

ΕΡΓΑΣΙΑ 3^η
(Παράδοση 13 - 3 - 2005)

Άσκηση 1 (Μονάδες 10)

Σώμα κινείται κατά μήκος του άξονα των x ακολουθώντας το νόμο $x=(16t - 6t^2)$ m.

- α) Βρείτε τη θέση του σώματος σε χρόνο $t = 1$ s.
- β) Πότε περνάει από την αρχή των αξόνων;
- γ) Υπολογίστε τη μέση ταχύτητά του το χρονικό διάστημα $0 \leq t \leq 2$ s.
- δ) Ποια είναι η στιγμιαία ταχύτητά του τη χρονική στιγμή $t = 0$ s.
- ε) Πότε μηδενίζεται η ταχύτητά του;
- στ) Πότε η επιτάχυνσή του είναι μηδέν;
- ζ) Σχεδιάστε ποιοτικά τις συναρτήσεις $x(t)$, $v(t)$ και $a(t)$.
- η) Πότε το σώμα επιταχύνεται και πότε επιβραδύνεται.

Άσκηση 2 (Μονάδες 10)

Δύο σωματίδια κινούνται στο πεδίο βαρύτητας. Τη χρονική στιγμή $t=0$ s τα σωματίδια βρίσκονταν στο ίδιο σημείο και είχαν ταχύτητες v_1 και v_2 οριζόντιες και με αντίθετες φορές. Να βρεθεί η απόσταση ανάμεσα στα σωματίδια τη χρονική στιγμή που τα ανύσματα των ταχυτήτων τους θα είναι κάθετα.

Άσκηση 3 (Μονάδες 10)

Σωματίδιο μάζας m κινείται υπό την επίδραση της δύναμης: $F_1 = at \hat{i}$, όπου a =σταθερά, και $t \geq 0$ και υποθέτουμε ότι ξεκινάει με μηδενική αρχική ταχύτητα από την αρχή των αξόνων. Τη στιγμή $t = t_A$ προστίθεται μια δύναμη F_2 έτσι ώστε η συνισταμένη δύναμη να έχει διεύθυνση σταθερού μέτρου πάνω στο μοναδιαίο διάνυσμα γ και μέτρο το μισό της F_1 την χρονική στιγμή t_A . Προσδιορίστε την F_2 , και βρείτε την 'θέση του σωματιδίου $r(t)$ για $t > t_A$.

Άσκηση 4A (Μονάδες 5)

Σωματίδιο αρχίζει να κινείται ευθύγραμμα και ομαλά. Όταν διανύσει απόσταση L αρχίζει να κινείται με επιβράδυνση a μέχρι να σταματήσει. Πόση πρέπει να είναι η αρχική ταχύτητα του σωματιδίου ώστε ο ολικός χρόνος κίνησης να είναι ελάχιστος.

Άσκηση 4B (Μονάδες 5)

Σωματίδιο περιστρέφεται γύρω από ακίνητο άξονα έτσι ώστε για τη γωνιακή ταχύτητά του να ισχύει $\omega = \omega_0 - k\varphi$ όπου φ η γωνία που έχει διαγράψει, ω_0 και k γνωστές σταθερές. Για $t=0$ έχουμε $\varphi=0$. Να υπολογισθούν η γωνία περιστροφής και η γωνιακή ταχύτητα σαν συναρτήσεις του χρόνου.

Άσκηση 5 (Μονάδες 10)

Από ακίνητο σύννεφο πέφτουν 2 σταγόνες μάζας m με διαφορά χρόνου τ . Πώς θα μεταβάλλεται η μεταξύ τους απόσταση σαν συνάρτηση του χρόνου αν α) ο, τριβές είναι αμελητέες και β) η δύναμη της τριβής είναι $F = -kv$ όπου v η ταχύτητα της σταγόνας, και k γνωστή σταθερά.

