
ΣΥΜΒΟΛΟΜΕΤΡΙΑ - ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ DOPPLER ΜΕ ΦΩΣ**Περιεχόμενα**

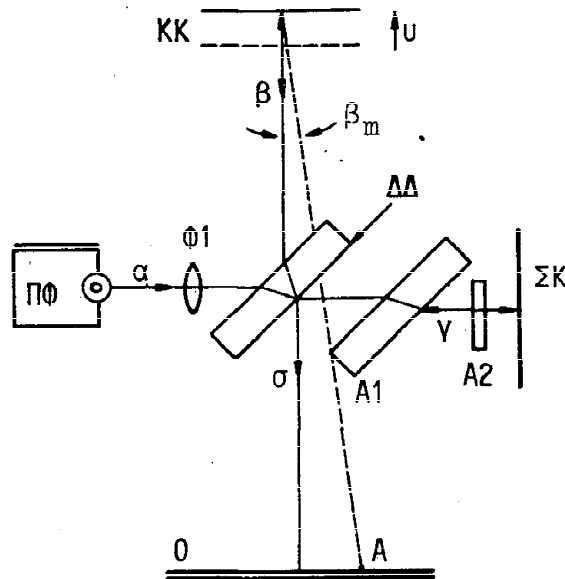
- §1. Σκοπιμότητα και περιγραφή συμβολόμετρου Michelson
- §2. Βασική θεωρία πειραμάτων
- §3. Φαινόμενο Doppler - Οπτικά διακροτήματα
- §4. Δείκτης διάθλασης στερεών, υγρών και αερίων
- §5. Συμβολόμετρο Fabry - Perot
- §6. Εκτέλεση πειραμάτων
- §7. Ερωτήσεις
- §8. Βιβλιογραφία
- §9. Παράρτημα - Το πείραμα Michelson - Morley

§1. Σκοπιμότητα και περιγραφή συμβολόμετρου Michelson.

Με το συμβολόμετρο Michelson μπορούμε να μελετήσουμε φαινόμενα συμβολής φωτός, δείκτες διάθλασης αερίων, υγρών και στερεών, πολυχρωματική ακτινοβολία και τις συνιστώσες της συχνότητας, μετατοπίσεις Doppler σε οπτικά κύματα (οπτικά διακροτήματα).

Το Σχ.1 δείχνει το συμβολόμετρο Michelson και το Σχ.2 την πορεία των ακτίνων. Η δέσμη φωτός α που προέρχεται από την πηγή φωτός ΠΦ διαιρείται από τον διαιρέτη δέσμης ΔΔ (ημιδιαφανές κάτοπτρο) σε δύο ακτίνες, τη β και τη γ . Η β κατευθύνεται προς το κινούμενο κάτοπτρο ΚΚ, ανακλάται, περνά από τον ΔΔ και καταλήγει στην οθόνη Ο. Η γ κατευθύνεται προς το σταθερό κάτοπτρο ΣΚ αφού περάσει από τον αντισταθμιστή Α1 που είναι ένα πλακίδιο όμοιο εκείνου του ΔΔ. Στη συνέχεια η γ ανακλάται στο ΣΚ, ξαναπερνά από τον Α1, ανακλάται στον ΔΔ και καταλήγει και αυτή στην Ο. Με άλλα λόγια η δέσμη σ προκύπτει από τις β και γ . Το ΚΚ μπορεί να μετατοπίζεται προς-πίσω με τη βοήθεια ενός μικρομετρικού κοχλία ΜΚ. Ο ΜΚ κινείται ως 25mm και ο βερνιέρος του παρέχει ανάγνωση με ακρίβεια 0.01mm. Το σύστημα ΜΚ και ΚΚ είναι έτσι φτιαγμέ-

* Τη σύνταξη και επιμέλεια αυτής της ενότητας ανέλαβε ο Ε.Αναστασάκης



ΣΧ.2. Πορεία ακτίνων φωτός στο συμβολόμετρο Michelson

νο ώστε το ΚΚ να μετακινείται πέντε φορές λιγότερο από τον ΜΚ. Έτσι, τελικά, στροφή του ΜΚ κατά μία υποδιαίρεση του βερνιέρου του (0.01mm) προκαλεί μετακίνηση του ΚΚ ίση με 0.002mm (=0.01/5), ή 20 μικρά, ή 20000 Å. Είναι δηλαδή το σύστημα φοβερά ευαίσθητο, αφού με μια ελάχιστη περιστροφή του ΜΚ (που μπορεί να γίνει με αυτόματο μηχανισμό ή και με το χέρι) είναι δυνατό να μετακινηθεί το ΚΚ κατά μήκη συγκρίσιμα με τα μήκη κύματος του ορατού φωτός (τυπικά 4000 ως 8000 Å).

Οι επιφάνειες των ΔΔ, Α1 και ΚΚ είναι από την κατασκευή τους κάθετες στη βάση του οργάνου και στο ενιαίο οριζόντιο επίπεδο των ακτίνων α, β, γ, σ. Η καθετότητα του ΣΚ εξασφαλίζεται με τους κροχλίες Κ1 και Κ2.

Για τη μελέτη του φαινομένου Doppler το ΚΚ θα τεθεί σε ισοταχή κίνηση (ταχύτητα u) με τη βοήθεια ενός μοτέρ Μ. Το Μ μεταδίδει την κίνηση του στον ΜΚ μέσω ελαστικού ιμάντα.

Στη θέση Σ υπάρχουν υποδοχές όπου θα τοποθετηθεί κάποιο σύστημα. Αυτό θα είναι, (α) ένα πολλαπλό κάτοπτρο που θα μετατρέπει το συμβολό-

μετρο Michelson σε συμβολόμετρο Fabry-Perot, (β) μια κυψελίδα όπου θα τεθεί αέριο ή υγρό για τη μέτρηση του δείκτη διάθλασής του, (γ) ένα πλακίδιο, πάνω σε κατάλληλα περιστρεφόμενη βάση για τη μέτρηση, και πάλι, του δείκτη διάθλασής του.

Στη θέση Φ_2 μπορεί να μπει φακός για το άνοιγμα της δέσμης. Στη θέση A2 μπορούν να τοποθετηθούν δύο πλακίδια (αντισταθμιστές) όμοια με τα παράθυρα της κυψελίδας Σ (τα A2 είναι απαραίτητα μόνον όταν στο συμβολόμετρο μπαίνει κυψελίδα υγρού ή αερίου).

§2. Βασική θεωρία πειραμάτων

Η βασική θεωρία και αρχή λειτουργίας του συμβολόμετρου Michelson υπάρχει σε όλα σχεδόν τα βιβλία οπτικής πανεπιστημιακού επιπέδου¹⁻³. Υπενθυμίζεται ότι ουσιαστικά η ίδια συσκευή χρησιμοποιήθηκε από τους Michelson-Morley στο ομώνυμο πείραμα για να αποδείξουν ότι δεν υπάρχει απόλυτο σύστημα αναφοράς στη φύση (αιθέρας)⁴. Στο τέλος επισυνάπτεται σχετικό παράρτημα.

2.1 Αρχή λειτουργίας με ευθύγραμμη δέσμη

Υποθέτουμε ότι το φως που προέρχεται από την ΠΦ είναι μια ευθύγραμμη μονοχρωματική δέσμη, πολωμένη κάθετα στη βάση της συσκευής με ένταση I_0 . Η δέσμη αυτή (α) δεχόμαστε ότι δημιουργεί, λόγω του $\Delta\Delta$, τις δέσμες β και γ με ένταση $I_0/2$ για την κάθετη. Οι β και γ ξεκινούν από τον $\Delta\Delta$ με την ίδια φάση, αλλά όταν ξανασυναντιώνται για να φτιάξουν την σ έχει ήδη αναπτυχθεί μεταξύ τους μια διαφορά φάσης $\Delta\phi$. Αυτή είναι συνάρτηση της διαφοράς δρόμου δ που διανύουν οι β, γ και της τυχόν διαφοράς του δείκτη διάθλασης των μέσων που διατρέχουν οι β και γ. Υποθέτοντας ομοιόμορφο μέσο, η $\Delta\phi$ είναι ίση με $\left(\frac{2\delta}{\lambda} - 1\right)\pi$ όπου λ το μήκος κύματος της α. Έχουμε λάβει υπόψη ότι η γ αλλάζει φάση κατά π όταν ανακλάται στο οπτικά πυκνότερο μέσο του $\Delta\Delta$, πράγμα που δεν συμβαίνει με την β. Η σ λοιπόν που είναι αποτέλεσμα συμβολής της β και γ, θα έχει ένταση που εξαρτάται από το $\Delta\phi$. Αποδεικνύεται ότι η ένταση της σ είναι (σελ. 90, αναφορά 1),

$$I(\delta) = \frac{I_0}{4} \left[1 + \cos \left(\frac{2\delta}{\lambda} - 1 \right) \pi \right]. \quad (1)$$

