενεργειακές καταστάσεις. (προσανατολισμούς), δηλαδή τη διαφορά  $N_1 - N_2$ . Η διαφορά αυτή παραμένει σταθερή, όσο η ένταση του εναλλασσόμενου μαγνητικού πεδίου  $B_x$  είναι μικρή, καθότι η θερμική παρεμβολή επαναφέρει στην αρχική κατάσταση τα δίπολα που προηγουμένως είχαν ανατραπεί. Αλλά η περαιτέρω αύξηση της έντασης του εναλλασσόμενου μαγνητικού πεδίου προκαλεί μείωση της διαφοράς  $N_1 - N_2$ , η οποία τείνει να μηδενιστεί όταν η ένταση γίνεται πολύ μεγάλη και η θερμική παρεμβολή δεν προλαβαίνει να επαναφέρει τα δίπολα στην προτιμητέα κατάσταση. Μαθηματικά, το γεγονός αυτό αποδίδεται με τον όρο  $\gamma^2 B_x^2 T_1 T_2$ , που εξαρτάται από την ένταση του περιστρεφόμενου πεδίου και βρίσκεται στον παρανομαστή των σχέσεων (8.18) και (8.19). Βλέπουμε ότι η διαφορά  $N_1 - N_2$  εξαρτάται από το πλάτος  $B_x$  και τείνει προς την τιμή:

$$N_1 - N_2 \rightarrow \frac{N_1 - N_2}{1 + \gamma^2 B_x^2 T_1 T_2}. \quad (8.20)$$

### 8.9. Πειραματική διάταξη και μέθοδος καταγραφής του σήματος *NMR*

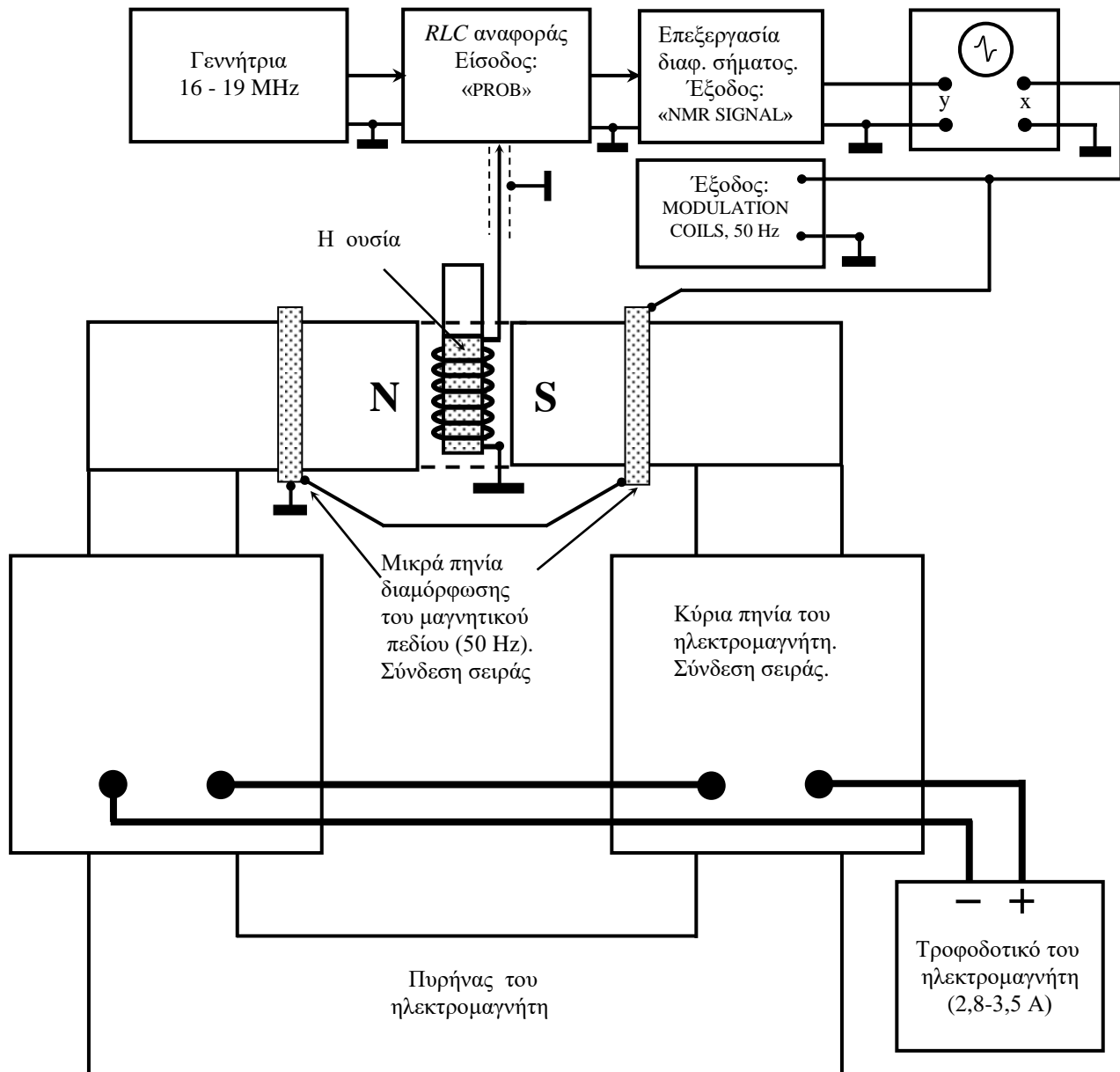
Καθώς η σχέση μεταξύ της συχνότητας Larmor και  $B_0$  είναι άμεση, η καταγραφή των παραμαγνητικών απωλειών μπορεί να γίνει με δύο τρόπους.

