

---

ΟΠΤΙΚΟΙ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΙ FOURIER

**Περιεχόμενα**

- §1. Σκοπιμότητα πειραμάτων
- §2. Βασική θεωρία πειραμάτων
- §3. Πειραματική διάταξη
- §4. Εκτέλεση πειραμάτων
- §5. Ερωτήσεις
- §6. Βιβλιογραφία

**§1. Σκοπιμότητα πειραμάτων**

Στα πειράματα εφαρμογής αυτής της ενότητας θα μελετηθεί το γενικό φαινόμενο της περίθλασης από μια άλλη σκοπιά, των οπτικών μετασχηματισμών Fourier. Η περίθλαση φωτός αποτελεί ίσως το μοναδικό φαινόμενο της φυσικής που παρέχει τη δυνατότητα απευθείας παρατήρησης και μελέτης του μετασχηματισμού Fourier μιας μεγάλης κατηγορίας συναρτήσεων. Αυτό είναι πάρα πολύ ενδιαφέρον αν μάλιστα σκεφτεί κανείς ότι για την απεικόνιση αυτή δεν απαιτούνται παρά στοιχειώδη μέσα, π.χ. ένας συγκλίνων φακός και βέβαια ένας φθηνός εκπαιδευτικός laser. Θα δούμε λοιπόν ότι η εικόνα που σχηματίζει ένας φακός στο εστιακό του επίπεδο είναι ακριβώς ο μετασχηματισμός Fourier της συνάρτησης που περιγράφει το αντικείμενο. Δρα δηλαδή ο φακός σαν ένας υπολογιστής συναρτήσεων Fourier, που λειτουργεί με ασύλληπτη ταχύτητα, την ταχύτητα του φωτός!

Τα θέματα αυτά συνήθως δεν θίγονται στα θεωρητικά ή πρακτικά μαθήματα γενικής οπτικής πανεπιστημιακού επιπέδου. Ο λόγος είναι ότι για να υλοποιηθούν με σχετική ευκολία οι αντίστοιχες παρατηρήσεις απαιτείται δέσμη φωτός laser. Μια τέτοια προϋπόθεση μόνο στα τελευταία δέκα χρόνια έχει αρχίσει να γίνεται πραγματοποιήσιμη, σε διεθνή ακαδημαϊκή κλίμακα!

---

\*Τη σύνταξη και επιμέλεια αυτής της ενότητας ανέλαβε ο Ε. Αναστασάκης. Στο προκαταρκτικό στάδιο δουλειάς βοήθησε ο Ηλίας Ζουμπούλης.

Στο κεφάλαιο της βασικής θεωρίας θα δοθούν αρκετά στοιχεία ώστε να εξασφαλιστεί η ενεργός συμμετοχή του σπουδαστή στην εκτέλεση και κατανόηση των παρατηρήσεων. Φυσικά η θεωρία αυτή είναι μόλις και μετά βίας αρκετή για κάποιον που θέλει να εμβαθύνει στα θέματα αυτά. Γι' αυτό το λόγο, δίνονται στο τέλος βιβλιογραφικές πληροφορίες σε δύο επίπεδα, προπτυχιακό και μεταπτυχιακό (γενική βιβλιογραφία). Επίσης, η βασική Μαθηματική θεμελίωση της θεωρίας δίνεται στο τέλος του βιβλίου υπό μορφή παραρτήματος.

Θα πρέπει να τονιστεί ιδιαίτερα ότι τα θέματα που θίγονται στην ενότητα αυτή αποτελούν διεθνώς αντικείμενο εντατικής έρευνας, ιδιαίτερα στο χώρο των εφαρμογών. Για παράδειγμα ας αναφερθεί ότι η τεχνική διαδικασία της επεξεργασίας ειδώλων που καλύπτει το τελευταίο κεφάλαιο της ενότητας χρησιμοποιείται ευρύτατα στην αναπαραγωγή καθαρών και αξιόπιστων εικόνων από τα σήματα που στέλνουν στη γη οι δορυφόροι και τα διαστημόπλοια! (Ποιός δεν απόλαυσε και δεν απόρησε για την ποιότητα των πρόσφατων εικόνων του Κρόνου, των δακτυλίων του και των δορυφόρων του;). Πιστεύουμε ότι με τις ασκήσεις αυτές, ο σπουδαστής θα αποκτήσει μια πλατειά εμπειρία και θα πάρει μια γνώση για το είδος των πολύ γενικών προβλημάτων που αντιμετωπίζονται από τους σημερινούς ερευνητές στον τομέα της σύγχρονης οπτικής.

Από πλευράς σπουδαστών δεν απαιτείται καμιά ιδιαίτερη πρακτική ευχέρεια σε εργαστηριακά θέματα. Χρειάζεται όμως υπομονή στην εκτέλεση των απλούστατων κινήσεων των πειραμάτων, και στοιχειώδης γνώση των κεφαλαίων των μαθηματικών που αναφέρονται σε σειρές και μετασχηματισμούς Fourier, ως και στη συνάρτηση δέλτα  $\delta(x-x_0)$  (βλ. Παράρτημα).

## §2. Βασική θεωρία πειραμάτων

### 2.1 Εισαγωγικά

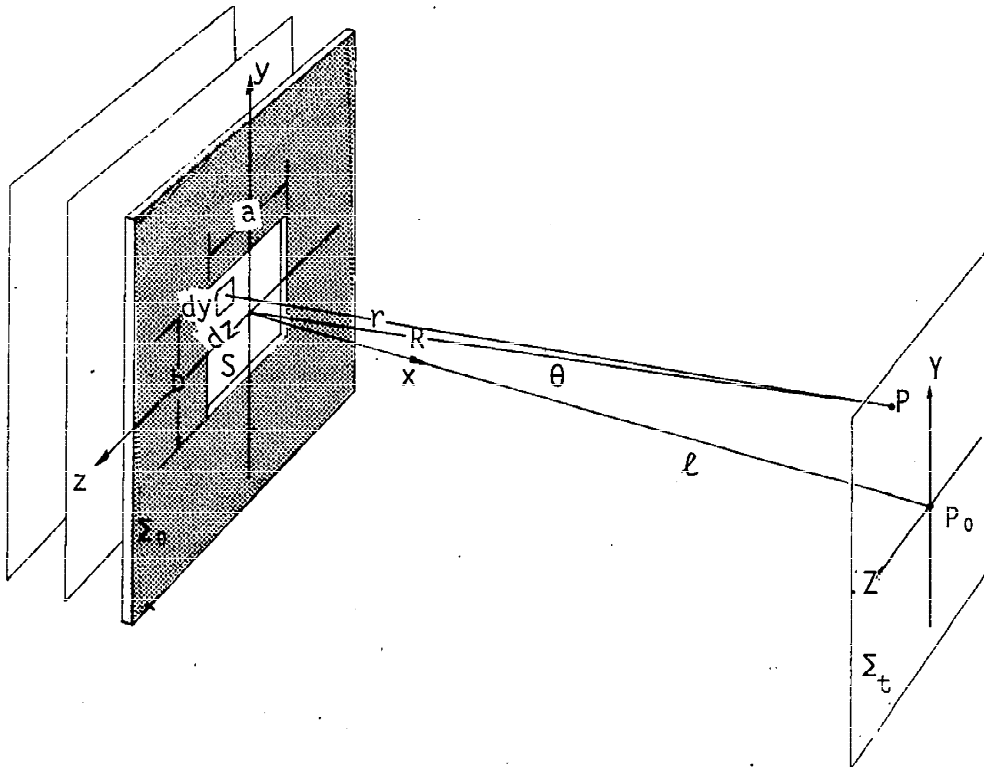
Φαινόμενα περίθλασης, στην πιο γενική περίπτωση, έχουμε όταν στο χώρο διάδοσης ενός κύματος, παρεμβάλλεται μια οποιαδήποτε ασυνέχεια (π.χ. ένα εμόδιο, ένα άνοιγμα πάνω σε ένα φράγμα ή συνδυασμοί αυτών κλπ.). Στην ενότητα 1 τα φαινόμενα περίθλασης μελετώνται από τη φαινομενολογική σκοπιά. Θεωρούμε δηλαδή σαν δοσμένη τη συνάρτηση κατα-

νομής της φωτεινής έντασης πάνω στην ασυνέχεια· παρατηρούμε την εικόνα περίθλασης και εξακριβώνουμε την ποιοτική και ποσοτική αντιστοιχία ανάμεσα στα δύο.

Εδώ, στην ενότητα 2, θα κάνουμε ένα βήμα πιο πέρα και θα ξαναδούμε το γενικό πρόβλημα της περίθλασης από τη σκοπιά των μετασχηματισμών Fourier. Αυτό θα μας επιτρέψει να συσχετίσουμε απευθείας τη μορφολογία της ασυνέχειας με εκείνη της εικόνας περίθλασης. Όπως θα δούμε αυτό έχει πολύ ενδιαφέρουσες εφαρμογές στην αναγνώριση, βελτίωση και γενικά επεξεργασία οπτικών πληροφοριών.

### 2.2 Περίθλαση Fresnel - Fraunhofer

Ας ξεκινήσουμε από τη γεωμετρία του Σχ.1. Αυτή περιλαμβάνει μια ασυνέχεια (τετραγωνικό άνοιγμα εμβαδού  $S = ab$  πάνω σ'ένα πέτασμα  $\Sigma_0$ ) που προσβάλλεται από αριστερά από ένα μονοχρωματικό κυματικό μέτωπο μήκους κύματος  $\lambda$ . Στην πιο γενική περίπτωση το μέτωπο δεν είναι επίπεδο και η ασυνέχεια δεν είναι τετράγωνη όπως δείχνει το Σχ.1, αλλά έχει ένα περίγραμμα κάποιας μορφής που περικλείει εμβαδόν  $S$ .



Σχ.1 Γεωμετρία σχηματισμού εικόνας περίθλασης στο πέτασμα  $\Sigma_t$  από μια ασυνέχεια με εμβαδόν  $S$  πάνω στο επίπεδο  $\Sigma_0$ .

Το μαθηματικό πρόβλημα της περίθλασης συνίσταται στον προσδιορισμό του ολικού ηλεκτρομαγνητικού πεδίου (και κατά συνέπεια της φωτεινής έντασης) σε κάθε σημείο  $P(Y,Z)$  του πετάσματος  $\Sigma_t$  (που βρίσκεται σε απόσταση  $\ell$  από την  $S$ ) όταν είναι γνωστό το πεδίο σε κάθε σημείο  $y,z$  της ασυνέχειας  $S$ . Σε αυτή τη γενική της διατύπωση, η περίθλαση είναι γνωστή σαν **περίθλαση Fresnel**. Η εικόνα της περίθλασης Fresnel που προκύπτει πάνω στο  $\Sigma_t$  εξαρτάται πολύ από τη μορφή του κυματικού μετώπου πάνω στην  $S$  ως και από την απόσταση  $\ell$ . Μεταβολή της μιας ή και των δύο αυτών παραμέτρων μεταβάλλει αντίστοιχα την εικόνα περίθλασης Fresnel. Η μαθηματική αντιμετώπιση της περίθλασης Fresnel είναι πολύπλοκη και έχει επιλυθεί μόνο σε λίγες σχετικά περιπτώσεις, εκεί όπου η μορφή της  $S$  είναι ιδιαίτερα απλή.

Στην οριακή περίπτωση που το κυματικό μέτωπο στη θέση της  $S$  είναι επίπεδο (δηλαδή η πηγή του κύματος είναι πολύ μακριά) και η απόσταση  $\ell$  πολύ μεγάλη, η εικόνα που προκύπτει αντιστοιχεί στη λεγόμενη **περίθλαση Fraunhofer**. Το χαρακτηριστικό της εικόνας είναι ότι δεν μεταβάλλεται καθώς μετακινούμε τη θέση του  $\Sigma_t$ , με την προϋπόθεση πάντοτε ότι η απόσταση  $\ell$  διατηρείται πολύ μεγάλη. Το κριτήριο "μεγάλου  $\ell$ " συγκεκριμενοποιείται αν θεωρηθεί ότι  $\ell \gg \lambda$  και ότι οι γωνίες περίθλασης  $\theta$  είναι πολύ μικρές ( $\theta \leq 0.1 \text{ rad}$ , Σχ.1).