Αυτή παίρνει μέγιστη τιμή όταν ισχύει

$$\left(\frac{2\delta}{\lambda} - 1\right)\pi = 2n\pi, \quad \text{όπου } |n| = 0, 1, 2, \dots$$

$$\text{ή} \quad \delta = \frac{m\lambda}{2}, \quad \text{όπου } |m| = 1, 3, 5, \dots \quad (2)$$

και ελάχιστη (μηδενική) όταν

$$\delta = \frac{m\lambda}{2}, \quad \text{όπου } |m| = 0, 2, 4, \dots \quad (3)$$

Επομένως η λεπτή κηλίδα που αφήνει η σ πάνω στην οθόνη έχει ένταση που εξαρτάται από τη διαφορά δ . Είναι προφανές ότι αν το ΚΚ μετακινηθεί κατά $\lambda/4$, προς τα μέσα ή προς τα έξω, η β θα έχει να διανύσει $2(\lambda/4) = \lambda/2$ λιγότερο ή περισσότερο δρόμο από πριν, δηλαδή το $\Delta\phi$ θα μεταβληθεί κατά π . Επομένως η εικόνα συμβολής (η ένταση $I_{\sigma}(\delta)$) θα αντιστραφεί (αν ήταν μέγιστο θα γίνει ελάχιστο, κι αντίστροφα). Σύμφωνα με ό,τι είπαμε στην §2 για την ευαισθησία του ΚΚ στις μετακινήσεις του ΜΚ, αρκεί μια ελάχιστη μεταβολή του ΜΚ (κλάσμα υποδιαίρεσης του βερνιέρου) για να διαταράξει την εικόνα. Αν μάλιστα θέσουμε το μοτέρ Μ σε κίνηση, η επανάληψη μέγιστων ή ελάχιστων θα γίνεται με περιοδικό τρόπο, σύμφωνα με τη σχέση¹,

$$I'(t) = \frac{I_0}{4} \left[1 + \cos\left(\frac{4v}{\lambda} t - 1\right)\pi \right], \quad (4)$$

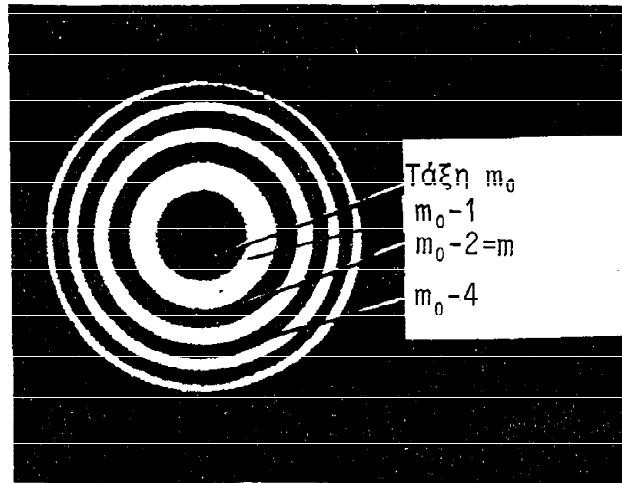
όπου t ο χρόνος και v η ταχύτητα του ΚΚ. Η συχνότητα της εναλλαγής θα είναι

$$\Delta f = \frac{\Delta\omega}{2\pi} = \frac{2v}{\lambda}. \quad (5)$$

Αν η v είναι γνωστή και η Δf μετρηθεί, τότε μπορούμε να υπολογίσουμε το λ .

2.2 Λειτουργία με αποκλίνουσα δέσμη

Αν στη θέση Φ1 τοποθετήσουμε ένα φακό έτσι ώστε η δέσμη από ευθύγραμμη να γίνει κωνική, τότε λόγω της συμμετρίας περί τις αρχικές διευθύνσεις (§3.1), η εικόνα συμβολής πάνω στην Ο θα είναι ένα σύστημα ομόκεντρων δακτυλίων με εναλλασσόμενη ένταση (μέγιστο, ελάχιστο, μέγιστο...). Μια τέτοια εικόνα φαίνεται στο Σχ.3.



Σχ.3 Κυκλικό κροσσό του συμβολόμετρου Michelson.

Η διαφορά δρόμου των β και γ τώρα εξαρτάται όχι μόνον από την απόλυτη διαφορά x της απόστασης των ΚΚ και ΣΚ από τον ΔΔ, αλλά και από τη γωνιακή απόκλιση β_m από τον αρχικό άξονα συμμετρίας όλων των ακτίνων που δημιουργούν τον κυκλικό κροσσό τάξης m (Σχ.2,3). Αποδεικνύεται εύκολα ότι για να είναι ένας κροσσός μέγιστης έντασης (φωτεινός) θα πρέπει να ισχύει

$$4x \cos \beta_m = m\lambda, \quad \text{όπου } |m| = 1, 3, 5, \dots \quad (6)$$

ενώ, για να είναι κροσσός ελάχιστης έντασης (σκοτεινός) θα πρέπει να ισχύει

$$4x \cos \beta_m = m\lambda, \quad \text{όπου } |m| = 0, 2, 4, \dots \quad (7)$$

Οι σχέσεις αυτές είναι ίδιες με τις (2) και (3) αν αγνοήσουμε τον παράγοντα $\cos \beta_m$ και αν λάβουμε υπόψη ότι για κάθε μετακίνηση x του ΚΚ η δημιουργούμενη διαφορά δρόμου είναι $\delta = 2x$. Σημειώνουμε ότι αν συμβαίνει να είναι $x = 0$, δηλαδή οι διαδρομές των β και γ να είναι ακριβώς ίσες, τότε μόνον η (7) μπορεί να ικανοποιείται, και μάλιστα με $m \equiv 0$ και για κάθε β_0 . Η οθόνη τότε θα δέχεται παντού ελάχιστη (μηδενική) ένταση (μέσα στα όρια μεταβολής της β_0). Αν πάλι έχουμε συγκεκριμένο $x \neq 0$, τότε στη δοσμένη γωνία β_m πάνω στην οθόνη αντιστοιχεί εκείνη η τάξη m που ικανοποιεί την (6) ή την (7). Παρατηρούμε ότι οι κροσσόι μετριώνονται από τα έξω προς τα μέσα (Σχ.3). Πράγματι, σύμφωνα με την (6), ή (7), ισχύει $\beta_{m+1} < \beta_m < \beta_{m-1}$. Αυτό σημαίνει ότι για συ-

γκεκριμένο $x \neq 0$ ο κροσσός μηδενικής τάξης είναι ο εξωτερικότερος δυνατός σκοτεινός κροσσός ενώ το κέντρο της εικόνας ($\beta_m=0$) κατέχει ο κροσσός τάξης $m_0 = 4x/\lambda$. Άρα δεν υπάρχει κροσσός με τάξη $m > m_0$ (βλ. Σχ.3). Ας παρακολουθήσουμε τί θα συμβεί σ'ένα συγκεκριμένο φωτεινό κροσσό, π.χ. εκείνο με $m=3$, όταν αρχίσουμε να αυξάνουμε το x (λ.χ. με μετακίνηση του ΚΚ). Ισχύει $\cos \beta_3 = 3\lambda/4x$. Προφανώς το β_3 αυξάνει καθώς το x αυξάνει. Δηλαδή ολόκληρος ο δακτύλιος του φωτεινού κροσσού 3 διαστέλλεται. Το ίδιο θα συμβεί με όλους του κροσσούς, φωτεινούς και σκοτεινούς, με αποτέλεσμα νέοι κροσσοί (μεγαλύτερης τάξης) να εμφανίζονται στο κέντρο καθώς οι παλαιοί αναπτύσσονται προς τα έξω. Αντίθετα, αν αρχίσουμε να ελαττώνουμε το x , η εικόνα θα εμφανίζει συνεχή συρρίκνωση και εξαφάνιση των κροσσών προς το κέντρο.

Η γωνιακή διαφορά δύο παρακείμενων κροσσών (π.χ. του φωτεινού m και του σκοτεινού $m-1$) αποδεικνύεται¹ ότι είναι, για $m \gg 1$,

$$\Delta\beta_m = \frac{\lambda}{4 \sqrt{x^2 - m^2 \lambda^2 / 16}}. \quad (8)$$

Στην περίπτωση που το ΚΚ κινείται με ταχύτητα u , η ένταση, σε κάποιο σημείο A της οθόνης που αντιστοιχεί σε γωνία β_m (Σχ.2) θα δίνεται από τη σχέση¹,

$$I'''(t) = \frac{I_0}{4} \left[1 + \cos \left(\frac{4u \cos \beta_m}{\lambda} t - 1 \right) \pi \right], \quad (9)$$

δηλαδή η συχνότητα εναλλαγής τώρα είναι

$$\Delta f' = \frac{2u}{\lambda} \cos \beta_m. \quad (10)$$

Προκύπτει επομένως ότι οι εξωτερικοί κροσσοί εναλλάσσονται με αργότερο ρυθμό απ'ότι οι εσωτερικοί, για την ίδια ταχύτητα u .