**1.** Για μία σταθερή τιμή της  $B_0$ , μεταβάλλουν τη συχνότητα  $\omega$  της γεννήτριας που τροφοδοτεί τη γέφυρα εναλλασσόμενης τάσης έως ότου η συχνότητά της γίνει  $\omega_0$ , όπου  $\omega_0 = \Omega_L$ . Αν τη συχνότητα  $\omega$  αρχίσουμε να τη αυξομειώνουμε γύρω από τη  $\omega_0$ , έστω έως  $\Delta\omega$ , τότε στην οθόνη του παλμογράφου θα εμφανιστεί η χαρακτηριστική καμπύλη των παραμαγνητικών απωλειών συναρτήσει συχνότητας, όταν η οριζόντια σάρωση του παλμογράφου είναι ανάλογη προς τη μεταβολή  $\omega - \omega_0$ . Το μέγιστο της καμπύλης αναμένεται στο σημείο της οθόνης όπου  $\omega - \omega_0 = 0$ .

**2.** Ισοδύναμα, σε μία σταθερή συχνότητα που παράγει η γεννήτρια  $f_0$ , μεταβάλλουν την ένταση του στατικού μαγνητικού πεδίου  $B$  έως ότου η συχνότητα Larmor των διπόλων γίνει ίση με αυτή της γεννήτριας. Αν αρχίσουμε να αυξομειώνουμε ελαφρώς το μαγνητικό πεδίο γύρω από την τιμή  $B_0$ , έστω έως  $\Delta B_0$ , στην οθόνη του παλμογράφου θα εμφανισθεί όμοια με την πρώτη περίπτωση χαρακτηριστική καμπύλη

των παραμαγνητικών απωλειών, αλλά τώρα συναρτήσεως έντασης του μαγνητικού πεδίου, όταν μεριμνάτε η οριζόντια σάρωση να είναι ανάλογη προς τη διαφορά  $\mathbf{B} - \mathbf{B}_0$ . Η κορυφή της καμπύλης αναμένεται στο σημείο της οθόνης όπου  $\mathbf{B} - \mathbf{B}_0 = 0$ .

Στην παρούσα Άσκηση η καταγραφή της καμπύλης γίνεται με τη δεύτερη μέθοδο (Σχ. 8.6), όπου η μικρή μεταβολή (διαμόρφωση, modulation) του μαγνητικού πεδίου (μερικά mT) γίνεται από ένα βοηθητικό ζεύγος πηνίων, με χαμηλή συχνότητα ( $f_{\text{mod}} = 50 \text{ Hz}$ ) του δικτύου. Στη μέθοδο αυτή το μαγνητικό πεδίο μεταβάλλεται (διαμορφώνεται) γύρω από την τιμή  $\mathbf{B}_0$  κατά  $\Delta\mathbf{B}$ , όπου  $\Delta\mathbf{B} = A \cos(\omega_{\text{mod}}t)$ , ενώ  $\omega_{\text{mod}} = 2\pi f_{\text{mod}} = 314 \text{ rad/s}$ .