Από πρακτικής πλευράς, η εικόνα περίθλασης Fraunhofer μπορεί να επιτευχθεί με δύο τρόπους. Πρώτο, με απομάκρυνση της πηγής και της  $\Sigma_t$  σε "άπειρη" απόσταση από την  $S$ . Δεύτερο, με δύο συγκλίνοντες φακούς που τους τοποθετούμε σε τέτοιες αποστάσεις πριν και μετά την  $S$  ώστε **αμέσως πριν και αμέσως μετά την  $S$  να έχουμε ουσιαστικά παράλληλες δέσμες. Τονίζεται ότι η χρήση των φακών δεν είναι αναγκαία, αλλά απλώς ικανή προϋπόθεση για τη δημιουργία περίθλασης Fraunhofer σε μικρές αποστάσεις από την ασυνέχεια.** Στις ασκήσεις που θα ακολουθήσουν το κυματικό μέτωπο είναι επίπεδο, αφού πρόκειται για ευθύγραμμη δέσμη laser. (Ίσως χρειαστεί να μεγαλώσουμε λίγο τη διατομή της δέσμης για να καλύπτει ολόκληρη την ασυνέχεια  $S$ . Αυτό θα γίνει με χρησιμοποίηση δύο πρόσθετων φακών όπως θα δούμε). Ένας φακός μετά την ασυνέχεια, θα δημιουργήσει πάνω στο εστιακό του επίπεδο την ίδια εικόνα (Fraunhofer) που θα είχαμε πάνω στο  $\Sigma_t$  σε με-

γάλη απόσταση  $\ell$ , χωρίς το φακό. Γι' αυτό το λόγο το εστιακό επίπεδο του φακού λέγεται **επίπεδο περίθλασης**. Λέγεται ακόμη και **επίπεδο οπτικού μετασχηματισμού Fourier**, για λόγους που θα δούμε στις επόμενες δύο παραγράφους.

### 2.3 Οπτικός μετασχηματισμός Fourier

Με σχετικά απλά μαθηματικά προκύπτει ότι στην περίθλαση Fraunhofer η συνάρτηση που δίνει την κατανομή του πεδίου πάνω στο  $\Sigma_t$  είναι ουσιαστικά ο μετασχηματισμός Fourier της συνάρτησης που δίνει την κατανομή του πεδίου πάνω στην ασυνέχεια  $S$ . Αυτό σημαίνει ότι αν χρησιμοποιήσουμε κατάλληλα ένα φακό μετά την  $S$ , η κατανομή πεδίου πάνω στο εστιακό του επίπεδο θα είναι ο οπτικός μετασχηματισμός Fourier της κατανομής πεδίου πάνω στην  $S$ .

Δεν μας ενδιαφέρει τόσο η αυστηρή απόδειξη της πρότασης αυτής (που μπορεί να βρεθεί σε οποιοδήποτε βιβλίο προχωρημένης οπτικής) όσο η σημασία της και οι συνέπειές της σε θέματα εφαρμογών.

Με αυτό το πνεύμα προχωρούμε σε μια σύντομη παρουσίαση και εφαρμογή των παραπάνω στην περίπτωση της ασυνέχειας  $S$  του Σχ.1. Σύμφωνα με την αρχή του Huygens, το ολικό βαθμωτό πεδίο  $E_p$  στο σημείο  $P(Y,Z)$  του  $\Sigma_t$  θα προκύψει από υπέρθεση όλων των στοιχειωδών πεδίων  $dE_p$  που προέρχονται από όλες τις στοιχειώδεις μονοχρωματικές πηγές στις οποίες θεωρούμε ότι αναλύεται η  $S$ . Μια τέτοια στοιχειώδης πηγή πάνω στο  $\Sigma_0$  έχει στοιχειώδη επιφάνεια  $dS = dydz$  και βρίσκεται στο σημείο  $(y,z)$  του  $\Sigma_0$ , σε απόσταση  $r$  από το  $P$ . Το αντίστοιχο σφαιρικό κυματίδιο που εκπέμπεται από την  $dS$  με πλάτος  $E_0(y,z)$  φτάνει στο  $P$  με πλάτος

$$dE_p = \frac{E_0(y,z)}{\lambda r} e^{i(\omega t - kr)} dS, \quad (2.1)$$

όπου

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \text{και} \quad \omega = \frac{2\pi c}{\lambda}. \quad (2.2)$$

Η (2.1) είναι η γενική μιγαδική έκφραση του πεδίου που δημιουργείται σε απόσταση  $r$  από μια στοιχειώδη μονοχρωματική πηγή που το πεδίο της σε όλη της την έκταση  $dS$  είναι  $E_0(y,z)$ . Υπολογισμός του ολικού πεδίου  $E_0$  σημαίνει ολοκλήρωση της (2.1) σε ολόκληρη την επιφάνεια  $S$ . Η ολο-

κλήρωση αυτή διευκολύνεται πάρα πολύ αν ληφθεί υπόψη ότι στην περίθλαση Fraunhofer οι αποστάσεις  $\ell$ ,  $R$ ,  $r$  είναι πολύ μεγαλύτερες από τις συντεταγμένες  $y, z$ . Ισχύουν τότε οι εξής σχέσεις:

$$\frac{1}{r} \approx \frac{1}{R} \quad (2.3)$$

$$kr \neq kR \quad (\text{επειδή το } k \text{ είναι μεγάλος αριθμός}) \quad (2.4)$$

$$R^2 = \ell^2 + Y^2 + Z^2 \quad (2.5)$$

$$r = \left[ \ell^2 + (Y-y)^2 + (Z-z)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \approx R \left[ 1 - \frac{Yy + Zz}{R^2} \right]. \quad (2.6)$$

Το τελικό αποτέλεσμα της ολοκλήρωσης θα είναι

$$E_P(Y, Z) = \frac{e^{i(\omega t - kR)}}{\lambda R} \int_S E_0(y, z) e^{ik(Yy + Zz)/R} dy dz. \quad (2.7)$$

Τονίζεται ότι  $E_0(y, z)$  είναι η συνάρτηση του πεδίου πάνω στην ασυνέχεια  $S$  που τη θεωρούμε γνωστή. Ο παράγοντας μπροστά στο ολοκλήρωμα είναι ουσιαστικά ανεξάρτητος της θέσης του  $P$  (για μεγάλα  $R$ , όπως συμβαίνει στην περίθλαση Fraunhofer). Άρα μπορούμε να τον αγνοήσουμε στη διερεύνηση της εξάρτησης της  $E_P(Y, Z)$  από την  $E_0(y, z)$ . Ορίζουμε τώρα τις παραμέτρους **χωρικής συχνότητας**  $k_Y$  και  $k_Z$  από τις σχέσεις

$$k_Y = \frac{kY}{R}, \quad k_Z = \frac{kZ}{R} \quad (2.8)$$

οπότε η (2.7) παίρνει την τελική μορφή

$$E_P(k_Y, k_Z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} E_0(y, z) e^{i(k_Y y + k_Z z)} dy dz. \quad (2.9)$$

Στην (2.9) έχουμε εκτείνει τα όρια της ολοκλήρωσης πέρα από τα όρια της  $S$ , ως το  $\pm \infty$ , χωρίς αυτό να έχει καμιά ποσοτική συνέπεια, αφού πέρα από τα όρια της  $S$  η  $E_0(y, z)$  είναι μηδέν έτσι κι αλλιώς.

Με τη μορφή αυτή, η (2.9) είναι εξ ορισμού ο μετασχηματισμός Fourier (σε δύο διαστάσεις) της συνάρτησης του πεδίου πάνω στην ασυνέχεια. Γενικά λοιπόν ισχύει

$$E(k_Y, k_Z) = F E_0(y, z), \quad (2.10)$$

όπου  $F$  ο αντίστοιχος τελεστής του μετασχηματισμού Fourier.

Ωστε, ανακεφαλαιώνοντας, μπορούμε να πούμε ότι στην περίθλαση Fraunhofer το πεδίο περίθλασης είναι ο οπτικός μετασχηματισμός Fourier του πεδίου πάνω στην ασυνέχεια. Φυσικά ισχύει και το αντίστροφο, ότι δηλαδή το πεδίο πάνω στην ασυνέχεια είναι ο αντίστροφος μετασχηματισμός Fourier του πεδίου περίθλασης. Αναλυτικότερα,

$$E_0(y,z) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} E(k_Y, k_Z) e^{-i(k_Y y + k_Z z)} dk_Y dk_Z$$

$$= F^{-1}E(k_Y, k_Z). \quad (2.11)$$

Σημειώνουμε ότι τα αποτελέσματα (2.10) και (2.11) είναι πολύ γενικά και ισχύουν ανεξάρτητα από τη μορφή της ασυνέχειας. Δηλαδή ισχύουν για κάθε μορφή της συνάρτησης  $E_0(y,z)$  και εφόσον τηρούνται οι συνθήκες περίθλασης Fraunhofer. Αυτό θα φανεί στις επόμενες εφαρμογές.

#### 2.4 Εφαρμογές του οπτικού μετασχηματισμού Fourier (βλέπε Παράρτημα)

(α) Ορθογώνιο άνοιγμα, διαστάσεων  $a, b$ , όπως δείχνει το Σχ.1. Η συνάρτηση  $E_0(y,z)$  ορίζεται ως εξής:

$$E_0(y,z) = \begin{cases} E_0, & \text{όταν } -\frac{b}{2} \leq y \leq \frac{b}{2} \text{ και } -\frac{a}{2} \leq z \leq \frac{a}{2} \\ 0, & \text{οπουδήποτε αλλού} \end{cases} \quad (2.12)$$

Αντικατάσταση της (2.12) στη (2.9) δίνει

$$E_p(k_Y, k_Z) = E_0 S \left( \frac{\sin \alpha'}{\alpha'} \right) \left( \frac{\sin \beta'}{\beta'} \right), \quad (2.13)$$

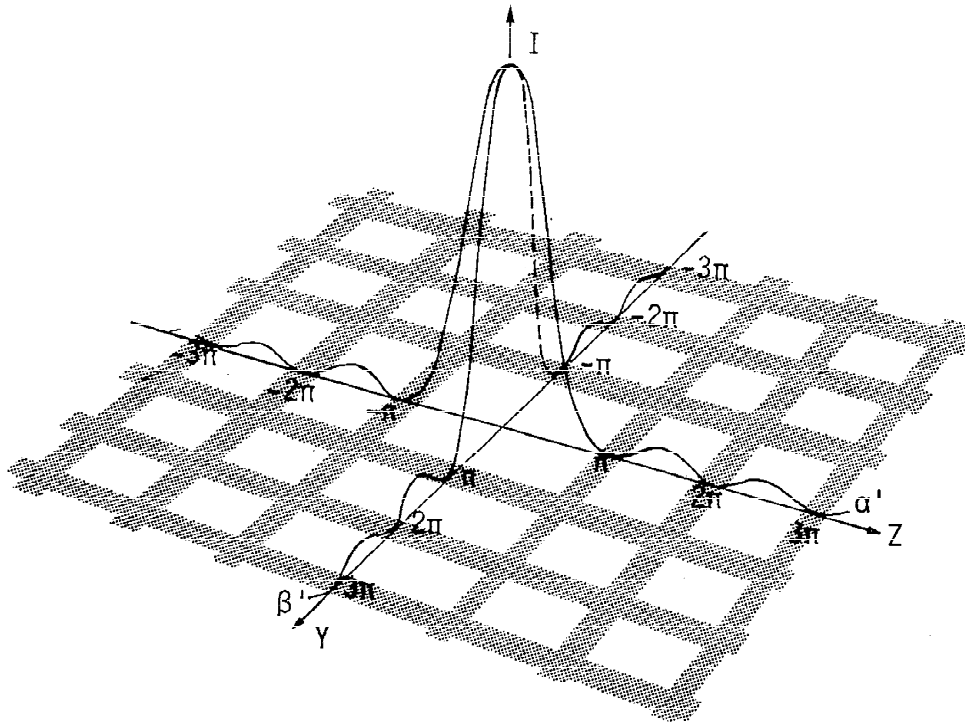
όπου  $S = ab$  και

$$\alpha' = \frac{kaZ}{2R}, \quad \beta' = \frac{kbY}{2R}. \quad (2.14)$$

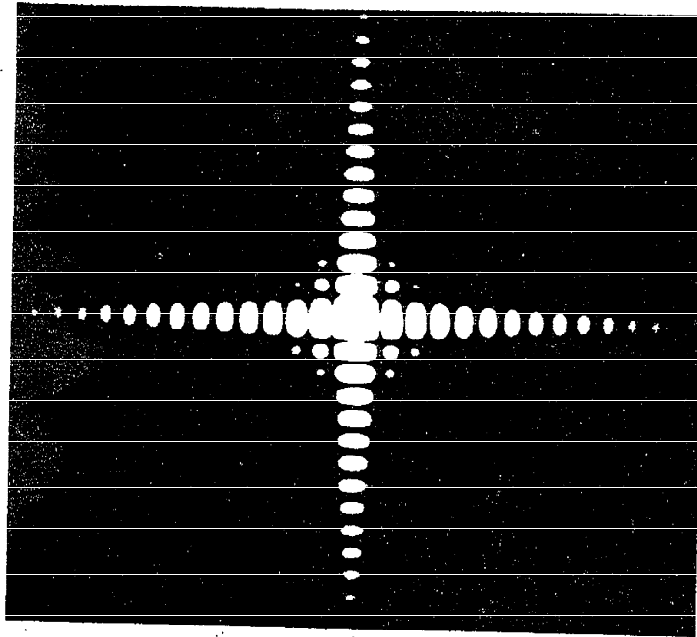
Η φωτεινή ένταση θα είναι ανάλογη του  $E_p^2$  άρα, τελικά, παίρνουμε για την κατανομή της πάνω στο  $\Sigma_t$ ,

$$I(\alpha', \beta') = I_0 \left( \frac{\sin \alpha'}{\alpha'} \right)^2 \left( \frac{\sin \beta'}{\beta'} \right)^2. \quad (2.15)$$

$I_0$  είναι μια σταθερά αναλογίας που δίνει τη φωτεινή ένταση στο



Σχ.2 Κατανομή της φωτεινής έντασης πάνω στο πέτασμα  $\Sigma_t$  του Σχ.1. Η κατανομή αυτή οφείλεται στην περίθλαση Fraunhofer από την τετράγωνη ασυνέχεια ( $S=a^2$ ) του πετάσματος  $\Sigma_0$ .