2.3 Πόλωση των ακτίνων β, γ

Κροσσούς συμβολής θα έχουμε και όταν το φως της δέσμης δεν είναι πολωμένο αλλά φυσικό. Αντίθετα, δεν θα λάβουμε κροσσούς αν οι δέσμες β και γ είναι πολωμένες κάθετα ή μία στην άλλη. Αυτό προκύπτει από το ότι η ένταση της συνισταμένης σ είναι η μέση χρονική τιμή του μεγέθους $(\vec{E}_\beta + \vec{E}_\gamma)^2$, και όχι του $\vec{E}_\beta^2 + \vec{E}_\gamma^2$ (\vec{E}_β και \vec{E}_γ είναι τα ηλεκτρικά πεδία των κυμάτων της β και γ)¹⁻³.

2.4 Μήκος συμφωνίας

Ένα ενδιαφέρον ερώτημα είναι, τί θα συμβεί αν αφήσουμε το μοτέρ να δουλεύει συνεχώς. Αυτό σημαίνει ότι η διαφορά δρόμου $\delta=2x$ θα αυξάνει απεριόριστα. Από πρώτη άποψη δεν φαίνεται να δημιουργείται κανένα πρόβλημα στη δημιουργία ή ποιότητα των κροσσών, γιατί οι σχέσεις (6) και (7) δεν βάζουν κανένα περιορισμό στο μέγεθος του δ . Στην πραγματικότητα, για λόγους καθαρά φυσικούς και όχι γεωμετρικούς, υπάρχει ένα όριο στην τιμή του δ που αν το ξεπεράσουμε οι κροσσοί θα εξαφανιστούν. Το όριο αυτό λέγεται **μήκος συμφωνίας** (ℓ_c) και έχει να κάνει με την ίδια τη φύση του φωτός laser και όχι με το συμβολόμετρο Michelson. Τα περί συμφωνίας (coherence) της δέσμης laser, και γενικά κάθε δέσμης φωτός, αναπτύσσονται στην ενότητα 4. Στο σημείο αυτό, ο σπουδαστής θα πρέπει να ενημερωθεί περισσότερο διαβάζοντας τη σχετική παράγραφο. Απλώς αναφέρουμε εδώ ότι το μήκος συμφωνίας συνδέεται με το φυσικό εύρος συχνοτήτων $\Delta\nu_{HM}$ της δέσμης laser από τη σχέση $\ell_c = c/\Delta\nu_{HM}$, όπου για lasers He-Ne το $\Delta\nu_{HM}$ είναι της τάξης των 1500MHz. Αυτό σημαίνει ότι το ℓ_c είναι γύρω στα 20cm. Ωστε για $\delta < 20\text{cm}$ έχουμε κροσσούς, η ποιότητά τους όμως γίνεται χειρότερη καθώς $\delta \rightarrow 20\text{cm}$, ώσπου να εξαφανιστούν τελείως όταν $\delta > 20\text{cm}$.

Στην πράξη, το συμβολόμετρο Michelson μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την απευθείας μέτρηση του ℓ_c . Σύμφωνα με τα παραπάνω, ξεκινά κανείς με $\delta=0$ (οπότε έχουμε την καλύτερη ποιότητα κροσσών) και στη συνέχεια αυξάνει το δ ως την τιμή εκείνη δ_0 που οι κροσσοί εξαφανίζονται τελείως. Ισχύει τότε $\delta_0 = \ell_c$. Αν πάρουμε $\ell_c = 20\text{cm}$ τότε η εξαφάνιση θα πραγματοποιηθεί όταν $x = 10\text{cm}$, δηλαδή οι αποστάσεις των δύο κατόπτρων από το $\Delta\Delta$ (Σχ.2) πρέπει να διαφέρουν τουλάχιστο κατά 10cm. Η συγκεκριμένη διάταξη του συμβολόμετρου Michelson που χρησιμοποιείται σ'αυτή την ενότητα δεν επιτρέπει τη μετακίνηση του κινητού κατόπτρου περισσότερο από 2cm. Άρα θα πρέπει να μεταφέρει κανείς το ΣΚ όσο γίνεται πιο κοντά στο $\Delta\Delta$ για να προκαλέσει ένα x γύρω στα 9.5cm. Το υπολοιπόμενο 0.5cm μπορεί να καλυφθεί με το μικρότερο, οπότε θα πρέπει να γίνει αντιληπτή (από την εξαφάνιση των κροσσών) η υπέρβαση του ℓ_c .

§3. Φαινόμενο Doppler - Οπτικά διακροτήματα

Στην περίπτωση που το ΚΚ κινείται προς τα έξω με ταχύτητα u , είδαμε πως η ένταση δίνεται από τις σχέσεις (4) ή (9) ανάλογα με το αν η δέση είναι ευθύγραμμη ή κωνική. Ένας άλλος τρόπος να καταλάβει κανείς την προέλευση της συχνότητας εναλλαγής Δf και $\Delta f'$ είναι να θεωρήσει τις $I'(t)$ και $I''(t)$ σαν εντάσεις διακροτημάτων. Ας δούμε πιο αναλυτικά τί συμβαίνει. Η δέση a είναι μονοχρωματική, όπως είπαμε, με συχνότητα f_0 . Το ίδιο ισχύει και για την γ , όχι όμως και για την β . Το ΚΚ είναι ένας "κινούμενος δέκτης". Επομένως δέχεται συχνότητα όχι f_0 αλλά $f' = f_0 \sqrt{(c-u)/(c+u)}$, σύμφωνα με τη σχετικιστική διατύπωση του φαινομένου Doppler για ηλεκτρομαγνητικά κύματα⁴. Επίσης όταν το ΚΚ ανακλά την f' πίσω προς την θ , το ΚΚ ουσιαστικά δρα σαν ένας "κινούμενος πομπός" ως προς την θ , άρα η θ δέχεται από το ΚΚ όχι την f' αλλά την $f'' = f' \sqrt{(c-u)/(c+u)}$. Με άλλα λόγια η δέση σ φτάνοντας στην θ έχει συχνότητα f'' που είναι κατά $\Delta f = f_0 - f''$ διαφορετική της f_0 . Αν $u \ll c$, τότε αποδεικνύεται εύκολα ότι

$$\Delta f = \frac{2uf_0}{c} = \frac{2u}{\lambda}, \quad (5)$$

που είναι ίδια με την (5). Στην οθόνη επάνω φτάνουν η f_0 (από το ΣΚ) και η f'' (από το ΚΚ). Η συνισταμένη αυτών είναι ένα διακρότημα, όμοιο με εκείνο των ηχητικών κυμάτων αλλά σε οπτικές συχνότητες. Το συνισταμένο πλάτος του διακροτήματος έχει συχνότητα $(f'' - f_0)/2$, άρα η ένταση του διακροτήματος (τετράγωνο του πλάτους) που είναι αυτό που βλέπουμε, θα έχει συχνότητα $\Delta f = f_0 - f'' = 2u/\lambda$.

Με όμοιο συλλογισμό μπορεί κανείς να δείξει ότι η (10) απορρέει από τη συχνότητα διακροτήματος, όπου τώρα η μετατόπιση Doppler είναι συνάρτηση και της γωνίας β_m .