Σχήμα 8.6. Γενικό ηλεκτρικό κύκλωμα καταγραφής της καμπύλης NMR.

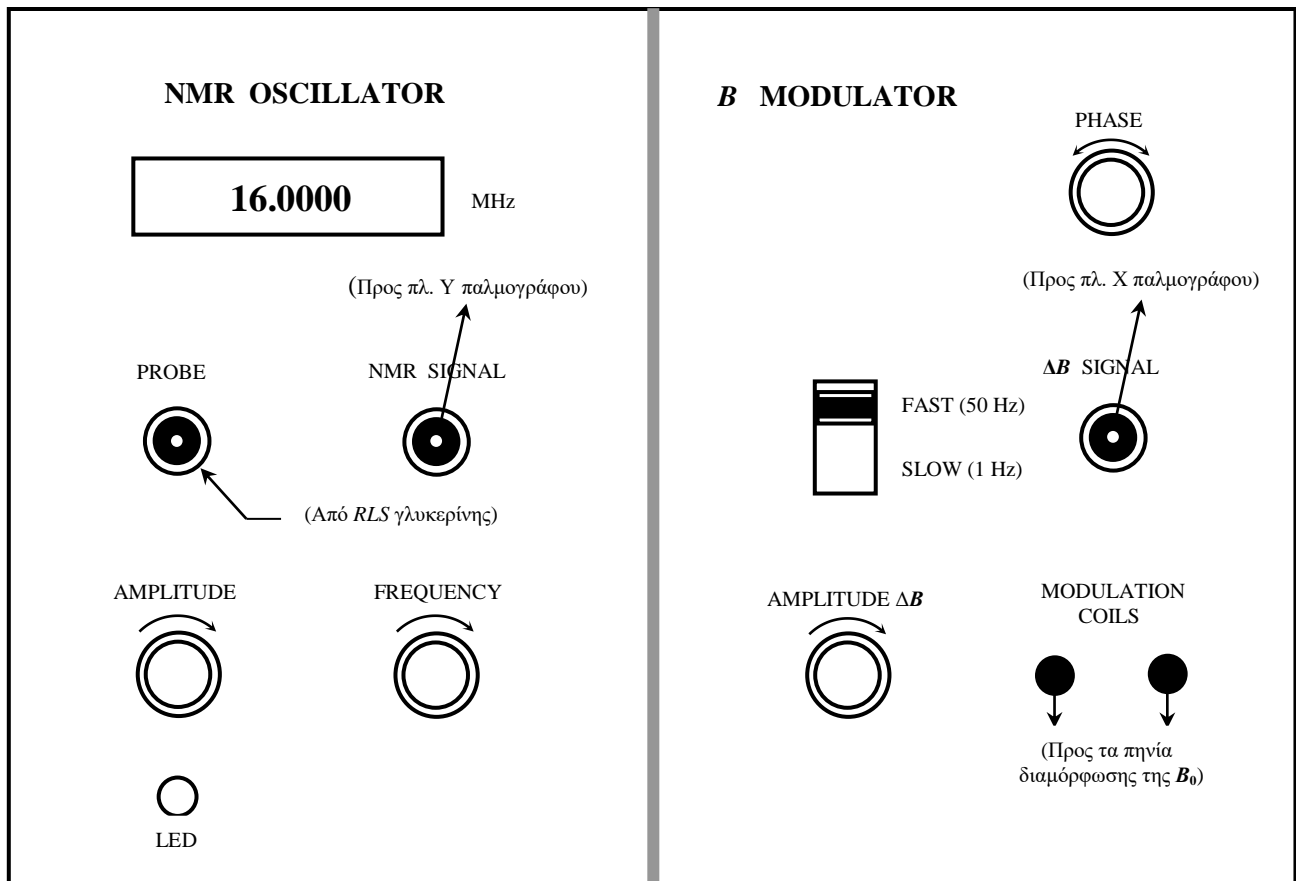
Η πειραματική διάταξη αποσκοπεί στην καταγραφή της συνάρτησης  $\chi'(f_0, B_0 + A \cos(\omega_{\text{mod}} t))$  απευθείας στην οθόνη του παλμογράφου (Σχ. 8.6), όταν η οριζόντια σάρωση καθορίζεται από τον παράγοντα  $A \cos(\omega_{\text{mod}} t)$ . Το υλικό στο οποίο παρατηρείται η παραμαγνητική απορρόφηση είναι η γλυκερίνη, τα πρωτόνια της οποίας (άτομα του υδρογόνου) έχουν μη μηδενική μαγνητική ροπή, καθώς το spin τους είναι 1/2. Η γλυκερίνη βρίσκεται στον πυθμένα ενός λεπτού και στεγανά κλειστού γυάλινου σωλήνα (αμπούλα), ο οποίος εισάγεται στο πηγαδάκι μίας ξεχωριστής μονάδας που βρίσκεται στο διάκενο του ηλεκτρομαγνήτη. Στη μονάδα αυτή είναι ενσωματωμένο το πηνίο του κυκλώματος  $R, L, C$  εργασίας, στο οποίο ισάγεται η αμπούλα με τη γλυκερίνη, ενώ ο άξονας του πηνίου είναι κάθετος προς το ισχυρό στατικό μαγνητικό πεδίο του ηλεκτρομαγνήτη.