Σχ.3 Πραγματική φωτογραφία της κατανομής της φωτεινής έντασης στην περίθλαση Fraunhofer του Σχ.2.



κέντρο ( $\alpha'=\beta'=0$ ) του  $\Sigma_t$ . Σημειώνουμε ότι αντί των αρχικών συντεταγμένων  $Y, Z$  χρησιμοποιούμε τώρα τις νέες συντεταγμένες  $\alpha', \beta'$  όπως ορίζονται από την (2.14). Η κατανομή της  $I(\alpha', \beta')$  και η αντίστοιχη εικόνα περίθλασης Fraunhofer φαίνονται στα Σχ.2 και 3 για  $a=b$ . Μια ακόμα σημαντική παρατήρηση είναι ότι οι **διαστάσεις της εικόνας είναι αντίστροφα ανάλογες προς τις αντίστοιχες διαστάσεις της ασυνέχειας**.

- (b) Απλή σχισμή. Αν στην ορθογώνια ασυνέχεια του Σχ.1 αφήσουμε το  $b$  να γίνει πολύ μεγάλο έτσι ώστε να έχουμε μια απλή σχισμή εύρους  $a$  τότε η  $E_0(y, z)$  της (2.12) παραμένει η ίδια με τη διαφορά ότι  $b \rightarrow \infty$ . Η ολοκλήρωση καταλήγει στην έκφραση

$$E_p(k_Y, k_Z) = E_0 a \left( \frac{\sin \alpha'}{\alpha'} \right) \delta(Y), \quad (2.16)$$

που δηλώνει ότι η κατανομή του πεδίου στο πέτασμα  $\Sigma_t$  περιορίζεται μόνο κατά μήκος του άξονα  $Z$  (δηλαδή η διάσταση  $Y$  της εικόνας του Σχ.3 μηδενίζεται). Αυτό υπαγορεύεται από τη συνάρτηση δέλτα  $\delta(Y)$  της (2.16). Τελικά λοιπόν το πρόβλημα γίνεται μονοδιάστατο και η εικόνα περίθλασης Fraunhofer κατά μήκος του άξονα  $Z$  ακολουθεί τη γνωστή συνάρτηση  $(\sin \alpha' / \alpha')^2$  της περίθλασης μιας σχισμής εύρους  $a$  (βλ. ενότητα 1).

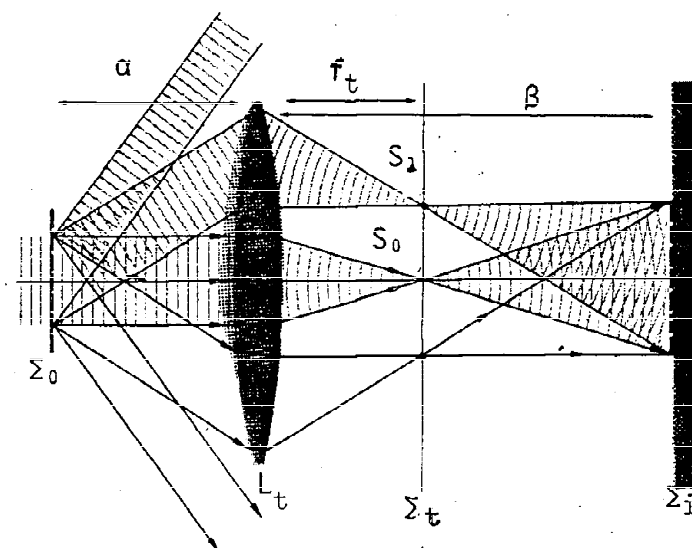
- (c) Οπτικό φράγμα. Υπενθυμίζουμε ότι στο οπτικό φράγμα έχουμε μια αλληλουχία σχισμών σε απόσταση  $d$  ή μία από την άλλη. Προφανώς  $N=1/d$  είναι το πλήθος σχισμών ανά μονάδα μήκους\*. Αν οι σχισμές είναι προσανατολισμένες παράλληλα στον άξονα  $Y$  του Σχ.1, το πεδίο  $E_0(y, z)$  πάνω στο  $\Sigma_0$  μπορεί να γραφεί με μια μορφή πιο πολύπλοκη της (2.12) και με  $b \rightarrow \infty$ . Η εικόνα περίθλασης Fraunhofer που θα προκύψει στο  $\Sigma_t$  συνίσταται σε μια οριζόντια σειρά κηλίδων. Η απόσταση  $\Delta Z$  μεταξύ διαδοχικών κηλίδων είναι αντίστροφα ανάλογη του  $d$ , άρα ανάλογη του  $N$ . Και πάλι, η κατανομή του πεδίου στο  $\Sigma_t$  αποτελεί τον οπτικό μετασχηματισμό Fourier της κατανομής του πεδίου πάνω στο  $\Sigma_0$ .

---

\*Είναι δηλαδή το  $N$  ένα είδος χωρικής συχνότητας, αφού δηλώνει το πόσο συχνά απαντώνται οι σχισμές πάνω στο επίπεδό τους.

## 2.5 Αναπαραγωγή ειδώλου - Διπλός οπτικός μετασχηματισμός Fourier

Όπως ήδη τονίστηκε στο τέλος της §2.2 και στην αρχή της §2.3, την εικόνα περίθλασης Fraunhofer μπορούμε να την πάρουμε πολύ εύκολα σε κοντινές αποστάσεις πάνω στο εστιακό επίπεδο ενός συγκλίνοντος φακού. Το Σχ.4 δείχνει τί ακριβώς συμβαίνει. Η ασυνέχεια είναι ένα οπτικό φράγμα πάνω στο  $\Sigma_0$ . Αυτό προσβάλλεται από ένα επίπεδο κύμα από αριστερά. Σε κάποια απόσταση  $a$  δεξιά του  $\Sigma_0$  τοποθετούμε το συγκλίνοντα φακό  $L_t$  που εστιάζει όλες τις παράλληλες δέσμες (ανεξάρτητα από τη διεύθυνσή τους) πάνω στο εστιακό του επίπεδο  $\Sigma_t$  (εστιακή απόσταση  $f_t$ ). Η εικόνα που σχηματίζεται στο  $\Sigma_t$  είναι η ίδια με εκείνη που θα σχηματίζεται σε άπειρη απόσταση. Προκύπτει επομένως και αυτή από τον οπτικό μετασχηματισμό Fourier της κατανομής του πεδίου πάνω στην  $\Sigma_0$ . Γι' αυτό το λόγο το εστιακό επίπεδο  $\Sigma_t$  λέγεται και **επίπεδο οπτικού μετασχηματισμού Fourier**. Ο ίδιος ο φακός  $L_t$  ενεργεί σαν ένας αυτόματος υπολογιστής που μετασχηματίζει το πεδίο  $E_0(y,z)$  της  $\Sigma_0$  στο πεδίο  $E_p(Y,Z)$  της  $\Sigma_t$ .



Σχ.4 Η ασυνέχεια πάνω στο  $\Sigma_0$  είναι ένα οπτικό φράγμα.  $L_t$ : συγκλίνων φακός μετασχηματισμού.  $\Sigma_t$ : εστιακό επίπεδο του  $L_t$  ή, επίπεδο περίθλασης ή οπτικού μετασχηματισμού Fourier.  $\Sigma_1$ : επίπεδο σχηματισμού του πραγματικού αντεστραμμένου ειδώλου του φράγματος.

Αν αφήσουμε τις δέσμες να συνεχίσουν πέρα από το  $\Sigma_t$  θα σχηματίσουν σε κάποιο άλλο επίπεδο  $\Sigma_i$  (απόσταση  $\beta$  από τον  $L_t$ ) το αντεστραμμένο και μεγενθυμένο είδωλο του αρχικού αντικειμένου (δηλαδή του οπτικού φράγματος) κατά τα γνωστά της γεωμετρικής οπτικής. Προφανώς ισχύει  $1/\alpha + 1/\beta = 1/f_t$ . Η ανασύσταση του ειδώλου μπορεί να θεωρηθεί και σαν προϊόν συμβολής των σωματιδίων όλων των στοιχειωδών πηγών  $S_0, S_1, \dots$  που συνθέτουν το επίπεδο του οπτικού μετασχηματισμού Fourier  $\Sigma_t$ . Στα πειράματα που θα γίνουν εδώ, θα χρησιμοποιούμε συχνά αυτή τη διαδικασία δηλαδή την παρατήρηση του αντεστραμμένου μεγενθυμένου ειδώλου σε απόσταση  $\beta$  από τον  $L_t$ . Έτσι θα έχουμε τη δυνατότητα παρατήρησης των λεπτομερειών στην υφή του ειδώλου.

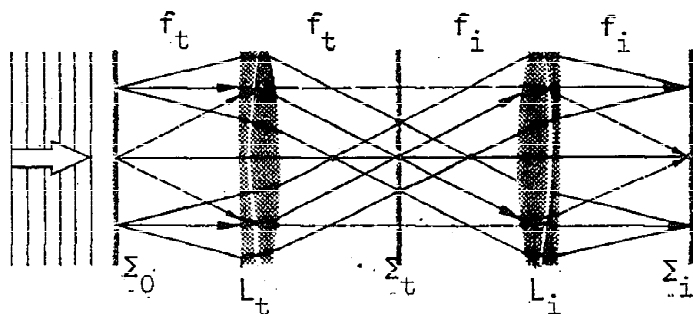
Τονίζεται ότι η απόσταση  $\alpha$  μπορεί να επιλεγεί τυχαία, δεδομένου ότι δεν επηρεάζει την εικόνα του  $\Sigma_t$ . Συνήθως για λόγους συμμετρίας και εφόσον υπάρχει χώρος επιλέγεται ίση με την  $f_t$ .

Ας υποθέσουμε τώρα ότι στη θέση  $\Sigma_t$  του Σχ.4 τοποθετούμε ένα κάτοπτρο. Προφανώς η συμμετρική αντιστροφή στην πορεία όλων των ακτίνων θα δημιουργήσει πίσω στη θέση  $\Sigma_0$  ένα αντεστραμμένο είδωλο του φράγματος. Αυτό σημαίνει ότι ο φακός  $L_t$  τώρα μετασχημάτισε την εικόνα της περιθλασης Fraunhofer πίσω στην αρχική εικόνα του αντικειμένου, άρα ενήργησε σαν "αντίστροφος μετασχηματιστής Fourier". [Το αποτέλεσμα αυτό θα έπρεπε να αναμένεται γιατί σύμφωνα με τις (2.8) και (2.9) αντιστροφή της πορείας των ακτίνων σημαίνει ότι το κυματόνισμα  $\underline{k}$  γίνεται  $-\underline{k}$ . Αυτό αλλάζει το σημείο του εκθέτη της (2.9) ενώ η ολοκληρωτέα συνάρτηση της (2.9) δεν είναι πια η  $E_0(y,z)$  αλλά η  $E_p(k_y, k_z)$ , αφού η τελευταία παίζει τώρα το ρόλο της ασυνέχειας. Με αυτές τις αλλαγές, η (2.9) παίρνει τη μορφή της (2.11) που είναι ακριβώς ο αντίστροφος οπτικός μετασχηματισμός Fourier.] Η παρατήρηση αυτή αφήνει να εννοηθεί ότι η αναπαραγωγή του (αντεστραμμένου) ειδώλου θα μπορούσε να γίνει και με τη χρήση ενός δεύτερου φακού  $L_i$ , όπως δείχνει το Σχ.5. Ο φακός  $L_i$  (εστιακή απόσταση  $f_i$ ) τοποθετείται σε απόσταση  $f_i$  από το  $\Sigma_t$  οπότε στο επίπεδο  $\Sigma_i$  σχηματίζεται ο αντίστροφος οπτικός μετασχηματισμός της εικόνας Fraunhofer ( $\Sigma_t$ ) δηλαδή το είδωλο του αρχικού αντικειμένου (αντεστραμμένο). Αν οι δύο φακοί είναι ίδιοι, τότε εύκολα φαίνεται από το Σχ.5 ότι τα δύο τμήματά της διάταξης αριστερά και δεξιά της  $\Sigma_t$

είναι συμμετρικά το ένα ως προς το άλλο, όχι μόνο από γεωμετρική αλλά και από λειτουργική άποψη.