§4. Δείκτης διάθλασης στερεών, υγρών και αερίων

4.1 Στερεά

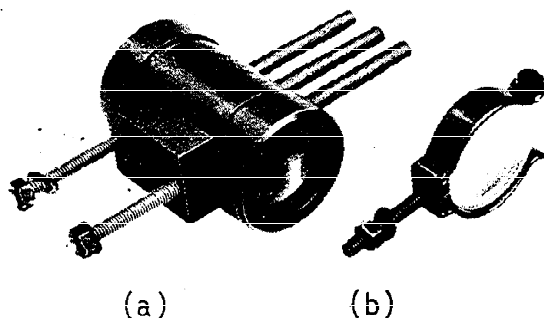
Με το συμβολόμετρο Michelson είναι σχετικά εύκολο να μετρήσουμε το δείκτη διάθλασης ενός πλακιδίου από υλικό που είναι διάφανο στο μήκος κύματος λ (π.χ. γυαλιά, πλαστικά, κρυσταλλικά υλικά γενικά). Ας θεω-

ρήσουμε ότι το πλακίδιο έχει πάχος t και δείκτη διάθλασης n . Όταν το τοποθετήσουμε στη θέση Σ , προσανατολισμένο κάθετα στη δέση β , το πλακίδιο εκτοπίζει ίσο όγκο αέρα (που τον δείκτη διάθλασής του παίρνουμε προσεγγιστικά ίσο με $n_\alpha = 1$). Έτσι ο αρχικός οπτικός δρόμος $n_\alpha t$ αντικαθίσταται από τον οπτικό δρόμο nt . Επειδή η β διαπερνά το πλακίδιο δύο φορές η συνολική διαφορά οπτικού δρόμου θα είναι $2t(n-n_\alpha) \approx 2t(n-1)$. Αυτό θα προκαλέσει μετακίνηση τόσων κροσσών στην οθόνη, όσος ο λόγος $2t(n-1)/\lambda$. Φυσικά η μετακίνηση γίνεται πολύ γρήγορα, μόλις τοποθετηθεί το πλακίδιο στη θέση Σ , άρα χρειάζονται ευαίσθητα όργανα στη θέση της οθόνης για να ανιχνεύουν το πέρασμα των κροσσών αυτών. Ένας απλούστερος τρόπος είναι να τοποθετήσουμε το πλακίδιο στη θέση Σ , κάθετα στη β , και με αργό ρυθμό να στρέψουμε το πλακίδιο κατά γωνία θ , γύρω από κατακόρυφο άξονα. Με το μάτι ή με άλλα απλά όργανα παρακολουθούμε πόσοι κροσσοί μετακινήθηκαν, λόγω αλλαγής και πάλι του οπτικού δρόμου, σαν συνέπεια της περιστροφής του πλακιδίου. Αν μετρήσουμε N κροσσούς για γωνία στροφής θ , αποδεικνύεται ότι ο δείκτης διάθλασης θα είναι⁵

$$n = \frac{(2t - N\lambda)(1 - \cos \theta)}{2t(1 - \cos \theta) - N\lambda} \quad (11)$$

4.2 Υγρά

Εντέλως ανάλογα μετριέται ο δείκτης διάθλασης ενός υγρού. Φυσικά θα πρέπει να τοποθετηθεί μέσα σε μια κυψελίδα με δύο παράθυρα, σαν εκείνη του Σχ.4α. Αυτή τοποθετείται στη θέση Σ . Επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία της §5.1 δύο φορές, μία χωρίς υγρό και μία με υγρό, για την



Σχ.4 (α) Κυψελίδα για τη μέτρηση του δείκτη διάθλασης υγρών και αερίων. (β) Αντισταθμιστής A_2 .

ίδια γωνία στροφής θ . Η διαφορά του αριθμού κροσσών που θα μετακινήθουν τις δύο φορές θα είναι το N της (11). Έτσι γίνεται αυτόματα η διόρθωση για τη διαφορά οπτικού δρόμου που προκαλείται από τα δύο παράθυρα.

Σε άλλες περιπτώσεις μπορεί κανείς να χρησιμοποιήσει τον αντισταθμιστή του Σχ.4b που τοποθετείται στη θέση A2. Πρόκειται για δύο πλακίδια που δημιουργούν στη δέσμη γ την ίδια διαφορά δρόμου όπως και τα δύο παράθυρα της κυψελίδας στη δέσμη β . Έτσι επιτυγχάνεται "αντιστάθμιση", δηλαδή οι οπτικοί δρόμοι των β και γ δεν είναι πια διαφοροποιημένοι λόγω της παρεμβολής της κυψελίδας.

4.3 Αέρια

Εδώ δεν χρειάζεται στροφή της κυψελίδας γιατί το αέριο μπορεί να εισαχθεί σε μικρές ποσότητες μέσα στην κυψελίδα την οποία έχουμε εκκενώσει προηγουμένως από τον αέρα. Αρχίζουμε λοιπόν με κενή κυψελίδα και παρατηρούμε τη μετακίνηση των κροσσών που προκαλεί η εισαγωγή μιας ορισμένης μικρής ποσότητας αερίου. Ισχύει και πάλι

$$N = \frac{2t(n-1)}{\lambda}, \quad (12)$$

όπου N ο αριθμός των κροσσών που μετακινήθηκαν, t η εσωτερική απόσταση των παραθύρων της κυψελίδας, και n ο ζητούμενος δείκτης διάθλασης του αερίου στη συγκεκριμένη πίεση P και θερμοκρασία T . Φυσικά μας ενδιαφέρει ο δείκτης διάθλασης n του αερίου υπό κανονικές συνθήκες P_0 και T_0 . Αυτός υπολογίζεται απλά ως εξής. Δεχόμαστε ότι το $n-1$ μεταβάλλεται γραμμικά με την πυκνότητα του αερίου, ότι δηλαδή ισχύει (βλ. σελ. 199, αναφορά 7),

$$n-1 = A\rho, \quad (13)$$

όπου A σταθερά. Θεωρώντας το αέριο σαν ιδανικό, βρίσκουμε

$$n-1 = (n_0-1) \frac{P}{P_0} \cdot \frac{T_0}{T} = (n_0-1) \frac{273P}{760T}. \quad (14)$$

Παραγωγίζουμε τις (12) και (14) ως προς την πίεση P ,

$$\frac{dN}{dP} = \frac{2t}{\lambda} \cdot \frac{dn}{dP} \quad (15)$$

$$\frac{dn}{dP} = \frac{273(n_0-1)}{760T}, \quad (16)$$

και αντικαθιστούμε την (16) στην (15). Τελικά παίρνουμε

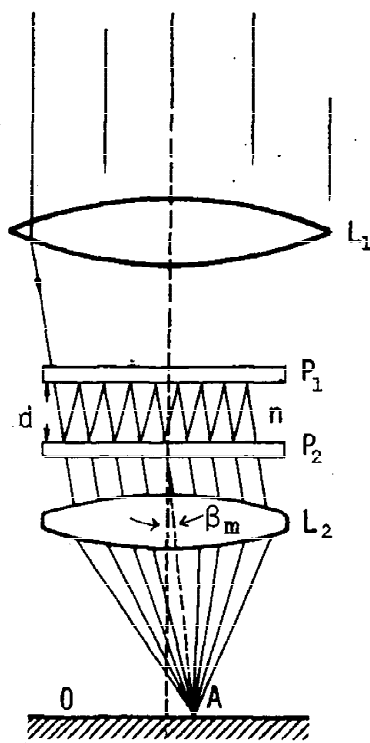
$$n_0 = 1 + \frac{\lambda}{2t} \cdot \frac{760T}{273} \cdot \frac{dN}{dP}. \quad (17)$$

Η θερμοκρασία T μετριέται εύκολα με ένα θερμόμετρο, ενώ το μέγεθος $\frac{dN}{dP}$ είναι η κλίση της καμπύλης $N=N(P)$. Η καμπύλη αυτή χαράσσεται εύκολα από τα ζεύγη τιμών (N_1, P_1) , (N_2, P_2) κ.ο.κ. που καταγράφουμε καθώς μετρούμε τον αριθμό κροσσών N_i που μετακινήθηκαν όταν δημιουργήσαμε (και μετρήσαμε με ένα μανόμετρο) πίεση P_i ξεκινώντας κάθε φορά από κενή κυψελίδα.

Ο δείκτης διάθλασης του αέρα μπορεί επίσης να μετρηθεί εύκολα αν ακολουθήσουμε την αντίστροφη διαδικασία. Αρχίζουμε να εκκενώνουμε τον αέρα από την κυψελίδα με μια χειροκίνητη αντλία, ενώ μετρούμε τους κροσσούς. Συνεχίζουμε ώσπου η αντλία να δείχνει πως δεν υπάρχει άλλος αέρας πια μέσα στην κυψελίδα. Ο ολικός αριθμός κροσσών που μετρήσαμε είναι το N της (12) απ'όπου μπορούμε απευθείας να βρούμε το n του αέρα στις συνθήκες P, T του εργαστηρίου. Φυσικά η (14) ή η (17) μπορούν να μας δώσουν το n_0 του αέρα, στο βαθμό που δεχόμαστε πως ο αέρας συμπεριφέρεται σαν ιδανικό αέριο.