### 8.9.1. Καταγραφή της συνάρτησης $\chi'$ στην οθόνη του παλμογράφου

Η πειραματική διάταξη περιλαμβάνει ακόμη:

Έναν παλμογράφο δύο καναλιών, τον ηλεκτρομαγνήτη με το τροφοδοτικό του, το μαγνητόμετρο με αισθητήρα τύπου Hall, την αμπούλα με τη γλυκερίνη και ένα ξεχωριστό ζευγάρι πηνίων με μικρό αριθμό σπειρών, με το οποίο μεταβάλλεται ελαφρώς το στατικό μαγνητικό πεδίο γύρο από την τιμή  $B_0$ . Τα πηνία αυτά περιβάλλουν των πυρήνα του ηλεκτρομαγνήτη και βρίσκονται σε αρκετή απόσταση από τη γλυκερίνη προκειμένου στη θέση της η μεταβολή  $B - B_0$  να είναι χωρικά ομογενής.

Περιλαμβάνει επίσης και μία ειδική ηλεκτρονική συσκευή *NMR*, η πρόσοψη της οποίας δίνεται στο (Σχ. 8.7). Η πρόσοψη της συσκευής αυτής χωρίζεται σε δύο περιοχές.



Σχήμα 8.7. Πρόσοψη της ηλεκτρονικής συσκευής *NMR*.

Αριστερά βρίσκεται η γεννήτρια υψηλής συχνότητας 16-19 MHz (NMR OSCILLATOR), με τον ψηφιακό μετρητή συχνότητας «αμελητέου σφάλματος ( $10^{-6}$  -  $10^{-7}$ )» και τα όργανα ελέγχου του σήματός της, το *RLC* κύκλωμα αναφοράς και ο ενισχυτής της διαφορικής τάσης, το σήμα του οποίου εμφανίζεται στην έξοδο με την αναγραφή «NMR-SIGNAL».

Επίσης, μία είσοδος, με αναγραφή «PROBE», με την οποία μέσω ενός ομοαξονικού καλωδίου γίνεται ηλεκτρική σύνδεση του κυκλώματος *RLC* εργασίας με το κύκλωμα αναφοράς. Το ένα άκρο του καλωδίου αυτού είναι μόνιμα συνδεδεμένο με το κύκλωμα εργασίας, ενώ το άλλο, με τον συνδετήρα τύπου *BNC* κουμπώνεται στο σημείο «PROBE».