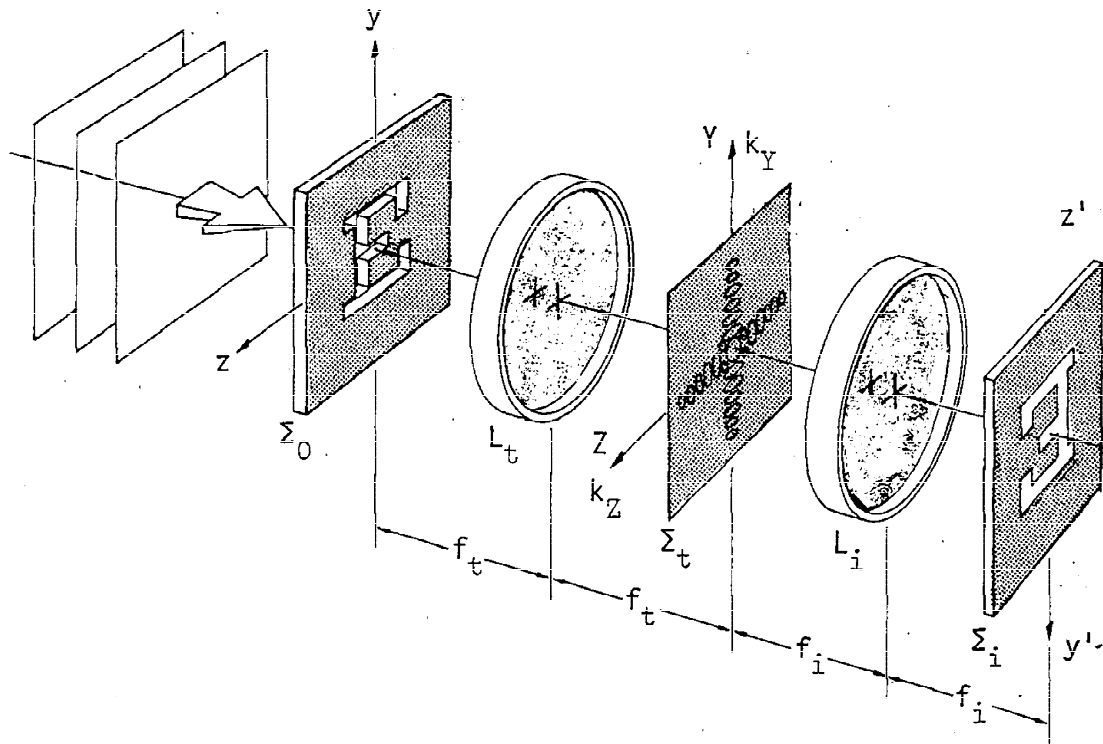
Εκτός του ότι ο  $L_i$  ανακατασκευάζει το αντεστραμμένο είδωλο της  $S$  πάνω στο  $\Sigma_i$ , μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί στην ίδια θέση και για να μεγενθύνει τη σχετικά περιορισμένη σε ένταση εικόνα Fraunhofer που έχει ήδη σχηματιστεί στο  $\Sigma_t$ . Πράγματι αν μετακινήσουμε το πέτασμα  $\Sigma_i$  σε πολύ μεγάλη απόσταση προς τα δεξιά (θεωρητικά άπειρη) και εστιάσουμε τον  $L_i$  θα δούμε την εικόνα Fraunhofer μεγενθυμένη και με περισσότερες λεπτομέρειες. Στα πειράματα που θα ακολουθήσουν, θα εφαρμόσουμε αυτή ακριβώς τη διαδικασία για τη μελέτη της υψής της εικόνας Fraunhofer.

Στη θέση του  $\Sigma_0$  θα τοποθετηθούν διαδοχικά μια μεγάλη ποικιλία από ασυνέχειες (slides). Στη θέση  $\Sigma_t$  θα προβάλλονται οι αντίστοιχοι οπτικοί μετασχηματισμοί Fourier, ενώ στη θέση  $\Sigma_i$  θα ανακατασκευάζονται οι αρχικές (αντεστραμμένες) ασυνέχειες. Μετακινώντας το  $\Sigma_i$  σε μεγάλη απόσταση θα βλέπουμε πάνω σ' αυτό μεγενθυμένο τον ίδιο οπτικό μετασχηματισμό του  $\Sigma_t$ , είτε το αντεστραμμένο είδωλο της  $S$  ανάλογα με το αν ο  $L_i$  βρίσκεται στη θέση του ή όχι (προσπαθήσετε να κατανοήσετε πλήρως τις δύο δυνατότητες που υπάρχουν για την παρατήρηση του μετασχηματισμού και του ειδώλου).



Σχ.5 Ο φακός  $L_i$  εκτελεί τον αντίστροφο οπτικό μετασχηματισμό Fourier. Στο επίπεδο  $\Sigma_i$  εμφανίζεται το αντεστραμμένο είδωλο του αρχικού αντικειμένου.

Το Σχ.6 δείχνει όλη την κύρια διάταξη σε λειτουργία. Προσέξτε ότι οι άξονες  $y, z$  του  $\Sigma_0$  γίνονται  $y' = -y$  και  $z' = -z$ .



Σχ.6 Παραγωγή οπτικού μετασχηματισμού Fourier ( $\Sigma_t$ ) και του αντίστροφού του ( $\Sigma_i$ ) στην περίπτωση που η ασυνέχεια ( $\Sigma_0$ ) έχει τη μορφή ενός Ε.

### 2.6 Φιλτράρισμα Χώρου - Χωρικές συχνότητες

Μια πολύ σημαντική συνέπεια των οπτικών μετασχηματισμών Fourier είναι ότι μας επιτρέπουν να επεμβαίνουμε στην εικόνα του επιπέδου  $\Sigma_t$  (Σχ.5,6) κόβοντας κατά βούληση τμήματα αυτής. Κάτι τέτοιο έχει σαν συνέπεια την αλλοίωση του τελικού ειδώλου ( $\Sigma_i$ ). Αυτό προκύπτει από την (2.11). Αν αλλοιώσουμε κατά βούληση την  $E(k_Y, k_Z)$ , δεν θα πάρουμε την  $E_0(y', z')$  αλλά κάτι διαφορετικό, ανάλογο με το βαθμό αλλοίωσης της  $E(k_Y, k_Z)$ . Η όλη διαδικασία της επικάλυψης κατά βούληση ορισμένων σημείων ( $k_Y, k_Z$ ) ή περιοχών του  $\Sigma_t$  με σκοπό την αλλοίωση της  $E_0(y', z')$  είναι γνωστή σαν **φιλτράρισμα χώρου**. Τα αντίστοιχα διαφράγματα που τοποθετούνται στο επίπεδο  $\Sigma_t$  λογικά ονομάζονται **φίλτρα χώρου**.

Ας πάρουμε σαν παράδειγμα το αντικείμενο  $E$  του Σχ.6. Η προσπίπτουσα παράλληλη δέση αντιλαμβάνεται το κατακόρυφο τμήμα του σχήματος του  $E$  σαν μια κατακόρυφη σχισμή. Η εικόνα Fraunhofer αυτής πάνω στο  $\Sigma_t$  θα είναι η γνωστή σειρά φωτεινών κροσσών (κηλίδων) σε οριζόντια διεύθυνση (Σχ.6). Αντίστοιχα, τα τρία οριζόντια τμήματα του  $E$  ενεργούν σαν τρεις παράλληλες σχισμές και η περίθλαση της δέσης από αυτές θα δώσει τις κατακόρυφες κηλίδες πάνω στο  $\Sigma_t$ . Αντίστροφα τώρα, οι οριζόντιες κηλίδες είναι υπεύθυνες για το κατακόρυφο τμήμα του  $\Xi$  πάνω στο  $\Sigma_i$  και οι κατακόρυφες για τα οριζόντια τμήματα. Άρα, αν με κάποιο διάφραγμα καλύψουμε τις οριζόντιες κηλίδες πάνω στο  $\Sigma_t$ , η εικόνα που θα φανεί στο  $\Sigma_i$  θα είναι ό,τι απομένει από το  $\Xi$  αν αφαιρεθεί (φιλτραριστεί) η κατακόρυφή του γραμμή.

Η χρησιμότητα των οπτικών φίλτρων χώρου σε πρακτικές εφαρμογές θα φανεί στα πειράματα που ακολουθούν. Πρώτα ας δούμε το βαθύτερο νόημα της διαδικασίας αυτής από τη σκοπιά της έννοιας των χωρικών συχνοτήτων.

Εξ ορισμού μια **χωρική συχνότητα** δηλώνει πόσες φορές επαναλαμβάνεται ένας μετασχηματισμός στη μονάδα μήκους. Προφανώς τότε η τυπική διάσταση του σχηματισμού αντιστοιχεί στη **χωρική περίοδο**. Αυτή είναι ίση με το αντίστροφο της χωρικής συχνότητας. Έτσι λ.χ. ένα οπτικό φράγμα με απόσταση μεταξύ διαδοχικών σχισμών  $a=10^{-2}$  cm θα έχει (σταθερή) χωρική συχνότητα  $1/a=100$  σχισμές/cm. Επίσης μια συμμετρική ακτινοειδής διάταξη ευθειών που ξεκινούν από το ίδιο κέντρο θα χαρακτηρίζεται από μεγάλη χωρική συχνότητα κοντά στο κέντρο και μικρή μακριά από αυτό. Γενικά τα αραιά τμήματα μιας εικόνας [βραδεία εναλλαγή του πεδίου  $E(y,z)$ ] χαρακτηρίζονται από μικρές χωρικές συχνότητες, ενώ τα πυκνά τμήματα (γρήγορη ή συχνή εναλλαγή του  $E(y,z)$ ) χαρακτηρίζονται από μεγάλες χωρικές συχνότητες. Τονίζεται ότι οι όροι "βραδεία" και "γρήγορη" ή "συχνή" έχουν χωρικό και όχι χρονικό χαρακτήρα.

Ας θυμηθούμε τώρα τον ορισμό (2.8) και το μετασχηματισμό Fourier της (2.11). Σύμφωνα με αυτόν, κάθε σημείο  $(Y,Z)$  της εικόνας περίθλασης Fraunhofer ή, ισοδύναμα, κάθε ζεύγος τιμών  $(k_Y, k_Z)$ , αντιστοιχεί σε μία από τις συνιστώσες Fourier στις οποίες, κατά την (2.11), αναλύεται το πεδίο στο σημείο  $(y,z)$  της αρχικής εικόνας. Τα μεγέθη  $k_Y, k_Z$  είναι οι

χωρικές συχνότητες Fourier της συνάρτησης  $E_0(y,z)$  [ακριβώς όπως οι τιμές του μεγέθους  $\omega$  είναι οι χρονικές κυκλικές συχνότητες Fourier μιας συνάρτησης  $f(t)$ ].

Θα πάρουμε για παράδειγμα ένα οπτικό φράγμα που οι σχισμές του είναι παράλληλες στον άξονα  $y$  και έχει χωρική συχνότητα  $1/a$ . Η αντίστοιχη συνάρτηση πεδίου  $E_0(y,z)$  θα είναι ένας τετραγωνικός παλμός χωρικής συχνότητας  $1/a$ , εκτεινόμενος παράλληλα στον άξονα  $z$ . Οι χωρικές συνιστώσες Fourier στις οποίες αναλύεται ένα τέτοιο πεδίο θα έχουν (χωρικές) συχνότητες ίσες μόνο με ακέραια πολλαπλάσια της θεμελιώδους, δηλαδή  $m/a$  όπου  $m=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ . Επειδή σε κάθε τέτοια (ανώτερη αρμονική) χωρική συχνότητα αντιστοιχεί και από ένα μόνο σημείο  $(Y,Z)$  στην εικόνα περίθλασης, συμπεραίνουμε ότι αυτή θα περιέχει φωτεινά σημεία (κροσσούς) μόνο σε διάκριτες θέσεις που οι αποστάσεις τους από το κέντρο θα είναι ανάλογες του  $m/a$ . Πράγματι, η εικόνα περίθλασης Fraunhofer του οπτικού φράγματος είναι μια συστοιχία κροσσών διαταγμένων κατά τον άξονα  $Z$ . Ο κροσσός τάξης  $m$  βρίσκεται σε απόσταση  $Z$  από το κέντρο που είναι ανάλογη του  $m/a$ . Ο κροσσός αυτός ταυτίζεται με την ανώτερη αρμονική χωρική συχνότητα  $k_z$  που θα είναι και αυτή ανάλογη του  $m/a$ . Είναι προφανές ότι όσο πιο μικρή είναι η (θεμελιώδης) χωρική συχνότητα  $1/a$  του φράγματος (αραιό φράγμα) τόσο πιο μικρά θα είναι και τα ακέραια πολλαπλάσια  $m/a$ . Αρα όλες οι χωρικές συχνότητες  $k_z$  θα είναι μικρές, δηλαδή οι θέσεις των κροσσών θα είναι κοντά στο κέντρο (πυκνή εικόνα Fraunhofer). Φυσικά ισχύει και το αντίστροφο.