§5. Συμβολόμετρο Fabry - Perot

Το συμβολόμετρο Fabry - Perot αποτελείται από δύο παράλληλα επίπεδα ημιδιαφανή κάτοπτρα P_1, P_2 σε απόσταση d (=λίγα mm) το ένα από το άλλο όπως δείχνει το Σχ.5. Η παράλληλη δέσμη φωτός που βγαίνει από τον Laser μετατρέπεται σε ελαφρώς κωνική με το φακό L_1 . Το φως περνά το P_1 παλινδρομεί πολλές φορές μεταξύ P_2 και P_1 επιτρέποντας, σε κάθε πρόσπτωση στο P_2 , ένα κλάσμα της έντασής του να περάσει το P_2 και να εστιαστεί σε κάποιο σημείο A της οθόνης. Λόγω της διαφοράς φάσης που δημιουργείται μεταξύ της κάθε ακτίνας που περνά το P_2 και της επόμενης που θα το περάσει αφού κάνει μία ακόμη παλινδρόμηση, η συνισταμένη ένταση στο A θα είναι το αποτέλεσμα μιας πολύπλοκης συμβολής. Άρα στο A θα έχουμε θετική ή αναιρετική συμβολή. Λόγω της κυλινδρικής συμ-



Σχ.5 Διάταξη Fabry - Perot. P_1, P_2 ημιδιαφανή κάτοπτρα. L_1, L_2 φακοί. Ο οθόνη. n δείκτης διάθλασης του μέσου.

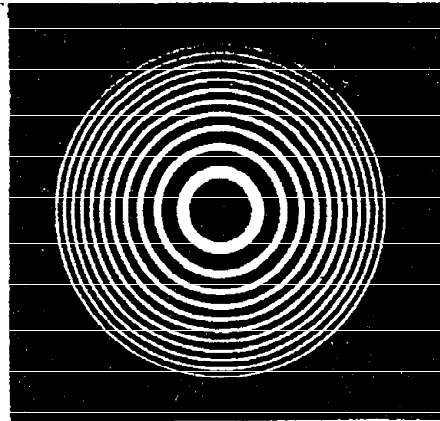
μετρίας της διάταξης, όλα τα σημεία A που ισαπέχουν από το κέντρο θα δέχονται τον ίδιο βαθμό συμβολής, άρα θα έχουμε σύστημα φωτεινών και σκοτεινών ομοκεντρικών δακτυλίων. Η ποιότητα αυτών των δακτυλίων (π.χ. ευδιάκριτοι, καλά καθορισμένα όρια) καθώς και το contrast μεταξύ φωτεινών και σκοτεινών δακτυλίων εξαρτώνται από την ανακλαστικότητα των κατόπτρων P_1, P_2 (Σχ.6). Λεπτομερείς υπολογισμοί δείχνουν ότι ισχύουν ανάλογες σχέσεις για τους φωτεινούς και σκοτεινούς δακτυλίους με εκείνες για το συμβολόμετρο Michelson. Συγκεκριμένα, στη θέση που αντιστοιχεί σε γωνία β_m ο κροσσός είναι φωτεινός (μέγιστο έντασης) όταν (για $n \approx 1$)

$$4nd \cos \beta_m = m\lambda, \quad \text{όπου } |m| = 0, 2, 4, \dots \quad (18)$$

ενώ είναι σκοτεινοί (ελάχιστο έντασης) όταν

$$4nd \cos \beta_m = m\lambda, \quad \text{όπου } |m| = 1, 3, 5, \dots \quad (19)$$

n είναι ο δείκτης διάθλασης του μέσου ανάμεσα στα P_1 και P_2 (συνήθως αέρας με $n_\alpha \approx 1$) και β_m η γωνιακή απόκλιση του κροσσού τάξης m . Ισχύ-



Σχ.6 Κυκλικό κροσσό συμβολομέτρου Fabry-Perot. Οι δακτύλιοι αυτοί είναι πολύ πιο ευδιάκριτοι και σαφείς από εκείνους του συμβολομέτρου Michelson (Σχ.3).

ουν και εδώ όσα είπαμε για τον τρόπο αρίθμησης των κροσσών στην §3. Η έκφραση που δίνει την ένταση στο σημείο A (ακριβέστερα την πυκνότητα ροής της ακτινοβολίας) είναι (β' σελ. 96 της αναφοράς 1),

$$I(\Delta_m) = \frac{1}{4R^2 \sin^2(\Delta_m/2) + \frac{1}{(1-R)^2}} \quad (20)$$

όπου R ο συντελεστής ανάκλασης (δηλ. ο λόγος της ανακλώμενης προς την προσπίπτουσα ένταση ακτινοβολίας) και Δ_m η διαφορά φάσης που αντιστοιχεί στον κροσσό. Αυτή είναι

$$\Delta_m = \frac{4\pi n d \cos \beta_m}{\lambda} \quad (21)$$

Είναι φανερό ότι για σταθερά n, d , η $I(\Delta_m)$ εναλλάσσεται καθώς μεταβάλλεται το β_m δηλαδή καθώς μετακινούμεθα πάνω στην οθόνη. Αντίθετα, για σταθερό β_m (σταθερή θέση) το $I(\Delta_m)$ εξαρτάται από το n και το d . Μεταβολή του ενός ή του άλλου θα διαταράξει το είδος του κροσσού που αντιστοιχεί στο A, δηλαδή θα έχουμε μετακίνηση της εικόνας.

Στην πράξη, η διάταξη του συμβολομέτρου Fabry-Perot θα προκύψει από τη διάταξη του συμβολομέτρου Michelson του Σχ.1 αν αφαιρεθεί ο $\Delta\Delta$ και στη θέση Σ τοποθετηθεί ένα νέο κάτοπτρο, το P_2 . Το ρόλο του P_1 θα παίξει το ΚΚ, αφού τοποθετηθεί λίγο ψηλότερα από πριν.

Το συμβολόμετρο Fabry-Perot λόγω ακριβώς της υψηλής διακριτικότητας των κροσσών του, είναι μοναδικό όργανο για την ανάλυση φασματοσκοπικών γραμμών που απέχουν ελάχιστα μεταξύ τους. Αποφασιστικής σημασίας για την επίδοση του οργάνου είναι η ποιότητα των κατόπτρων (υψηλή ανακλαστικότητα R , επιπεδότητα) και η σταθερότητα του μέσου η και της απόστασης d (παραλληλισμός των P_1 και P_2). Στα πιο εξελιγμένα μοντέλα το μέσον ανάμεσα στα P_1, P_2 δεν είναι αέρας αλλά χαλαζίας, και η μεταβολή του d γίνεται με πιεζοηλεκτρικές μεθόδους. Στο δικό μας συμβολόμετρο Fabry-Perot το μέσο είναι αέρας και η μεταβολή του γίνεται με τη βοήθεια του μικρομετρικού κοχλίου ΜΚ (Σχ.1).

§6. Εκτέλεση πειραμάτων

6.1 Απαραίτητα όργανα και εξαρτήματα

- Laser He-Ne, έντασης 0.9mW
- Συμβολόμετρο Michelson (Σχ.1) και μοτέρ
- Κάτοπτρο Fabry-Perot
- 3 φακοί, -22mm, +18mm, +48mm
- 3 μαγνητικές βάσεις
- 2 πολωτές polaroid, βαθμονομημένοι
- Κυψελίδα αερίου
- Άντλία αέρος, χειροκίνητη
- 2 πλακίδια αντισταθμιστή A2 με υποδοχή
- Πλακίδια για τη μέτρηση του δείκτη διάθλασης
- Περιστρεφόμενη βάση για τα πλακίδια
- Οθόνη
- Υποδεκάμετρο

6.2 Κρίσιμες οδηγίες

- Μην αφήνετε την ευθύγραμμη δέσμη Laser να μπει στο μάτι σας, απευθείας ή ύστερα από ανάκλαση.

- Προσοχή στις πρίζες και άλλες ηλεκτρικές συνδέσεις.
- Μην αγγίζετε με τα χέρια τις επιφάνειες των κατόπτρων, πολωτών και των φακών. Αν χρειάζονται καθάρισμα ρωτήστε τον επιβλέποντα.
- Φεύγοντας βεβαιωθείτε ότι όλα τα όργανα είναι σβηστά.

6.3 Χρήσιμη υπόμνηση

Για να προσανατολίσετε μια κατοπτρική επιφάνεια κάθετα σε μια ευθύγραμμη δέση Laser, αρκεί η ανακλώμενη δέση να συμπίπτει με την προσιπτούσα.