Στη δεξιά πλευρά της συσκευής βρίσκεται η μονάδα διαμόρφωσης του στατικού μαγνητικού πεδίου (*B* MODULATOR), έως  $\Delta B_0$ , όπως επίσης και τα όργανα ελέγχου του σήματος αυτού. Περιλαμβάνει την πηγή εναλλασσόμενης τάσης των 50 Hz, το σήμα της οποίας χρησιμεύει για τη διαμόρφωση του στατικού μαγνητικού πεδίου και ταυτόχρονη οριζόντια σάρωση της φωτεινής κηλίδας στην οθόνη του παλμογράφου. Τα πηνία διαμόρφωσης τροφοδοτούνται από την έξοδο MODULATION COILS, ενώ το εύρος της μεταβολής  $\Delta B_0$  ρυθμίζεται με το κουμπί «AMPLITUDE  $\Delta B$ ». Η μονάδα αυτή παράγει και το ηλεκτρικό σήμα σάρωσης, ανάλογο της διαφοράς  $B - B_0$ , που μέσω της εξόδου « $\Delta B$ -SIGNAL» και ενός ομοαξονικού καλωδίου οδηγείται στα πλακίδια *X* του παλμογράφου.

Προσοχή στο καλώδιο σύνδεσης των δύο *RLC* κυκλωμάτων, καθότι το μήκος του καθορίζει την χωρητικότητα (0,8 pF/cm) του κυκλώματος εργασίας. Έτσι, για αποφυγή όποιας καταστροφής ή αλλοίωσης του μήκους του, η σύνδεση αυτή είναι μόνιμη. Επίσης, μόνιμες είναι και οι συνδέσεις σειράς των πηνίων διαμόρφωσης και των πηνίων του ηλεκτρομαγνήτη. Όλες οι άλλες συνδέσεις του γενικού κυκλώματος γίνονται από τον σπουδαστή.

## Βιβλιογραφία

1. R.A. Serway, C.J. Moses and C.A. Moyer, *Σύγχρονη Φυσική*, Πανεπιστημιακές εκδόσεις Κρήτης, 2000.
2. H.D. Young, *Πανεπιστημιακή Φυσική*, Τόμος Β', Εκδόσεις Παπαζήση, 1994.
3. Γ.Μ. Страховский, Α.Β. Успенский, *Основы квантовой электроники*, Изд-во Высшая школа 1973.
4. Δ. Παπαδημητρίου και Π. Πίσσης, *Μέθοδοι χαρακτηρισμού υλικών*, Διδακτικές σημειώσεις 2002, σελ. 250, ΕΜΠ.
5. S. Elliot, *The Physics and Chemistry of Solids*, Wiley, New York, 1998.
6. S.J. Spell (editor), *Characterization of Solid Polymers*, Chapman and Hall, London 1994.

## 8.10. Εκτέλεση

Υπενθυμίζεται, ότι το φαινόμενο *NMR* παρατηρείται στους πυρήνες του υδρογόνου της γλυκερίνης. Η εκτέλεση της Άσκησης περιλαμβάνει 5 μέρη.

Στο πρώτο μέρος ο σπουδαστής αναγνωρίζει τα κυριότερα μέρη της πειραματικής διάταξης και συναρμολογεί το γενικό κύκλωμα.

Στο δεύτερο μέρος εισάγει τη γυάλινη αμπούλα με τη γλυκερίνη στο πηγαδάκι του πυρήνα του ηλεκτρομαγνήτη και με διάφορες ρυθμίσεις προσπαθεί να εμφανίσει το σήμα *NMR* στην οθόνη του παλμογράφου, δηλαδή μία εικόνα του  $\chi'$ , όμοια με αυτή που δίνεται στο Σχ. 8.5.

Στο τρίτο μέρος γίνεται μέτρηση της συχνότητας  $f_0$  συναρτήσει του ρεύματος του ηλεκτρομαγνήτη  $I$ , όταν το σήμα του NMR βρίσκεται στο κέντρο της οθόνης του παλμογράφου.

Στο τέταρτο μέρος παρατηρείται το φαινόμενο κορεσμού.

Στο πέμπτο μέρος γίνεται μέτρηση του στατικού μαγνητικού πεδίου στη θέση όπου βρισκόταν η γλυκερίνη.

Για την εκτέλεση της Άσκησης:

1. Αναγνωρίστε τα κυριότερα μέρη της πειραματικής διάταξης.
2. Θέσατε τον παλμογράφο σε λειτουργία x-y και εισάγετε την αμπούλα με τη γλυκερίνη στο πηγαδάκι του πυρήνα του ηλεκτρομαγνήτη, σε βάθος όπου βρίσκεται το κέντρο του πυρήνα. Το βάθος βύθισης ρυθμίζεται με ένα κυκλικό λαστιχάκι που περιβάλλει το γυάλινο σωληνάκι της αμπούλας και μπορεί να ολισθαίνει κατά μήκος της.