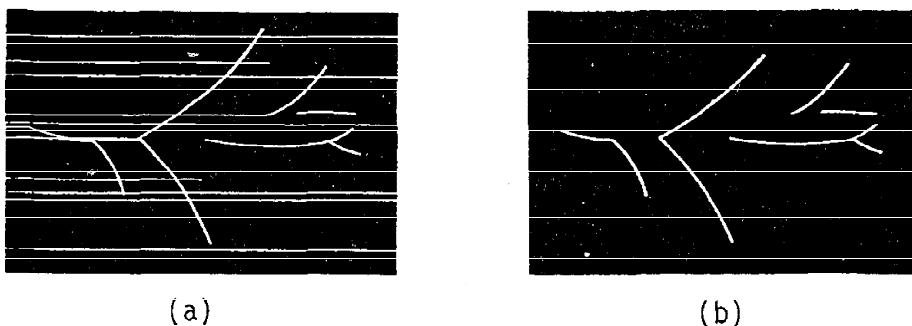
Τα παραπάνω συμπεράσματα γενικεύονται και για κάθε μορφή της συνάρτησης  $E_0(y,z)$ . Μπορούμε λοιπόν να πούμε ότι τα αραιά τμήματα μιας ασυνέχειας στο  $\Sigma_0$  (δηλαδή αραιές εναλλαγές του πεδίου) αντιπροσωπεύονται από μικρές χωρικές συχνότητες που συνωστίζονται κοντά στο κέντρο του  $\Sigma_t$ . Αντίθετα, τα πυκνά τμήματα της  $\Sigma_0$  εκτείνονται σε μακρύτερα σημεία από το κέντρο. Αν επομένως με ένα κατάλληλο χωρικό φίλτρο (κυκλικό άνοιγμα) αφήσουμε μόνο την κεντρική περιοχή της εικόνας Fraunhofer να περάσει, στην ανακατασκευασμένη (φιλτραρισμένη) εικόνα του  $\Sigma_t$  θα υπάρχουν μόνο τα αδρά (αραιά) χαρακτηριστικά της αρχικής εικόνας. Η λεπτομερειακή υφή (πυκνά χαρακτηριστικά, υψηλές χωρικές συχνότητες) δεν θα φαίνεται, αφού οι αντίστοιχες χωρικές συχνότητες ( $k_y, k_z$ )

στο  $\Sigma_t$  έχουν περικοπεί. Καθώς ανοίγουμε το κυκλικό φίλτρο, όλο και περισσότερες ανώτερες χωρικές συχνότητες περνούν και η εικόνα στο  $\Sigma_i$  γίνεται πληρέστερη και πιο λεπτομερειακή.

Ανακεφαλαιώνοντας, μπορούμε να πούμε ότι με τη χρήση των εννοιών της συχνότητας χώρου, μετασχηματισμού Fourier και φίλτρων χώρου, εισάγουμε διαδικασίες επέμβασης στη δομή του ανακατασκευασμένου ειδώλου. Στις εφαρμογές που ακολουθούν θα φανεί καλύτερα η χρησιμότητα της τεχνικής φιλτραρίσματος χώρου.

## 2.7 Εφαρμογές στην επεξεργασία ειδώλων

Θα πάρουμε τη συγκεκριμένη περίπτωση του Σχ.7. Αυτό παριστάνει τη φωτογραφία των τροχιών πυρηνικών σωματιδίων, όπως φωτογραφίζονται σε ειδικές συσκευές γνωστές ως θάλαμοι φυσαλίδων (bubble chambers). Οι οριζόντιες γραμμές δηλώνουν απρόσκοπτη διέλευση σωματιδίων (a), ενώ οι τεθλασμένες ή καμπύλες τροχιές δηλώνουν ότι κάπου έγινε μια σύγκρουση σωματιδίων. Αυτός ακριβώς είναι και ο προορισμός των φωτογραφιών αυτών, να βοηθήσουν στην κατανόηση της κυματικής και δυναμικής των πυρηνικών (και υποπυρηνικών) αντιδράσεων. Φυσικά οι οριζόντιες γραμμές δεν ενδιαφέρουν στην παραπάνω μελέτη και έτσι τίθεται θέμα αφαίρεσής τους από την εικόνα. Αυτό μπορεί να γίνει με ένα κατάλληλο φίλτρο χώ-



Σχ.7 (a) Φωτογραφία θαλάμου φυσαλίδων που δείχνει τροχιές σωματιδίων με συγκρούσεις και χωρίς συγκρούσεις (παράλληλες τροχιές). (b) Η (a) φιλτραρισμένη από τις ανεπιθύμητες παράλληλες τροχιές.

ρου. Οι οριζόντιες γραμμές ενεργούν σαν σύνολο οριζόντιων σχισμών. Η αντίστοιχη εικόνα περίθλασης Fraunhofer στο  $\Sigma_t$  θα είναι μια συστοιχία από κηλίδες σε κατάκόρυφη διάταξη. Αν με μια κατακόρυφη στενή λωρίδα



από μαύρο χαρτί με διάκενο στη μέση, επικαλύψουμε τη συστοιχία αυτή, το ανακατασκευασμένο είδωλο θα είναι απαλλαγμένο από τις ανεπιθύμητες οριζόντιες τροχιές (Σχ.7,b). Το διάκενο στη μέση χρειάζεται για να περάσουν οι χαμηλές χωρικές συχνότητες στις οποίες αναλύεται, κατά κύριο λόγο, η χρήσιμη εικόνα των τροχιών.

Δεύτερη παρόμοια εφαρμογή είναι να βελτιωθεί μια θαμπή φωτογραφία όπως αυτή του Einstein που φαίνεται στο Σχ.8. Εδώ ο φωτογράφος έχει εμφανίσει την κανονική φωτογραφία μαζί με ένα λεπτό πλέγμα από μαύρες κουκίδες. Η χωρική συχνότητα του πλέγματος είναι μεγάλη, ενώ τα αδρά χαρακτηριστικά της κυρίως φωτογραφίας περιέχουν χωρικές συχνότητες χαμηλές κατά κύριο λόγο. Επομένως, το κατάλληλο φίλτρο χώρου που θα απαλλάξει το είδωλο από το πλέγμα είναι ένα μικρό κυκλικό άνοιγμα που θα τοποθετηθεί στο κέντρο της εικόνας περίθλασης.

Μια τελική και αρκετά εντυπωσιακή εφαρμογή είναι η σύγχρονη αποτύπωση δύο ή περισσότερων εικόνων πάνω στο ίδιο φιλμ, και η ανασύσταση οποιασδήποτε από αυτές με χρήση κατάλληλου φίλτρου χώρου. Η αποτύπωση γίνεται ως εξής: Πάνω στην κανονική εικόνα (π.χ. Α) τοποθετείται



Σχ.8 Υπέρθηση μιας κανονικής εικόνας και ενός ανεπιθύμητου σχηματισμού υψηλής χωρικής συχνότητας (πυκνό πλέγμα).

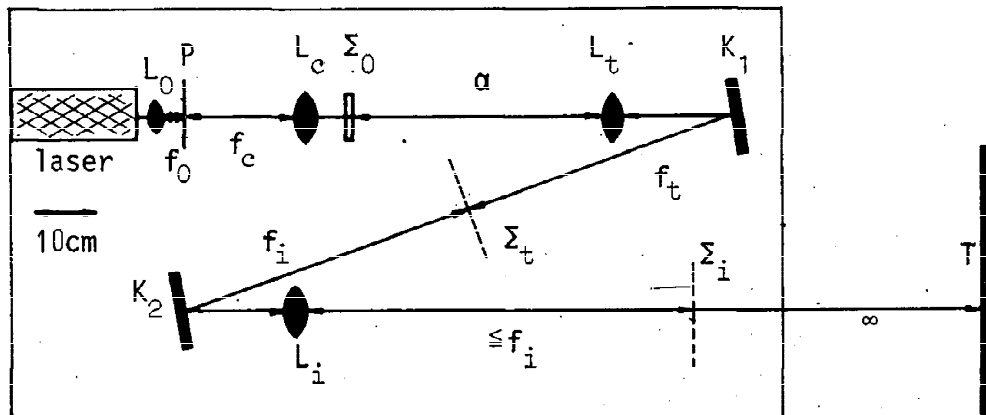
ένα σύστημα κατακόρυφων παράλληλων μαύρων γραμμών (δηλαδή ένα οπτικό φράγμα). Το σύστημα φωτογραφίζεται πάνω σ' ένα φιλμ. Επαναλαμβάνουμε τη φωτογράφιση **στο ίδιο** φιλμ με το οπτικό φράγμα στραμμένο κατά  $90^\circ$  και μια εικόνα Β στη θέση της Α. Με αυτό τον τρόπο η μεν Α έχει "διαμορφωθεί" από κατακόρυφες γραμμές, η δε Β από οριζόντιες. Με αυτό εννοούμε ότι η μεν Α θα έχει αποτυπωθεί στο κοινό φιλμ ως σύστημα κατακόρυφων διακεκομμένων γραμμών η δε Β ως σύστημα οριζόντιων γραμμών.

Η συνισταμένη εικόνα είναι πολύπλοκη. Αν χρησιμοποιήσουμε αυτήν σαν ασυνέχεια  $S$ , τότε στην αντίστοιχη εικόνα περίθλασης θα εμφανιστούν οριζόντιες και κατακόρυφες συστοιχίες κηλίδων που προκαλούνται αντί-



Η ανοιγμένη παράλληλη δέσμη περνά από την  $S$ , περιθλάται και σχηματίζει στο κοινό εστιακό επίπεδο  $\Sigma_t$  των  $L_t$  και  $L_i$  την εικόνα περίθλασης Fraunhofer. Στο τελευταίο επίπεδο  $\Sigma_i$ , ο  $L_i$  σχηματίζει το αρχικό σχήμα της ασυνέχειας, αντεστραμμένο. Εκτελεί δηλαδή τον αντίστροφο οπτικό μετασχηματισμό Fourier της εικόνας στο  $\Sigma_t$  που είναι ήδη ο οπτικός μετασχηματισμός Fourier της  $S$ .

Σημειώνουμε ότι το συνολικό μήκος της διάταξης του Σχ.7 μπορεί να φτάσει τα 3m. Αν ο προσφερόμενος εργαστηριακός χώρος δεν επαρκεί, τότε μπορεί να αναδιπλωθεί η διάταξη με δύο κάτοπτρα που τοποθετούνται σε κατάλληλες θέσεις. Το Σχ.10 δείχνει μια τέτοια γεωμετρία. Δεξιά υπάρχει πέτασμα ή λευκός τοίχος  $T$  για την προβολή των εικόνων σε απόσταση που μπορεί να εξομοιωθεί με  $\infty$ .



Σχ.10 Γεωμετρία αναδιπλωμένης διάταξης.  $K_1, K_2$ : κάτοπτρα,  $T$ : λευκός τοίχος.

### 3.2 Χωρικό φίλτρο (spatial filter)

Το οπτικό χωρικό φίλτρο είναι απλώς ένα διάφραγμα που εμποδίζει ορισμένες ανεπιθύμητες ακτίνες να συνεχίσουν την πορεία τους. Οι ακτίνες αυτές είναι ανεπιθύμητες γιατί αλλοιώνουν την αναμενόμενη κατανομή της δέσμης πάνω σε μια διατομή της. Με άλλα λόγια το χωρικό φίλτρο περιορίζει τον οπτικό θόρυβο. Ο οπτικός θόρυβος στο πείραμα αυτό προέρχεται από το σωλήνα πλάσματος το laser (βλ. ενότητα 4) ή από ατέλειες των οπτικών επιφανειών που παρεμβάλλονται στην οπτική διάτα-

ξη (π.χ. σκόνη, χαραγές, δακτυλικά αποτυπώματα κλπ). Για να είναι καλά ευθυγραμμισμένο το φίλτρο θα πρέπει η απόσταση της τρυπίτσας P από το φακό  $L_0$  να είναι ίση με την εστιακή απόσταση του φακού  $L_0$ . Το τελευταίο ελέγχεται εύκολα. Αν δεν είναι ίση, σε ένα πέτασμα περίπου 3cm από τον  $L_0$ , θα εμφανιστεί ένα σύνολο από ομόκεντρους δακτύλιους. Αντίθετα αν είναι ίση τότε στο πέτασμα θα σχηματιστεί ένας ομοιόμορφα φωτισμένος δίσκος. Η τοποθέτηση του  $L_c$  ως προς την P είναι επίσης εύκολη. Αν ο  $L_c$  απέχει από την P ακριβώς  $f_c$ , τότε η δέσμη σαν παράλληλη που είναι θα διατηρήσει την ίδια διατομή πάνω σε ένα πέτασμα ανεξάρτητα της θέσης του. Για περισσότερη ακρίβεια μπορούμε επίσης να χρησιμοποιήσουμε ένα κάτοπτρο μετά τον  $L_c$ , κάθετα στη δέσμη. Αν αυτή είναι παράλληλη, θα ανακλαστεί και θα εσταστεί πίσω, πάνω στην P, ή πολύ κοντά σε αυτή. Όσο πιο τέλεια είναι η ευθυγράμμιση τόσο πιο πολύ συμπίπτουν οι ακτίνες από την P στο κάτοπτρο και από το κάτοπτρο στο P.