6.4 Ευθυγράμμιση του συμβολόμετρου Michelson

- Ανάψτε τον Laser (Σχ.1).
- Αφαιρέστε τον Φ_1 .
- Ένα μέρος της δέσης α επιστρέφοντας από το ΚΚ ανακλάται πάνω στον $\Delta\Delta$ και ξαναγαυρνά προς την έξοδο του Laser. Μετακινώντας λίγο τον Laser πάνω στη βάση του, θα φέρετε την ανακλώμενη αυτή όσο γίνεται πιο κοντά στην έξοδο του Laser μέχρι (10mm). Τί πετύχατε με αυτό;
- Στην οθόνη θ θα πρέπει να φανούν τώρα δύο οριζόντιες συστοιχίες δύο μικρών κηλίδων. Μπλοκάρετε μ'ένα χαρτί πρώτα τη δέση α και μετά τη δέση β , παρακολουθώντας συγχρόνως ποιές κηλίδες εξαφανίζονται κάθε φορά. Μπορείτε τώρα να προσδιορίσετε την προέλευση της κάθε κηλίδας;
- Μετακινήστε διαδοχικά τους κοχλίες $K1, K2$, παρακολουθώντας συγχρόνως ποιά από τις δύο συστοιχίες κηλίδων μετατοπίζεται. Προσπαθήστε να τις φέρετε σε σύμπτωση φροντίζοντας να συμπέσουν σε μία οι δύο ισχυρότερες κηλίδες (μία από κάθε συστοιχία). Αν η ευθυγράμμισή σας είναι σωστή, θα πρέπει αυτή η μία κηλίδα να τρεμοσβύνει με την **παραμικρή στροφή** του ΜΚ.
- Τοποθετείστε τώρα το φακό -22mm στη θέση $\Phi1$, φροντίζοντας και πάλι η ανακλώμενη να γεμίζει την έξοδο του Laser. Ο $\Phi1$ μπορεί να μετακινηθεί λίγο πάνω στη βάση του χάρη στη μαγνητική του ανάρτηση. Στην οθόνη θα πρέπει τώρα να φανούν ευθύγραμμοι, ή καμπύλοι, ή κυκλικοί

κροσσοί. Αν είναι κυκλικοί τότε το σύστημα είναι ευθυγραμμισμένο. Αν είναι καμπύλοι ή ευθύγραμμοι, στρέψτε ελάχιστα τον ένα κοχλία (π.χ. τον K1) αριστερά ή δεξιά ωσότου οι κροσσοί γίνουν κατακόρυφοι ή οριζόντιοι. Στη συνέχεια στρέψτε ελάχιστα τον K2 αριστερά ή δεξιά ωσότου οι κροσσοί γίνουν κυκλικοί. Βεβαιωθείτε ότι ελέγχετε πλήρως τη θέση των κροσσών με τη βοήθεια των K1, K2.

6.5 Ευαισθησία συστήματος

- Εξακριβώστε την ευαισθησία της εικόνας, παρατηρώντας τη συμπεριφορά των κροσσών στο παραμικρό χτύπημα της βάσης του συστήματος με το δάκτυλό σας. Βγάλτε τα συμπεράσματά σας για το τί πρέπει να προσέξετε στα πειράματα που ακολουθούν.
- Μπορείτε να διαταράξετε την εικόνα με απλό φύσημα κάθετα στη δέσμη β ή γ. Πού οφείλεται η διαταραχή αυτή; Προσπαθείστε να παράγετε με τη φωνή σας ένα παρατεταμένο ήχο π.χ. ο,ε,ου με συνεχώς μεταβαλλόμενο ύψος, σε απόσταση 10-20cm από τη συσκευή. Σε κάποιο ύψος θα δείτε την εικόνα να τρεμοσβύνει. Πού οφείλεται αυτό; Επαναλάβετε με ήχο πιο ψηλό κατά μία οκτάβα (δηλ. τη δεύτερη αρμονική του προηγούμενου). Πώς συμπεριφέρεται η εικόνα τώρα;

6.6 Υπολογισμός του μήκους κύματος του Laser

- Στρέψτε τον MK πολύ αργά, τόσο όσο χρειάζεται για να περάσουν από το κέντρο 50 ως 100 νέοι κροσσοί (ξεκινείστε από πλήρη κεντρικό φωτεινό κροσσό). Μετρείστε τον ακριβή αριθμό και σημειώστε την αρχική και τελική ένδειξη του MK.
- Υπολογίστε πόσο μετακινήθηκε το KK (βλ. §2) και προς ποιά κατεύθυνση. Θυνηθείτε πως ακριβώς ορίζεται το m. Εφαρμόστε τώρα την εξίσωση (6) για τον κεντρικό κροσσό και υπολογίστε το μήκος κύματος λ του Laser.
- Επαναλάβετε 5 φορές, και προτείνετε ένα μήκος κύματος σαν τελικό αποτέλεσμα. Πού οφείλεται η τυχόν διαφορά του αποτελέσματός σας από την αληθινή τιμή $\lambda=6328 \text{ \AA}$; Προτείνετε μερικές αιτίες σφάλματος.

6.7 Φαινόμενο Doppler - Οπτικό διακρότημα

- Θέσετε σε λειτουργία το μοτέρ από τον μικροδιακόπτη του. Από τη συμπεριφορά της εικόνας κρίνετε σε ποια κατεύθυνση κινείται το ΚΚ. Με ένα ρολόι του χεριού υπολογίστε το χρόνο που χρειάζεται για να περάσουν 50 ως 100 κροσσοί από το κέντρο της εικόνας.
- Υπολογίστε τη συχνότητα του οπτικού διακροτήματος.
- Από την εξίσωση (10) υπολογίστε την ταχύτητα u του ΚΚ παίρνοντας τον κεντρικό κροσσό και 6328 \AA για το λ .
- Σταματείστε το μοτέρ και ρυθμίστε τον ΜΚ ώστε στο κέντρο να υπάρχει φωτεινός κροσσός. Παρατηρείστε τώρα έναν οποιοδήποτε εξωτερικό φωτεινό κροσσό, π.χ. τον 3ο ή 4ο από το κέντρο. Σε κάποιο σημείο της περιφέρειάς του βάλτε πάνω στην οθόνη ένα σημάδι με μολύβι. Υπολογίστε το $\cos \beta_m$ που αντιστοιχεί σ' αυτόν τον κροσσό (βλ. Σχ.2, σημείο Α). Η τάξη m δεν είναι γνωστή αλλά και δεν τη χρειαζόμαστε.
- Θέσετε το μοτέρ σε κίνηση με την ίδια ταχύτητα όπως και πριν. Μετρείστε τη συχνότητα διέλευσης των κροσσών από το σημάδι. Συμφωνεί αυτή με τη συχνότητα του κεντρικού κροσσού;
- Από την εξίσωση (10) υπολογίστε την u . Συμφωνεί το αποτέλεσμα σας με το προηγούμενο; Πού οφείλονται οι τυχόν διαφορές;

6.8 Πόλωση φωτός

- Τοποθετείστε τον ένα πολωτή μπρος στο ΚΚ και τον άλλο μπρος στο ΣΚ. Χρησιμοποιείτε για αυτό τις δύο μαγνητικές βάσεις. Ρυθμίστε την εικόνα και στρέψτε τον ένα πολωτή στην κατακόρυφη θέση. Παρατηρείστε τώρα τι συμβαίνει στην εικόνα καθώς στρέφετε τον άλλο πολωτή συνεχώς. Σε ποιές θέσεις έχετε "ακραία" συμπεριφορά της εικόνας; Εξηγήστε αυτό που βλέπετε.

6.9 Δείκτης διάθλασης του αέρα

- Τοποθετείστε την κυψελίδα στη θέση Σ, και το λαστιχένιο σωλήνα της αντλίας στην ανοικτή είσοδο της κυψελίδας.
- Σταθεροποιείτε την εικόνα με τη βοήθεια των Κ1, Κ2 και δημιουργείτε φωτεινό κροσσό στο κέντρο με τον ΜΚ.

- Πολύ αργά στην αρχή, αρχίστε να αντλείτε τον αέρα έξω, μετρώντας συγχρόνως πόσοι κροσσοί διέρχονται από το κέντρο της εικόνας. Ρυθμίστε το ρυθμό άντλησης έτσι που να προλαβαίνετε να μετράτε. Όταν θάχει βγει όλος ο αέρας, ο χειρισμός της αντλίας θα είναι πολύ δυσκολότερος και η εικόνα πιο σταθερή. Πόσοι κροσσοί πέρασαν; (=N).
- Εφαρμόστε τις εξισώσεις (12) και (14) και υπολογίστε το η και το η_0 , παίρνοντας σαν $t=10\text{cm}$. Συμβουλευτείτε το μανόμετρο και το θερμόμετρο του εργαστηρίου.
- Τραβήξτε τη βαλβίδα της αντλίας για να ξαναμπει ο αέρας μέσα στην κυψελίδα.
- Υπολογίστε το δείκτη διάθλασης του αέρα όταν η πίεση, όπως τη δείχνει το μανόμετρο της αντλίας, είναι τα $2/3$ της ατμοσφαιρικής στη θερμοκρασία δωματίου. Βγάλτε με πολλή προσοχή την κυψελίδα από τη θέση Σ.