Συναρμολογήστε το γενικό κύκλωμα που δίνεται στο Σχ. 8.6. Με ομοαξονικά καλώδια, από την έξοδο NMR-SIGNAL, εισάγετε το σήμα στην είσοδο του Ch2 του παλμογράφου, ενώ από την έξοδο  $\Delta B$ -SIGNAL, εισάγετε το σήμα αυτό στην είσοδο του Ch1 για σάρωση. Από την έξοδο MODULATION COILS, τροφοδοτήστε με 50 Hz τα δύο μικρά πηνία διαμόρφωσης που βρίσκονται δεξιά και αριστερά από την αμπούλα, η αποστολή των οποίων είναι να δημιουργήσουν μία ελαφρά μεταβολή του μαγνητικού πεδίου γύρω από μία μεγάλη και σταθερή τιμή  $B_0$ . Επομένως η οριζόντια κίνηση της φωτεινής κηλίδας στην οθόνη του παλμογράφου ακολουθεί αυτήν τη μεταβολή. Έτσι, στην οθόνη του παλμογράφου αναμένεται να εμφανιστεί η καμπύλη  $\chi'(f_0, B)$ , δηλαδή η  $\chi'$  συναρτήσει έντασης του μαγνητικού πεδίου που μεταβάλλεται γύρω από τη  $B_0$  ( $B = B_0 + A \cos(314t)$ ), για μία ορισμένη συχνότητα  $f_0$  του εναλλασσόμενου μαγνητικού πεδίου. Εδώ το εύρος της μεταβολή  $\Delta B_0$  ρυθμίζεται με το κουμπί «Amplitude  $\Delta B$ ».

Θέσατε σε λειτουργία όλες τις ηλεκτρονικές διατάξεις. Ακολουθούν οι εξής ρυθμίσεις:

- 2.1. Ο διακόπτης διαμόρφωσης (Modulation) τίθεται στη θέση «FAST».
  - 2.2. Επιλέξατε τις ευαισθησίες στα κανάλια Ch1 και Ch2, 1,0 και 0,2 V/DIV, αντίστοιχα. Επίσης, ρυθμίστε το σήμα  $\Delta B$ -SIGNAL ώστε η γραμμή της οριζόντιας σάρωσης να καταλαμβάνει όλο το πλάτος της οθόνης.
  - 2.3. Το τροφοδοτικό των πηνίων του ηλεκτρομαγνήτη να παράγει ρεύμα 2,8 A.
  - 2.4. Η γεννήτρια υψηλής συχνότητας να παράγει αρχικά τη συχνότητα 16,00 MHz, ενώ με το κουμπί «Amplitude», ρυθμίστε το πλάτος του σήματός της έως ότου ανάψει το κόκκινο λεντάκι που βρίσκεται κάτω από το κουμπί.
  - 2.5. Στο σημείο αυτό, με το κουμπί «FREQUENCY», αυξάνετε αργά τη συχνότητα της γεννήτριας έως ότου στο κέντρο της οθόνης του παλμογράφου εμφανιστεί το χαρακτηριστικό σήμα της συνάρτησης  $\chi'$ . Στο κέντρο της οθόνης του παλμογράφου, όπου μηδενίζεται το μαγνητικό πεδίο διαμόρφωσης ( $B - B_0 = 0$ ), η ένταση του μαγνητικού πεδίου είναι  $B_0$ .
3. Στο τρίτο μέρος του πειράματος γίνεται μέτρηση του  $g_N$ -παράγοντα των πρωτονίων, η ακριβής τιμή του οποίου είναι 5,5857. Εδώ αξιοποιείται η σχέση  $\hbar\omega_0 = g_N\beta_N B_0$  (σχέση 8.13α), από την οποία προκύπτει η σχέση εργασίας

$$f_0 = g_N \frac{\beta_N}{h} B_0, \quad (8.21)$$

όπου  $h = 6,626 \times 10^{-34}$  (Js) είναι η σταθερά του Planck,  $\beta_N = 5,051 \times 10^{-27}$  (J/T) είναι η μαγνητόνη



των πρωτονίων,  $f_0$  είναι η συχνότητα της γεννήτριας (Hz) και  $B_0$  είναι η ένταση του μαγνητικού πεδίου (T).