Γενικά, η καλή ευθυγράμμιση των  $L_0$ , P,  $L_c$  είναι θέμα χρόνου και υπομονής. Για ευκολία ο  $L_0$  βιδώνεται πάνω στο laser στο σημείο εξόδου της δέσμης.

Η P πρέπει να έχει διάμετρο ίση περίπου με το διπλάσιο της διαμέτρου  $d$  της **εστιασμένης** δέσμης του laser. Η εστιασμένη δέσμη του laser έχει διάμετρο  $W_0 \cong \lambda f_0 / \pi W$ , όπου  $W \cong 0.9\text{mm}$  η διάμετρος δέσμης όπως βγαίνει από τον laser και  $\lambda$  το μήκος κύματος του laser. Πόση είναι η διάμετρος της P που χρησιμοποιείται εδώ και πώς συγκρίνεται με το  $W_0$ ;

### 3.3 Περιγραφή οργάνων και εξαρτημάτων

Πηγή φωτός στην εκτέλεση αυτών των πειραμάτων είναι ο laser. Διαβάστε σχετικά με τον laser που θα χρησιμοποιήσετε, στις ενότητες 1 και 4. Θα επαναλάβουμε ότι ο χειρισμός του πρέπει να γίνεται με προσοχή. **Αν η δέσμη κοιταχθεί κατευθείαν είναι δυνατόν να βλάψει τον αμφιβληστροειδή χιτώνα του ματιού.** Ο laser λειτουργεί με τάση 220 VAC και ανάβει με ένα διακόπτη ON-OFF που βρίσκεται στην πλευρά του τροφοδοτικού καλωδίου. Ακόμα, υπάρχει ένα μηχανικό διάφραγμα στο επάνω μέρος από την πλευρά της εξόδου της δέσμης. Μετακινώντας το αριστερά-δεξιά μπορούμε να επιτρέψουμε ή να διακόψουμε την έξοδο της

δέσμης κατά βούληση. Σε καμιά περίπτωση δεν πρέπει να ξεβιδωθεί το μεταλλικό κάλυμμα του laser. Ο σωλήνας πλάσματος του laser λειτουργεί με συνεχή τάση 1100V.

Τα όργανα και εξαρτήματα που θα χρησιμοποιούμε εδώ καταγράφονται στον κατάλογο που ακολουθεί. Πριν αρχίσετε να καταπιάνεστε με το πείραμα αναγνωρίστε και ελέγξτε αν όλα τα όργανα και εξαρτήματα υπάρχουν στη θέση της άσκησης.

Κοινό χαρακτηριστικό όλων των οργάνων και εξαρτημάτων είναι η μαγνητική στήριξη. Αυτή εξασφαλίζεται από τα ειδικά μαγνητικά φύλλα με τα οποία είναι επιστρωμένες ορισμένες από τις επιφάνειές τους. Όταν οι επιφάνειες αυτές έρθουν σε επαφή με σιδερένια ή ατσάλινη επιφάνεια το εξάρτημα "πιάνει" πάνω σε αυτήν με αρκετή σταθερότητα.

- Laser He-Ne 0.8mW ή 0.95mW ή 6mW.
- Φακός  $L_0$  ( $f_0 = +15\text{mm}$ ).
- Φακός  $L_c$  ( $f_c = 59\text{cm}$ ).
- 2 φακοί ( $L_t$  και  $L_i$ ,  $f_t = f_i = 110\text{cm}$ ).
- 2 κάτοπτρα ( $70\text{mm} \times 70\text{mm}$ ).
- 8 διπλά στηρίγματα για τη μαγνητική στήριξη των οπτικών εξαρτημάτων με ισάριθμες μαγνητικές βάσεις για σταθερότερη στήριξη.
- 2 οθόνες (πετάσματα) από θαμπωμένη συνθετική πολυστερίνη (mylar) και μια λευκή κάρτα.
- 1 μεταλλική σχισμή και ένα μέτρο.
- Οπή P, διαμέτρου 50μm στερεωμένη σε slide.
- Σετ από 26 διαφάνειες S.
  - (1) 8 τρυπίτσες κυκλικά διαταγμένες
  - (2) Τετραγωνικό άνοιγμα ( $2\text{mm} \times 2\text{mm}$ )
  - (3) Κυκλικό άνοιγμα (διάμετρος 2mm)
  - (4) Παράλληλες γραμμές (αραιές)
  - (5) Παράλληλες γραμμές (μεσαίες)
  - (6) Παράλληλες γραμμές (πυκνές)

- (7) Ομόκεντροι κύκλοι (με αραιούς δακτύλιους)
- (8) Ομόκεντροι κύκλοι (με μεσαίους δακτύλιους)
- (9) Ομόκεντροι κύκλοι (με πυκνούς δακτύλιους)
- (10) Τετραγωνικό πλέγμα (αραιό)
- (11) Τετραγωνικό πλέγμα (μεσαίο)
- (12) Τετραγωνικό πλέγμα (πυκνό)
- (13) Ομόκεντροι δακτύλιοι (μεταβαλλόμενης απόστασης και πάχους)
- (14) Συγκλίνουσες ευθείες σε ακτινοειδή διάταξη (μεταβάλλόμενου πάχους)
- (15) Σχισμή
- (16) Τετραγωνικά ανοίγματα
- (17) Κυκλικά ανοίγματα (2 και 12mm)
- (18) Κυκλικά ανοίγματα (3.5 και 8mm)
- (19) Το δεξιό ήμισυ της 14 (μεταβαλλόμενης απόστασης και πάχους)
- (20) Ελλειψοειδείς δακτύλιοι (μεταβαλλόμενου πάχους)
- (21) Παράλληλες γραμμές (μεταβαλλόμενης απόστασης)
- (22) Εξομοίωση εικόνας τροχιών από θάλαμο φυσαλίδων
- (23) Ανοικτή σχισμή με κλειστό κέντρο
- (24) Μισοφωτισμένη φωτογραφία
- (25) Φωτογραφία πολλαπλών εικόνων
- (26) Κλειστή σχισμή με ανοικτό κέντρο.

### 3.4 Κρίσιμες οδηγίες

- Ενας εύκολος τρόπος να τοποθετήσουμε ένα φακό (ή και κάτοπτρο) κάθετα σε μια δέσμη είναι να φέρουμε την ανακλώμενη από την επιφάνειά του δέσμη σε σύμπτωση με την προσπίπτουσα.
- Φροντίζετε οι δέσμες να περνούν από το κέντρο των φακών. Μικρές μετακινήσεις των φακών δημιουργούν αποκλίσεις στις διερχόμενες δέσμες. Αυτό το εκμεταλλευόμαστε για να επιφέρουμε μικρές μεταβολές κατά βούληση στη διεύθυνση μιας δέσμης, αλλά μπορεί και να μας χαλάσει μια ευθυγράμμιση αν από απροσεξία μετακινήσουμε λίγο ένα φακό.
- Μην αφήσετε την ευθύγραμμη δέσμη του laser να μπει στο μάτι σας απευθείας ή ύστερα από ανάκλαση. Προσοχή στα μάτια των συναδέλφων σας.

- Προσοχή στις πρίζες και τις άλλες ηλεκτρικές συνδέσεις.
- Μην αγγίζετε τις επιφάνειες των κατόπτρων, φακών και λοιπων εξαρτημάτων. Τα δακτυλικά αποτυπώματα καταστρέφουν τις επιφάνειες των οπτικών στοιχείων, ιδίως αν μένουν ακαθάριστα για μεγάλο χρονικό διάστημα. Σε περίπτωση απροσεξίας, ή αν οι επιφάνειες των οπτικών στοιχείων δεν είναι καθαρές (αγ π.χ. έχουν σκόνη) αποτανθείτε στον επιβλέποντα.
- Φεύγοντας, βεβαιωθείτε ότι όλα τα όργανα είναι σβηστά. Αποσυνδέστε την πρίζα του laser αφού πρώτα τον σβήσετε.

#### §4. Εκτέλεση πειραμάτων

##### 4.1 Εξακρίβωση διαφορών στις εικόνες περίθλασης Fresnel και Fraunhofer

Φτιάξτε ή, αν είναι ήδη φτιαγμένη, αναγνωρίστε και ελέγξτε τη διάταξη του Σχ.10 ή 9 (ό,τι επιτρέπουν οι συνθήκες χώρου). Χρησιμοποιείστε για αυτό τους φακούς με τα αντίστοιχα σύμβολα και τις μαγνητικές βάσεις με τα στηρίγματά τους. Ο  $L_0$  πιθανόν να είναι ήδη βιδωμένος πάνω στον laser. Για τη μέτρηση των αποστάσεων χρησιμοποιείστε ένα μέτρο ή, χονδρικά, τον κάρναβο σπειρωμάτων πάνω στη μεταλλική πλάκα (αποστάσεις 10cm). Η κατασκευή του φίλτρου χώρου ( $L_0$ -P- $L_c$ ) δεν είναι απαραίτητη για τις παρατηρήσεις που ακολουθούν, συνιστάται όμως γιατί και οι παρατηρήσεις θα βελτιωθούν και θα αποκτηθεί σημαντική πείρα.

- Τοποθετείστε στη θέση  $S_0$  διάφορα μικροαντικείμενα (S), π.χ. τη μεταλλική σχισμή, ένα ξυραφάκι, το κεφάλι μιας καρφίτσας, τα slides 1, 2 και 3 κλπ. Για κάθε αντικείμενο παρατηρείστε τις εικόνες περίθλασης που σχηματίζονται πάνω σε ένα πέτασμα (λευκή κάρτα, οθόνη από mylar, ένα κομμάτι άσπρο χαρτί) σε μικρή απόσταση δεξιά της S (5-10cm) και σε μεγάλη απόσταση, θεωρητικά άπειρη, πάνω στον τοίχο (αφού βγάλετε για λίγο τα  $L_t$  και  $K_1$  από τις θέσεις τους (Σχ.10)). Συγκρίνετε τις δύο εικόνες με τη μορφή της S και αποφανθείτε ποιά είναι η εικόνα Fresnel και ποιά η Fraunhofer. Δικαιολογείστε. Μεταβάλλεται η εικόνα Fresnel με την απόσταση S-πέτασμα; ή Fraunhofer; Σχεδιάστε πρόχειρα τις δύο εικόνες για τα διάφορα αντικείμενα.

- Ξαναβάλτε τα  $L_t$  και  $K_1$  στη θέση τους.

#### 4.2 Παρατήρηση του οπτικού μετασχηματισμού Fourier και του αντίστροφού του για διάφορες ασυνέχειες

Εφόσον η διάταξη του Σχ.9 ή 10 είναι σωστά ευθυγραμμισμένη θα πρέπει στη θέση του εστιακού επιπέδου  $\Sigma_t$  να σχηματιστεί ο οπτικός μετασχηματισμός Fourier (δηλαδή η εικόνα περίθλασης Fraunhofer) της μορφής της  $S$ , και στη θέση  $\Sigma_i$  ο αντίστροφος οπτικός μετασχηματισμός Fourier (δηλαδή η αντεστραμμένη μορφή της  $S$ ). Διατηρείστε την απόσταση  $L_i - \Sigma_i$  ίση ή μικρότερη της  $f_i$ .