6.10 Δείκτης διάθλασης πλακιδίου

- Τοποθετείστε στη θέση Σ την περιστρεφόμενη βάση και πάνω σ' αυτήν το πλακίδιο (βλ. ενότητα 1, γωνιακός μεταφορέας).
- Αφαιρέστε τον Φ1 από τη θέση του και προσανατολίστε κατ'εκτίμηση το πλακίδιο κάθετα στη δέσμη β. Ξαναβάλτε το φακό Φ1 στη θέση του και ρυθμίστε τους K1, K2, MK έτσι ώστε να έχετε κανονική εικόνα με φωτεινό κροσσό στο κέντρο. Στρέψτε τη βάση με το πλακίδιο μαζί, **πολύ αργά** κατά τη μία φορά. Παρακολουθείστε την κίνηση των κροσσών. Αν, καθώς εξακολουθείτε την περιστροφή, διαπιστώσετε ότι σε κάποια θέση οι κροσσοί ακινητοποιούνται στιγμιαία και μετά αντιστρέφουν τη φορά της κίνησής τους, μείνετε σ' αυτή τη θέση. Τώρα το πλακίδιο είναι κάθετο στη β. Προσπαθείστε να καταλάβετε γιατί. Αν παρά την περιστροφή δεν σημειώνετε τίποτε τέτοιο, απλώς αντιστρέψτε τη φορά περιστροφής και επαναλάβετε. Αν και πάλι δεν σημειώνετε τίποτε, επαναλάβετε την όλη διαδικασία πιο αργά και πιο προσεχτικά!
- Αργά-αργά στρέψτε τη βάση κατά 10° περίπου και μετρείστε τον αριθμό N των κροσσών που περνούν.

- Από την ακριβή γωνία στροφής θ , το πάχος t και τον αριθμό N , υπολογίστε το δείκτη διάθλασης του υλικού του πλακιδίου. (βλ. εξ. 11).

6.11 Συμβολόμετρο Fabry-Perot

- Ξεβιδώστε το ΚΚ από τις πάνω δύο βίδες που το κρατούν. Στρέψτε το ΚΚ από τη θέση που ήταν, κατά 180° περί άξονα κάθετο στην επιφάνεια του και ξαναβιδώστε το με τις ίδιες βίδες. Το ΚΚ τώρα θα πρέπει να εξέρχει προς τα επάνω. Προσοχή μήπως το κάτοπτρο πέσει από τη θήκη του.
- Τοποθετείστε το κάτοπτρο του Fabry-Perot (FP) στη θέση Σ, όσο γίνεται πιο κοντά στο ΚΚ.
- Φέρετε το Laser πίσω από το ΚΚ και ρυθμίστε τον έτσι που η δέσμη του να είναι κάθετη στο ΚΚ.
- Ρυθμίστε τους κοχλίες του FP έτσι ώστε το κάτοπτρό του να είναι κάθετο στη δέσμη του Laser. Τα δύο κάτοπτρα τώρα θα πρέπει να είναι παράλληλα μεταξύ τους.
- Τοποθετείστε το φακό -22mm μπροστά στον Laser και παρατηρείστε τί θα βγει στην οθόνη. Δοκιμάστε και με άλλους φακούς.
- Τί είδους δέσμη πέφτει τώρα επάνω στο FP; Συμφωνεί η γεωμετρία αυτή με εκείνη του Σχ.5; Πάντως το αποτέλεσμα προκύπτει ότι είναι το ίδιο.
- Θα πρέπει τώρα να βλέπετε ευδιάκριτους κυκλικούς κροσσούς. Συγκρίνετε την ποιότητά τους με εκείνη των κροσσών του συμβολόμετρου Michelson.
- Επαναλάβετε το φαινόμενο Doppler μετρώντας τη συχνότητα του κεντρικού κροσσού και ενός οποιουδήποτε εξωτερικού. Υπολογίστε την ταχύτητα του ΚΚ.
- Παρατηρείστε την ευαισθησία του συστήματος.
- Επαναφέρετε το σύστημα στη διάταξη Michelson. Σβήστε τα όλα.

§7. Ερωτήσεις

Απαντήστε στις επόμενες ερωτήσεις:

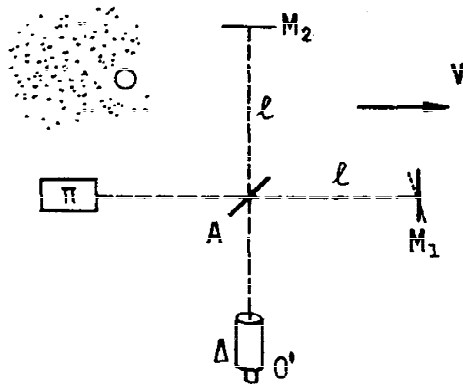
- Πότε είναι μεγαλύτερη η πυκνότητα των κροσσών πάνω στην οθόνη, όταν το x (βλ. εξ. 8) είναι μικρό ή μεγάλο;
- Αν το ΚΚ κινείται προς τα έξω, πώς θα κινούνται οι κροσσοί; Αν κινούνται αντίθετα απ' αυτό που περιμένετε τί συμπέρασμα βγάζετε;
- Ισχύει για τους κροσσούς η γνωστή αρχή της συνέχειας; Εξηγήστε.
- Πού οφείλεται η εξαφάνιση των κροσσών όταν οι δέσμες β και γ είναι πολωμένες κάθετα μεταξύ τους;
- Πώς θα μπορούσατε με χρήση ενός υγρού ή στερεού να διευκολύνετε τη μέτρηση του ℓ_c ;
- Αποδείξτε τις εξισώσεις (11) ως (17).
- Δείξτε την εξίσωση (10) με τη μέθοδο Doppler.
- Ποιό είναι το μήκος κύματος του οπτικού διακροτήματος;
- Υποδείξτε έναν τρόπο μέτρησης του συντελεστή θερμικής διαστολής ενός υλικού με τη βοήθεια του συμβολόμετρου Michelson ή Fabry-Perot. Έχετε άλλες ιδέες για εφαρμογές;

§8. Βιβλιογραφία

1. Σ.Δ.Π. Βλασσόπουλου, Η.Κ. Κατσούφη, Γ. Τικτόπουλου και Τ.Α. Φίλιππα, Κυματική Κβαντική και Στατιστική Φυσική - Παραδείγματα και προβλήματα, ΕΜΠ, Αθήνα, 1980.
2. M.V. Klein, *Optics*, J. Wiley, N.Y., 1970.
3. E. Hecht, A. Zajac, *Optics*, Addison-Wesley, 1980.
4. Μηχανική, Τόμος 1 της σειράς Φυσική του Berkeley, ΕΜΠ, 1977.
5. C. Monk, *Light Principles and Measurement*, McGraw-Hill, 1937.
6. C.H. Palmer, *Optics Experiments and Demonstrations*, Baltimore: The Johns Hopkins Press, 1962.
7. Κυματική, Τόμος 3 της σειράς Φυσική του Berkeley, ΕΜΠ, 1979.

§9. Παράρτημα - Το πείραμα Michelson - Morley

Η διάταξη του πειράματος Michelson-Morley φαίνεται στο σχήμα 7. Πηγή φωτός Π παρέχει μια μονοχρωματική δέσμη μήκους κύματος λ . Η δέσμη δια-



Σχ.7 Διάταξη του πειράματος Michelson-Morley.

σπάται από ένα ημιδιαφανές κάτοπτρο A σε δύο δέσμες. Η πρώτη διαπερνά το A , διανύει την απόσταση ℓ μέχρι το κάτοπτρο M_1 , ανακλάται κι επιστρέφει στη διόπτρα Δ αφού ανακλαστεί στο A . Η δεύτερη ανακλάται στο A , διανύει την απόσταση ℓ , ανακλάται στο M_2 κι επιστρέφει μέσω του A στη διόπτρα Δ όπου και συμβάλλει με την πρώτη δέσμη. Αν τα δύο μήκη ℓ είναι ακριβώς ίσα, και αν οι χρόνοι διαδρομής αυτών (από το φως) είναι ίσοι, τότε οι δύο δέσμες συμβάλλουν με διαφορά φάσης 180° σύμφωνα με την §2.1, και το πεδίο της διόπτρας θα εμφανιστεί σκοτεινό. Γενικά, αν τα δύο μήκη διαδρομής δεν είναι ίσα, ή αν οι χρόνοι διαδρομής δεν είναι ίσοι ή και τα δύο, τότε οι δύο δέσμες φτάνουν στη διόπτρα με κάποια διαφορά φάσης. Το οπτικό αποτέλεσμα ισοδυναμεί με κάποιο φωτισμό του πεδίου της διόπτρας. Όπως είδαμε, πλήρης συσκοτισμός θα συμβεί αν η διαφορά φάσης των δύο δεσμών είναι 180° . Εστω τώρα ότι το ένα από τα δύο κάτοπτρα, π.χ. το M_1 , σχηματίζει μια γωνία με την προσπίπτουσα σ' αυτή δέσμη, ελάχιστα διαφορετική από 90° . Οι διάφορες ακτίνες της δέσμης αυτής διανύουν τότε διαφορετικές αποστάσεις με αποτέλεσμα να φτάνουν στη διόπτρα με ποικίλες φάσεις. Από τη συμβολή τους με τη δεύτερη δέσμη θα προκύψει σειρά φωτεινών και σκοτεινών κροσσών στο πεδίο της διόπτρας. Προφανώς μια ελάχιστη παράλληλη μετατόπιση του ενός κατόπτρου, ή μια οποιαδήποτε "καθυστερήση" στην άφιξη της μιας ή της άλλης δέσμης, θα διαταράξει την αλληλουχία των κροσσών, προκαλώντας μετατόπιση όλης της εικόνας προς τα αριστερά ή δεξιά του πεδίου. Αν λ.χ. το μήκος διαδρομής ℓ προς το κάτοπτρο M_2 ελαττωθεί κατά $\lambda/4$, τότε οι κροσσοί μετακινούνται κατά μισό βήμα, δηλαδή εκεί που ήταν φωτεινοί κροσσοί θα εμφανιστούν σκοτεινοί, και αντίστροφα. Το ίδιο θα συμβεί αν για οποιοδήποτε λόγο ο χρόνος δια-