Η μέτρηση του  $g_N$ -παράγοντα των πρωτονίων γίνεται μέσω μέτρησης της κλίσης της ευθείας  $f_0 = f(B)$  (σχέση 8.21), όταν το ρεύμα των πηνίων μεταβάλλεται από 2,8 έως 3,5 A, με βήμα 0,1 A. Η αναγκαία αντιστοίχιση των τιμών «ρεύμα-πεδίο» γίνεται στο 5 μέρος, με ένα ειδικό μαγνητόμετρο.

Στην εκτέλεση του πειράματος, κάθε φορά που αλλάζετε το ρεύμα στα πηνία του ηλεκτρομαγνήτη, ρυθμίστε τη συχνότητα της γεννήτριας έως ότου η καμπύλη της  $\chi'(B)$  να βρεθεί στο κέντρο της οθόνης του παλμογράφου (ακρίβεια ρύθμισης  $\pm 0,5$  mm).

Σημειώστε τη νέα τιμή της συχνότητας που αντιστοιχεί στη νέα τιμή του ρεύματος και συμπληρώστε τις πρώτες δύο στήλες του Πίνακα 1. Η τρίτη στήλη θα συμπληρωθεί στο 6 μέρος του πειράματος.

**Πίνακας 1**

$I$ (A)	$f_0$ (MHz)	$B_0$ (T)
2,8		
2,9		
-----	-----	-----
3,5		

4. Στη συνέχεια, παρατηρήστε το φαινόμενο κορεσμού, περιστρέφοντας το κουμπί «AMPLITUDE». Θα παρατηρήσετε, ότι καθώς το πλάτος του σήματος της υψηλής συχνότητας αυξάνεται (με τον τρόπο αυτό αυξάνεται η ένταση του γραμμικά πολωμένου μαγνητικού πεδίου  $B_x$ ), το πλάτος του σήματος NMR μειώνεται αντί να αυξάνεται, όπως θα αναμένατε από συνήθεια.
5. Στο πέμπτο μέρος γίνεται μέτρηση του σφάλματος στη συχνότητα  $\Delta f$  που αντιστοιχεί στο σφάλμα  $\pm 0,5$ mm στο κέντρισμα της καμπύλης στην οθόνη του παλμογράφου. Για το σκοπό αυτό, μεταβάλλοντας τη συχνότητα της γεννήτριας, μετακινήστε την καμπύλη της  $\chi'$  κατά 20 mm δεξιά και σημειώστε τη μεταβολή της συχνότητας  $\Delta f_{20\text{mm}}$  που προκάλεσε αυτή τη μεταβολή ( $\Delta f = \Delta f_{0,5\text{mm}} = \Delta f_{20\text{mm}}/40$ ).
6. Στο έκτο μέρος του πειράματος η αμπούλα με τη γλυκερίνη εξάγεται από το πηγαδάκι και στη θέση της εισάγεται ο αισθητήρας του μαγνητόμετρου, προκειμένου να γίνει η αντιστοίχιση των τιμών «ρεύμα-πεδίο», μέσω μέτρησης του μαγνητικού πεδίου στο σημείο που βρισκόταν η γλυκερίνη. Το ρεύμα των πηνίων μεταβάλλεται από 2,8 έως 3,5 A, με βήμα 0,1 A. Η μέτρηση του μαγνητικού πεδίου γίνεται με το μαγνητόμετρο, σε μονάδες  $10^{-3}$  T, ο αισθητήρας του οποίου είναι τύπου Hall. Ο αισθητήρας αυτός εισάγεται στο πηγαδάκι του πυρήνα του ηλεκτρομαγνήτη, κάθετα στο διάνυσμα  $B_0$ , σε βάθος όπου προηγουμένως βρισκόταν η γλυκερίνη. Συμπληρώστε την τελευταία στήλη του Πίνακα 1.

**Προσοχή!** Η αφαίρεση και η επανατοποθέτηση της γυάλινης αμπούλας στο πηγαδάκι του πυρήνα του ηλεκτρομαγνήτη, όπως και του αισθητήρα Hall, πρέπει να γίνεται με μεγάλη προσοχή, προκειμένου να αποτραπεί η καταστροφή τους.