- Τοποθετείστε στη θέση  $\Sigma_0$  το slide 4 (αραιό οπτικό φράγμα από μαύρες, "χονδρές", παράλληλες γραμμές). Προσανατολίστε τα slide έτσι ώστε οι γραμμές να είναι κατακόρυφες. Παρατηρείστε την εικόνα Fraunhofer στο  $\Sigma_t$  (τοποθετείστε την οθόνη στο  $\Sigma_t$ ). Διακρίνετε τη λεπτή υφή της εικόνας; Αν όχι, μεγανθύνετε την αφήνοντας τη δέσμη να περάσει από τον  $L_i$  και να προβληθεί στον τοίχο (βλ. §2.5). Μετακινείστε λίγο τον  $L_i$  (προς τον τοίχο) ώστε να εστιαστεί καλύτερα η εικόνα Fraunhofer. **Να θυμάστε να επαναλαμβάνετε την ίδια διαδικασία όποτε η εικόνα στο  $\Sigma_t$  είναι πολύ "συμπυκνωμένη". Τί σημαίνει αυτό για τις διαστάσεις των λεπτομερειών της  $S$ ; Σχεδιάστε πρόχειρα ό,τι βλέπετε.**
- Στρίψτε το slide 4 γύρω από κατακόρυφο άξονα τουλάχιστο κατά  $50^\circ$ . Παρακολουθείστε την εικόνα Fraunhofer στο  $\Sigma_t$  ή στον τοίχο. Πώς συμπεριφέρονται οι κηλίδες; Δικαιολογείστε.
- Επαναφέρετε τα  $S$  και  $L_i$  στη θέση τους. Παρατηρείστε τον αντίστροφο οπτικό μετασχηματισμό Fourier στη θέση  $\Sigma_i$  (περίπου  $f_i$  δεξιότερα του  $L_i$ ). Παρατηρείτε αυτό που αναμένετε; Αν είναι συμπυκνωμένη η εικόνα, αφαιρέστε τον  $L_i$  και προβάλλετε την ίδια εικόνα στον τοίχο (βλ. §2.5). Τί ακριβώς σχέση έχει ο προσανατολισμός της εικόνας στον τοίχο (ή στο  $\Sigma_i$ ) με εκείνον της  $S$ ; **Να θυμάστε να ακολουθείτε την ίδια διαδικασία όποτε η εικόνα στο  $\Sigma_t$  είναι πολύ "συμπυκνωμένη". Τί σημαίνει αυτό για τις διαστάσεις των λεπτομερειών της εικόνας στο  $\Sigma_t$ ;**



- Συσχετίστε τα παραπάνω συμπεράσματα για "συμπυκνωμένες" εικόνες ασυνεχειών (ή περίθλασης) με τις αντίστοιχες εικόνες περίθλασης (ή ασυνεχειών).
- Επαναλάβετε όλα τα προηγούμενα ερωτήματα με τα slides 4 (ενδιάμεσο οπτικό φράγμα) και 6 (πυκνό οπτικό φράγμα). Επίσης προσανατολίστε τα slides έτσι ώστε οι γραμμές τους να σχηματίζουν γωνία  $45^\circ$  περίπου με την κατακόρυφο. Τι προσανατολισμό παίρνουν οι εικόνες Fraunhofer; Επαναλάβετε για  $-45^\circ$ . Σχεδιάστε πρόχειρα ό,τι βλέπετε.

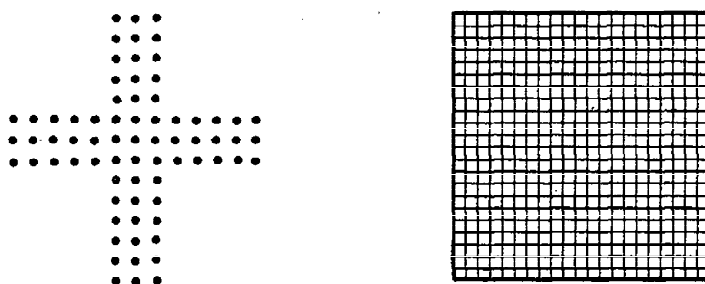
Πριν προχωρήσετε στις επόμενες παρατηρήσεις βεβαιωθείτε ότι κατέχετε τα εξής:

- (α) Πού και πώς παρατηρούμε τον οπτικό μετασχηματισμό Fourier της  $S$ , συμπυκνωμένο ή μεγενθυμένο.
  - (β) Πού και πώς παρατηρούμε τον αντίστροφο οπτικό μετασχηματισμό Fourier της (α), συμπυκνωμένο ή μεγενθυμένο και σχέση προσανατολισμών.
  - (γ) Σχέση συμπυκνωμένης ή αραιής εικόνας  $S$  με τη γενική δομή της εικόνας περίθλασης.
  - (δ) Ποιές αποστάσεις είναι κρίσιμες για την επίτευξη των παραπάνω;
- Επαναλάβετε όλες τις προηγούμενες παρατηρήσεις με τα slides 7 - 12 (αραιοί, ενδιάμεσοι και πυκνοί ομόκεντροι δακτύλιοι και αντίστοιχα τετράγωνα πλέγματα). Προσέξτε την καθετότητα των φακών  $L_t$ ,  $L_i$  ως προς τη δέση. Η ευκρίνεια και συμμετρία των εικόνων επηρεάζονται ιδιαίτερα από αυτή.
  - Επαναλάβετε για τα slides 13 (ασύμμετροι ομόκεντροι δακτύλιοι) και 19 (συγκλίνουσες ευθείες μεταβαλλόμενου πάχους). Κατανοήστε την ανομοιογένεια που υπάρχει στη λεπτή υφή της μορφής της  $S$  και της εικόνας Fraunhofer. Ιδιαίτερα στο 19, μετακινήστε το ώστε η δέση να περνά πότε από πυκνές και πότε από αραιές περιοχές του. Παρατηρήστε τις αντίστοιχες ανακατασκευασμένες εικόνες στον τοίχο. Ποιές περιοχές της  $S$  αναλύονται καλύτερα στην ανακατασκευή, οι πυκνές ή οι αραιές; Ποιός είναι ο προσανατολισμός σε σχέση με την  $S$ ; (λάβετε υπόψη και τυχόν ανακλάσεις στα  $K_1$ ,  $K_2$ ).

### 4.3 Ανάλυση της εικόνας περίθλασης με χρήση φίλτρων χώρου

Για να γίνουν κατανοητές οι παρατηρήσεις που ακολουθούν σε αυτή και στις επόμενες δύο παραγράφους θα πρέπει να προηγηθεί μελέτη και κατανόηση των §2.6 και 2.7.

- Τοποθετήστε στο  $\Sigma_0$  το slide 10 και 11 και παρατηρήστε την περίθλαση Fraunhofer στο  $\Sigma_t$  ως και την ανακατασκευασμένη του εικόνα στον τοίχο. Θα πρέπει να δείτε, αντίστοιχα, τις παρακάτω εικόνες



- Χρησιμοποιήστε τη μεταλλική σχισμή (ή το 15) σαν φίλτρο χώρου. Τοποθετήστε την οριζόντια στο  $\Sigma_t$  έτσι ώστε να αφήνει μόνο την κεντρική οριζόντια σειρά κηλίδων να περνά. Παρατηρήστε και σχεδιάστε πρόχειρα την ανακατασκευασμένη αλλοιωμένη εικόνα. Δικαιολογήστε αυτό που βλέπετε. Χρειάζεται προσοχή στη χρήση του φίλτρου. Θα πρέπει η σχισμή να είναι πολύ στενή ώστε να μην αφήνει άλλη σειρά κηλίδων να περνά εκτός από την κεντρική.
- Επαναλάβετε με κατακόρυφο και πλάγιο ( $45^\circ$ ) προσανατολισμό της σχισμής. Σχεδιάστε και εξηγήστε ό,τι βλέπετε. Στην περίπτωση του πλάγιου προσανατολισμού θα πρέπει να δείτε στον τοίχο παράλληλες ισαπέχουσες ευθείες σε διεύθυνση  $-45^\circ$ . Στο ανακατασκευασμένο αλλοιωμένο (φιλτραρισμένο) είδωλο λοιπόν μπορεί να υπάρξουν μορφές ή στοιχεία που δεν υπάρχουν στην S (πράγματι εδώ η S αποτελείται από οριζόντιες και κατακόρυφες παράλληλες ευθείες και όχι υπό κλίση  $-45^\circ$  ή  $45^\circ$ ). Σημειώνουμε ότι αυτές οι διαγώνιες γραμμές θα εμφανιστούν στο αλλοιωμένο ανακατασκευασμένο είδωλο μόνον εφόσον χρησιμοποιείται το φίλτρο χώρου. Εξηγήστε γιατί εξαφανίζονται οι διαγώνιες γραμμές μόλις αφαιρεθεί το φίλτρο (γιατί δηλαδή η αλλοίωση του ειδώλου μπορεί να είναι όχι μόνο αφαιρετική αλλά και προσθετική).

- Επαναλάβετε τα τρία προηγούμενα ερωτήματα με το 8 (ομόκεντροι δακτύλιοι). Τί αφήνει το φίλτρο να περάσει κάθε φορά; Ποιά θα είναι η αντίστοιχη αλλοιωμένη ανακατασκευασμένη εικόνα; Η αλλοίωση είναι αφαιρετική ή προσθετική;

#### 4.4 Φιλτράρισμα χώρου - Χωρικές συχνότητες

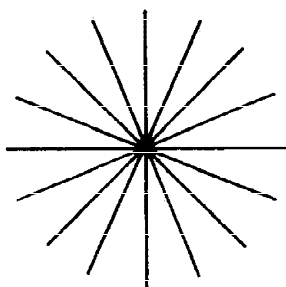
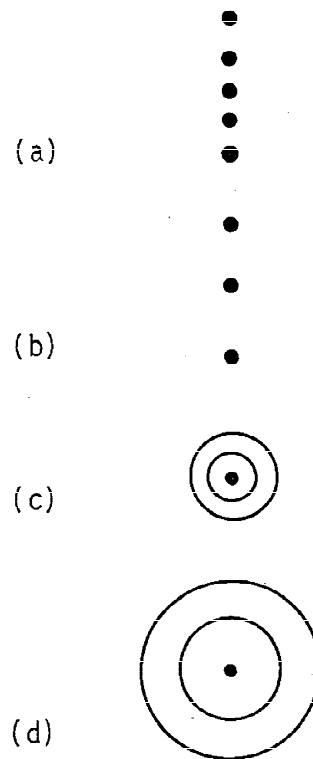
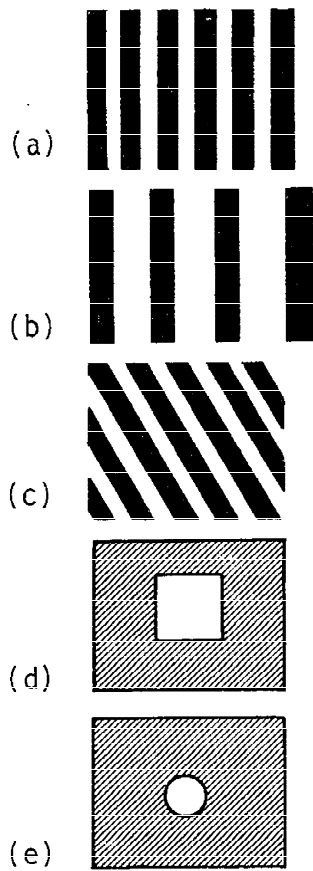
- Τοποθετήστε στη θέση  $\Sigma_0$  διαδοχικά τα slides 14,19 (συγκλίνουσες ευθείες σε ακτινοειδή διάταξη και μεταβαλλόμενο πάχος) 21 (παράλληλες ευθείες με μεταβαλλόμενη απόσταση) και 13,20 (κυκλικοί και ελλειψοειδείς ομόκεντροι δακτύλιοι με μεταβαλλόμενη απόσταση και πάχος). Χρησιμοποιήστε σαν φίλτρα χώρου τα κυκλικά ανοίγματα διαφόρων διαμέτρων των 17,18. Για μικρά ανοίγματα, ποιά τμήματα της S εμφανίζονται στο  $\Sigma_1$  (ή στον τοίχο); Για μεγάλα ανοίγματα; Συμφωνούν οι παρατηρήσεις σας με τις θεωρητικές προβλέψεις;

#### 4.5 Εφαρμογές στην οπτική επεξεργασία ειδώλων

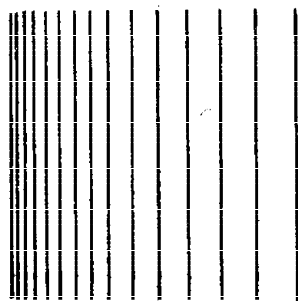
- Χρησιμοποιήστε το slide 22 (φωτογραφία τροχιών από θάλαμο φουσαλίδων) στη θέση  $\Sigma_0$ . Διακρίνετε στο  $\Sigma_1$  τα επιθυμητά και ανεπιθύμητα τμήματα της εικόνας.
- Πάρτε για φίλτρο χώρου το slide 26 (κλειστή σχισμή ανοικτό κέντρο). Κόψτε την εικόνα περίθλασης των παράλληλων γραμμών (κατακόρυφη συστοιχία κηλίδων). Βελτιώνεται η φιλτραρισμένη εικόνα;
- Επαναλάβετε με μια σχισμή. Πως πρέπει να την τοποθετήσετε; Έχετε βελτίωση; Με ένα κυκλικό άνοιγμα;
- Προχωρήστε στην εικόνα του Einstein (24) και φιλτράρετέ την χρησιμοποιώντας σαν φίλτρα χώρου, κυκλικά ανοίγματα (3,17) ή σχισμές σε διάφορους προσανατολισμούς. Περιγράψτε σε κάθε περίπτωση την εικόνα που βλέπετε.
- Πάρτε τώρα τη φωτογραφία πολλαπλών εικόνων (25) και σαν φίλτρα χώρου το 23 (ανοικτή σχισμή με κλειστό κέντρο) ή απλή σχισμή σε δύο οριζόντιες και δύο κατακόρυφες θέσεις ή ένα μικρό κυκλικό άνοιγμα στις πέντε κεντρικές θέσεις της εικόνας περίθλασης. Πόσες διαφορετικές εικόνες βλέπετε;

## §5. Ερωτήσεις

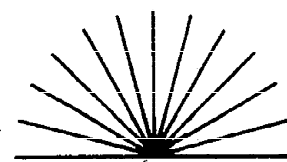
- Συνεχίστε το Σχ.6 προς τα δεξιά, προσθέτοντας ακόμη ένα φακό  $L_t$  και ένα  $L_i$ . Υποδείξτε το είδος της εικόνας που προκύπτει στα νέα επίπεδα που νομίζετε ότι σας ενδιαφέρουν.