δρομής προς το M_1 ελαττωθεί (ή αυξηθεί) κατά $T/4$, όπου T η περίοδος του φωτός ίση με $\lambda/c = 1/f$, και f η συχνότητά του.

Με απλή παρακολούθηση της θέσης και συμπεριφοράς των κροσσών στο πεδίο της διόπτρας ενός τέτοιου συστήματος, είναι δυνατό να καταγράψουμε εξαιρετικά μικρές μεταβολές χρόνων διαδρομής, ή μεταβολές μήκους. Η διάταξη αυτή καλείται **συμβολόμετρο του Michelson**, και επιτρέπει μέτρηση μηκών μέχρι 1% του μήκους κύματος ορατού φωτός δηλαδή περίπου 50 \AA . Παραλλαγές αυτού του συμβολόμετρου σήμερα, παρέχουν σημαντικά αυξημένες δυνατότητες.

Σχετικά με το πρόβλημα του αιθέρα ο Michelson έκανε την εξής σκέψη: Αν πράγματι υπάρχει αιθέρας, τότε η γη θα πρέπει να κινείται ως προς αυτόν, με ταχύτητα v μέτρου $3 \times 10^4 \text{ m/sec} = 10^{-4}c$, λόγω της περιφοράς της γύρω από τον ήλιο. Αν το συμβολόμετρο είναι προσανατολισμένο όπως δείχνει το σχήμα 7, οι χρόνοι διαδρομής T_1, T_2 των δύο δεσμών προς τα κάτοπτρα M_1 και M_2 αντίστοιχα, θα διαφέρουν κατά $T_{12} \equiv T_1 - T_2$. Στη διόπτρα τότε εμφανίζεται κάποια σειρά κροσσών. Εστω τώρα ότι περιστρέψουμε το συμβολόμετρο κατά 90° , οπότε τα M_1, M_2 ανταλλάσσουν θέση. Η νέα διαφορά χρόνων διαδρομής θα είναι $T_{21} = T_2 - T_1 = -T_{12}$. Άρα κατά την περιστροφή σημειώνοντας μια μεταβολή στις διαφορές χρόνων διαδρομής ίση με $\Delta T = T_{12} - T_{21} = 2T_{12}$. Αναγκαστικά τότε η εικόνα των κροσσών θα μεταβληθεί. Αν συμβεί να ισχύει $\Delta T = \lambda/c$ θα έχουμε μετακίνηση κάθε φωτεινού κροσσού στη θέση του επόμενου φωτεινού κροσσού κλπ. Γενικά, ο λόγος $c\Delta T/\lambda$ θα είναι ίσος με τον αριθμό τέτοιων μετακινήσεων. Επειδή το διάστημα ΔT μπορεί να υπολογιστεί (βλ. συνέχεια) είναι δυνατό να γνωρίζουμε εκ των προτέρων κατά πόσους κροσσούς θα μετακινηθεί η εικόνα στην περιστροφή του συμβολόμετρου κατά 90° . Αντίθετα, αν κατά την περιστροφή αυτή δεν παρατηρηθεί καμιά μετακίνηση κροσσών, αυτό θα σημαίνει ότι οι χρόνοι διαδρομής των δύο δεσμών δεν εξαρτώνται από την ταχύτητα της γης ως προς τον αιθέρα, κατά παράβαση του μετασχηματισμού του Γαλιλαίου. Αλλά αυτό θα βρίσκεται σε άμεση αντίθεση με την υπόθεση ότι υπάρχει αιθέρας.

Παρά τις επανειλημμένες τους προσπάθειες τόσο οι Michelson-Morley όσο και οι μεταγενέστεροί τους, δεν κατόρθωσαν να παρατηρήσουν καμιά

μετακίνηση κροσσών στην περιστροφή του συμβολόμετρου κατά 90° . Αυτό αποτέλεσε μια αναμφισβήτητη πειραματική απόδειξη ότι **αιθέρας δεν υπάρχει**.

Θα υπολογίσουμε τώρα το χρονικό διάστημα ΔT που ορίσαμε πιο πάνω. Υπενθυμίζεται ότι κατά τη νοοτροπία του πειράματος, οι μετασχηματισμοί Γαλιλαίου ισχύουν. Επομένως ο χρόνος T_1 της διαδρομής προς το M_1 με επιστροφή, κατά την άποψη του κινούμενου παρατηρητή O' της διόπτρας, είναι

$$T_1 = \frac{\ell}{c-V} + \frac{\ell}{c+V} = \frac{2\ell}{c} \left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)^{-1} \approx \frac{2\ell}{c} \left(1 + \frac{V^2}{c^2}\right),$$

όπου κάνουμε χρήση της σχέσης $(1-x)^{-1} \approx 1+x$ όταν $x \ll 1$.

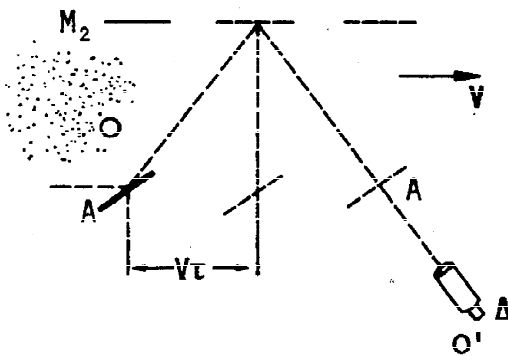
Για τον υπολογισμό του χρόνου διαδρομής T_2 προς το M_2 με επιστροφή ένας παρατηρητής O που είναι ακίνητος ως προς τον αιθέρα παρατηρεί ότι στο διάστημα τ της απλής διαδρομής μέχρι το M_2 , ολόκληρη η διάταξη (μαζί με το M_2) μετακινείται κατά $V\tau$ προς τα δεξιά, όπως φαίνεται στο σχήμα 8. Επομένως το πραγματικά διανυόμενο διάστημα δεν είναι ℓ αλλά $\sqrt{\ell^2 + (V\tau)^2}$. Ο χρόνος τ κατά τον O θα είναι τότε

$$\tau = \frac{\sqrt{\ell^2 + (V\tau)^2}}{c} \quad \text{και} \quad \tau = \frac{\ell}{c \sqrt{1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2}}$$

άρα

$$T_2 = 2\tau = \frac{2\ell}{c} \left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)^{-1/2} = \frac{2\ell}{c} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{V^2}{c^2}\right).$$

Η ίδια διάρκεια ισχύει για τον O' . Τελικά,



Σχ.8 Έτσι βλέπει την πορεία του φωτός προς το M_2 ο παρατηρητής O .

$$\Delta T = 2T_{12} = 2(T_1 - T_2) = \frac{2\ell}{c} \frac{V^2}{c^2}.$$

Η αναμενόμενη μετατόπιση σε αριθμό κροσσών θα είναι

$$N = \frac{c\Delta T}{\lambda} = \frac{2\ell}{\lambda} \frac{V^2}{c^2}.$$

Τυπικές τιμές για την αρχική διάταξη του Michelson ήταν, $\ell = 11\text{m}$, $\lambda = 5.6 \times 10^{-7}\text{m}$ (κίτρινο φως), και

$v^2/c^2 = 10^{-8}$. Με αντικατάσταση βρίσκουμε $N = 0.4$. Αν και η μετατόπιση αυτή είναι πολύ μικρή, η διακριτική ικανότητα του συμβολόμετρου ήταν αρκετά υψηλή ώστε να είναι δυνατή η επιβεβαίωσή της. Όπως ήδη αναφέραμε, καμιά απολύτως μετακίνηση κροσσών δεν παρατηρήθηκε.