### 8.11. Επεξεργασία των μετρήσεων

1. Αναλύστε τα κύρια σημεία του φαινομένου *NMR*.
2. Σχεδιάστε την πειραματική διάταξη και αναλύστε τη μέθοδο καταγραφής της συνάρτησης  $\chi'(B)$  απευθείας στην οθόνη του παλμογράφου.
3. Σχεδιάστε σε χαρτί μιλιμετρέ τα πειραματικά σημεία και τη βέλτιστη ευθεία της συνάρτησης (8.21), δηλαδή της  $f_0$  (σε MHz) συναρτήσει της έντασης του μαγνητικού πεδίου  $B_0$  (σε T).
4. Με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων υπολογίστε τον  $g$ -παράγοντα των πρωτονίων, όπως επίσης και το σφάλμα του.
5. Περιγράψτε το φαινόμενο κορεσμού που παρατηρήσατε.
6. Σχολιάστε το πειραματικό αποτέλεσμα και αναφέρατε τα κύρια αίτια που θα μπορούσαν να αλλοιώσουν την τιμή του  $g$ -παράγοντα που μετρήσατε.

**Σημείωση.** Η πειραματική ευθεία είναι τύπου  $y = bx$ , επομένως η κλίση της ευθείας υπολογίζεται από τη σχέση

$$b = \frac{\sum x_i y_i}{\sum x_i^2},$$

ενώ το σφάλμα στην κλίση,  $\Delta b$ , το υπολογίζουμε ως άθροισμα δύο όρων: του όρου που προκαλούν τα σφάλματα των οργάνων ( $\Delta b_{\text{орг}}$ ) και του όρου που προκαλεί η διασπορά των πειραματικών σημείων ( $\Delta b_{\text{τυχ}}$ ), δηλαδή  $\Delta b = \Delta b_{\text{орг}} + \Delta b_{\text{τυχ}}$ .

Ο όρος  $\Delta b_{\text{τυχ}}$  υπολογίζεται κανονικά, ωστόσο λαμβάνοντας υπόψη το πρόσθετο  $n$  στον παρανομαστή της σχέσης που βλέπετε στον εργαστηριακό οδηγό, όπως και τον συντελεστή Student για πιθανότητα 99,73 % και  $n = 8$ .

Ο όρος  $\Delta b_{\text{орг}}$  είναι προτιμότερο να υπολογιστεί από τη σχέση για τα ποσοστιαία σφάλματα

$$\gamma_b = \gamma_f + \gamma_B,$$

όπου  $\gamma_b = \Delta b/b$ ,  $\gamma_f = \Delta f/f$  και  $\gamma_B = \Delta B/B$ .

Το ποσοστιαίο σφάλμα στις τιμές του μαγνητικού πεδίου δίνεται από την κατασκευάστρια εταιρεία του οργάνου και δεν υπερβαίνει το 2 % ( $\gamma_B = 0,02$ ), ενώ το ποσοστιαίο σφάλμα στις τιμές της συχνότητας,  $\gamma_f$ , υπολογίζεται από το ποσοστιαίο σφάλμα του ψηφιακού μετρητή, που είναι αμελητέο ( $10^{-6}$ - $10^{-7}$ ), αλλά και από το σφάλμα στη συχνότητα  $\Delta f_{\pm 0,5\text{mm}}$  που προκαλείται από το σφάλμα  $\pm 0,5$  mm στο κέντρισμα του σήματος *NMR* στην οθόνη του παλμογράφου. Το ποσοστιαίο αυτό σφάλμα υπολογίζεται από τη σχέση για τα αναλογικά όργανα, που εδώ έχει τη μορφή

$$\gamma_f = \frac{2\Delta f_{\pm 0,5\text{mm}}}{(f_n - f_1)}$$

(βλ. συμπληρωματικές Σημειώσεις, σελ. 80), παρότι το συχνόμετρο είναι όργανο ψηφιακό. Τελικά, το σφάλμα στην κλίση που προκαλούν τα όργανα υπολογίζεται από τη σχέση

$$\Delta b_{\text{орг}} = b \times \gamma_b = b(\gamma_f + \gamma_B).$$