(a)

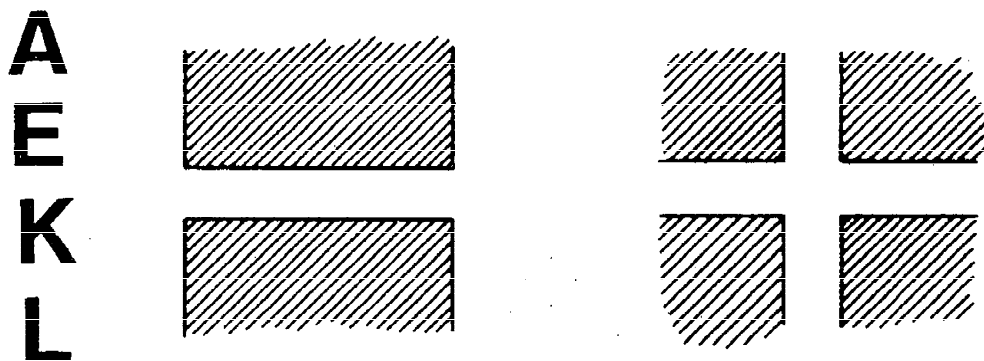


(b)

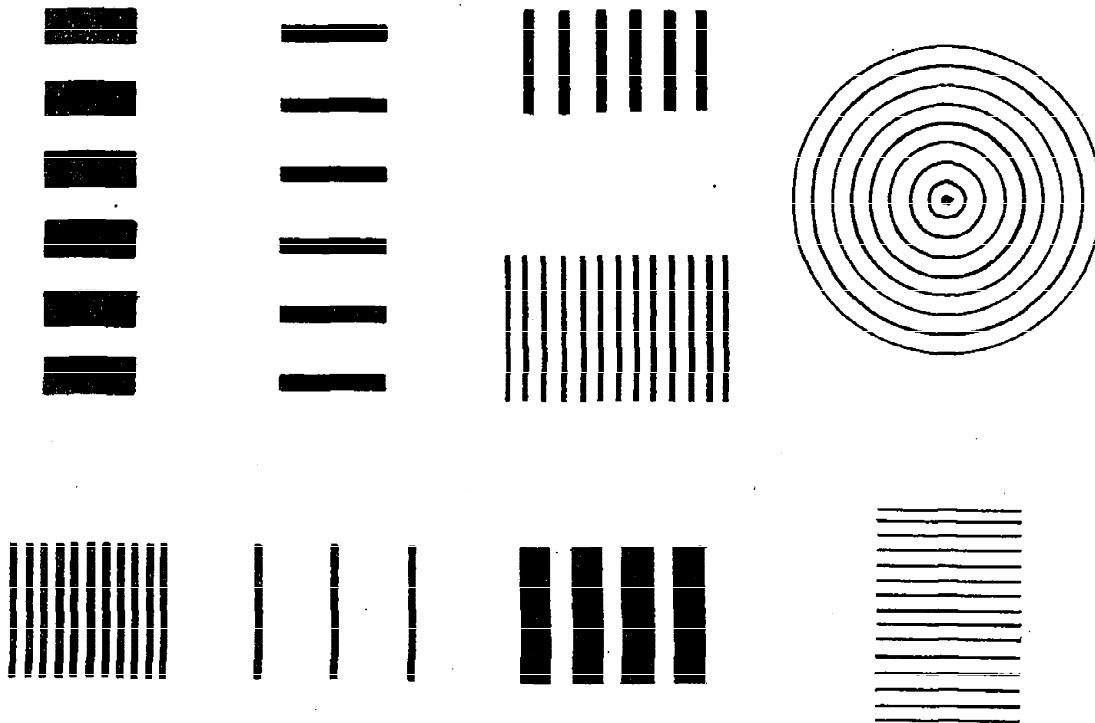


(c)

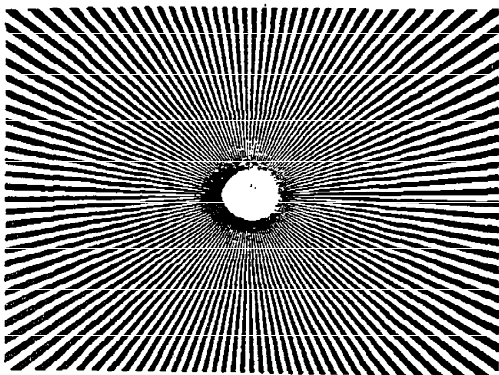
- Σχεδιάστε τον οπτικό μετασχηματισμό Fourier των ασυνεχειών (a) ως (e), αριστερά. Επίσης το είδος των ασυνεχειών που έχουν σαν οπτικό μετασχηματισμό Fourier τις εικόνες (a) ως (d), δεξιά.
- Σχεδιάστε την εικόνα που θα προκύψει στο επίπεδο  $\Sigma_1$  αν χρησιμοποιήσετε τα τρία σχήματα (a), (b), (c) σαν ασυνέχειες στη θέση  $\Sigma_0$ .
- Υποθέστε ότι η ασυνέχεια είναι ένα τετραγωνικό πλέγμα. Ποιά είναι η εικόνα περίθλασης Fraunhofer; Τι θα συμβεί αν στρέψετε την S κατά  $45^\circ$  γύρω από κατακόρυφο άξονα; γύρω από οριζόντιο άξονα;
- Τα άτομα που αποτελούν ένα κρυσταλλικό σώμα είναι χωροθετημένα σε οικογένειες παράλληλων πλεγμάτων. Κρίνοντας από τη σχέση μεγέθους πλέγματος και μήκους κύματος στα οπτικά πειράματα αυτής της ενότητας, υποδείξτε ποιά θα ήταν το κατάλληλο μήκος κύματος για τη δημιουργία περίθλασης Fraunhofer από ένα κρυσταλλικό πλέγμα. Πάρτε σαν τυπική απόσταση μεταξύ διαδοχικών ατόμων  $5\text{\AA}$ . Τα οπτικά πλέγματα έχουν τυπική απόσταση μεταξύ διαδοχικών σχισμών  $500\mu\text{m}$ .
- Σχεδιάστε τον οπτικό μετασχηματισμό Fourier των γραμμάτων A, E, K, L. Επίσης το είδωλο που θα προκύψει αν φιλτράρετε την εικόνα Fraunhofer με τα δύο φίλτρα χώρου που δείχνει το σχήμα. Επαναλάβετε με τα γράμματα του ονόματός σας!



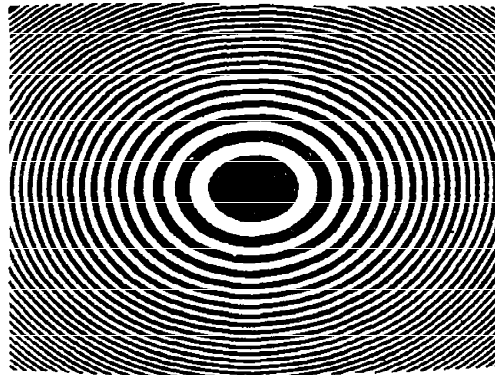
- Εξηγήστε τί σημαίνει προσθετική και τί αφαιρετική αλλοίωση του ειδώλου στη διαδικασία φιλτραρίσματος. Πού οφείλεται η μία και πού η άλλη;
- Αν η ασυνέχεια  $S$  έχει τέτοια μορφή ώστε το πεδίο  $E_0(y,z)$  να είναι μια συνάρτηση της μορφής  $\sin kz$ , περιγράψτε την εικόνα περίθλασης Fraunhofer. Πόσες χωρικές συχνότητες χαρακτηρίζουν την  $S$  και πόσες την περίθλαση Fraunhofer;
- Αν η εικόνα Fraunhofer αποτελείται από τρεις κηλίδες στη σειρά (η μεσαία πιο έντονη) τί μορφή θα έχει η  $S$ ;
- Τί εικόνα παρουσιάζει ο οπτικός μετασχηματισμός Fourier ενός οπτικού φράγματος; Τί μορφή έχει το είδωλο στο  $\Sigma_i$ ;
- Η εικόνα περίθλασης μιας ασυνέχειας είναι μία οριζόντια συστοιχία από κηλίδες. Ποιά είναι η μορφή της εικόνας στο  $\Sigma_i$ ; Πώς αλλοιώνεται αυτή αν με ένα κυκλικό φίλτρο χώρου αρχίσουμε να κόβουμε ανά δύο διαμετρικά αντίθετες κηλίδες, προχωρώντας από τα έξω προς τα μέσα; Πού καταλήγει η μορφή όταν φτάσουμε στις τρεις τελευταίες; στην κεντρική;
- Είναι γενικά σωστό ότι το κεντρικό τμήμα της  $S$  μετασχηματίζεται στο κεντρικό της εικόνας Fraunhofer; Αν ναι, τί συμβαίνει με τα περιφερειακά τμήματα της  $S$ ; Αν όχι, πώς μπορείτε να επιτύχετε κάτι τέτοιο σε μια ειδική περίπτωση;
- Σε ποιά περιοχή του  $\Sigma_t$  αποτυπώνονται τα πυκνά τμήματα της  $S$ ; τα αραιά;
- Ποιά είναι η χωρική συχνότητα των παρακάτω σχημάτων; Ποιό παρουσιάζει τη μεγαλύτερη χωρική περίοδο; τη μεγαλύτερη χωρική συχνότητα;



- Ποιές περιοχές των δύο εικόνων (a), (b) χαρακτηρίζονται από μεγάλες χωρικές συχνότητες και ποιές από μικρές; Ποιές περιοχές των (a), (b) θα αποτυπωθούν στο κέντρο του οπτικού τους μετασχηματισμού Fourier και ποιές στην περιφέρεια;



(a)



(b)

- Αν ο θάλαμος φουσαλίδων είχε δύο παράθυρα εισόδου σωματιδίων (από δεξιά και από πάνω) πώς θα έμοιαζε η εικόνα των τροχιών; Πώς θα την απαλλάσσατε από τα ανεπιθύμητα στοιχεία;
- Υποθέστε ότι η κανονική φωτογραφία του Einstein έχει "διαμορφωθεί" από μια ημιτονοειδή ένταση φωτισμού κατά τον οριζόντιο άξονα. Ποιά σημεία ή περιοχές της εικόνας Fraunhofer θα πρέπει να φιλτράρετε για να ανακτήσετε τη σωστή εικόνα του Einstein; Τί φίλτρο θα χρησιμοποιήσετε;
- Δύο εικόνες A,B είναι διαμορφωμένες με δύο ημιτονικές συναρτήσεις, η μία κατά τον άξονα  $y$ , η άλλη κατά τον  $z$ . Πώς θα μπορούσατε να επιτύχετε κάτι τέτοιο αποτυπώνοντας τις συγχρόνως σε ένα κοινό φιλμ; Πώς θα ανακτούσατε τη μία ή την άλλη;

### §6. Βιβλιογραφία

1. Κυματική, Τόμος 3 της σειράς *Φυσική του Berkeley*, Έκδοση ΕΜΠ, 1979.
2. E.Hecht and A.Zajac, *Optics*, Addison-Wesley Co. N.Y. 1980.
3. R.T.Weidner and R.T.Sells, *Elementary Classical Physics*, Vol. 2, Allyn and Bacon Inc. Boston, 1973.
4. A.Eisenkraft, *Physical Optics using a He-Ne Laser*, Metrologic Instr. Inc. 1980.

### Γενική Βιβλιογραφία

5. M.Born and E.Wolf, *Principles of Optics*, Pergamon Press, 1959.
6. M.Klein, *Optics*, J.Wiley Inc. N.Y. 1970.