Άσκηση 6 (Μονάδες 10)

Ένα πυροβόλο στην ακτή βάλλει εναντίον πλοίου που έρχεται κατ' ευθείαν επάνω του με ταχύτητα $v_{\pi\lambda} = 40 \text{ km/h}$. Το βλήμα πετυχαίνει το πλοίο. Την στιγμή της βολής η απόσταση του πλοίου είναι $L = 1500 \text{ m}$. Η ταχύτητα κάννης του βλήματος είναι $v_{\beta\lambda} = 700 \text{ m/s}$. Αγνοούμε την αντίσταση του αέρος, (α) Ποια είναι η γωνία βολής, θ του πυροβόλου (να βρεθεί η σχέση); (β) Πόσο είναι το χρονικό διάστημα μεταξύ βολής και πρόσκρουσης (να βρεθεί η σχέση);

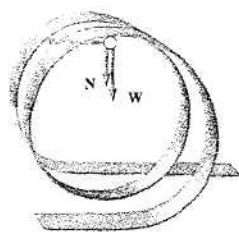
Άσκηση 7 (Μονάδες 10)

(α) Ένα σώμα ολισθαίνει με σταθερή ταχύτητα προς τα κάτω, πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης φ . Εάν μ_s και μ_k είναι οι συντελεστές στατικής και κινητικής τριβής αντίστοιχα, να υπολογιστεί η γωνία κλίσης του κεκλιμένου επιπέδου.

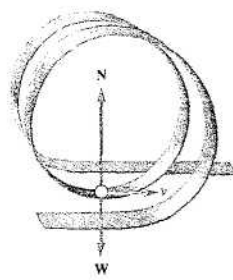
(β) Το ίδιο σώμα βάλλεται προς τα πάνω στο ίδιο κεκλιμένο επίπεδο με αρχική ταχύτητα v_0 . Πόσο διάστημα θα διατρέξει; Είναι δυνατή πάλι η κάθοδός του κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου; (γενικά ισχύει $\mu_s > \mu_k$)

Άσκηση 8A (Μονάδες 6)

Ο παίκτης του golf αρχίζει το παιχνίδι του κτυπώντας το μπαλάκι μάζας 0.046 kg το οποίο πρέπει να περάσει από την διπλή κυκλική κατακόρυφη τροχιά ακτίνας 0.6 m όπως φαίνεται στο σχήμα. Αγνοώντας τις δυνάμεις τριβής να καθοριστεί α) η δύναμη που ασκεί η επιφάνεια της τροχιάς στη μπάλα στο ανώτατο σημείο της πρώτης κυκλικής τροχιάς όπου η μπάλα κινείται με 3.00 m/s (Σχήμα (a)). β) Ποια είναι η ταχύτητα που πρέπει να έχει η μπάλα στο ανώτατο σημείο της δεύτερης κυκλικής τροχιάς έτσι ώστε να είναι απλώς σε επαφή. γ) Βρείτε τη δύναμη που ασκεί η επιφάνεια της τροχιάς στη μπάλα στο κατώτατο σημείο της πρώτης τροχιάς όπου η ταχύτητα της μπάλας είναι 5.50 m/s (Σχήμα (b)).



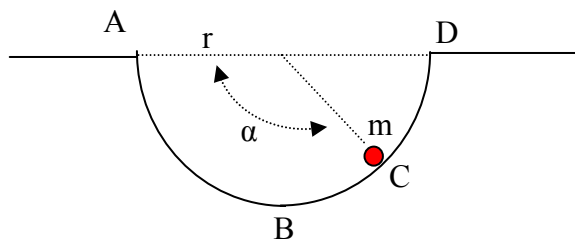
(a)



(b)

Άσκηση 8B (Μονάδες 4)

Μία μικρή μπάλα μάζας m , αρχικά στο A , ολισθαίνει στην λεία εσωτερική επιφάνεια μίας ημισφαιρικής επιφάνειας ABD . Όταν η μπάλα βρίσκεται στο σημείο C , δείξτε ότι η γωνιακή ταχύτητα και η δύναμη που ασκείται από την επιφάνεια είναι



$$\omega = \sqrt{2g \sin \alpha / r}$$

και

$$F = 3mg \sin \alpha$$

Άσκηση 9 (Μονάδες 10)

Παίκτης του μπάσκετ κέρδισε φάουλ και εκτελεί δύο ελεύθερες βολές. Το κέντρο του καλάθιού είναι σε οριζόντια απόσταση $4,21 \text{ m}$ από το σημείο εκτέλεσης του φάουλ και σε ύψος $3,05 \text{ m}$ από το δάπεδο. Στην πρώτη προσπάθεια ο παίκτης ρίχνει την μπάλα υπό γωνία 35° πάνω από την οριζόντια διεύθυνση και με ταχύτητα $u_0 = 4,88 \text{ m/s}$. Η μπάλα ρίχνεται από ύψος $1,83 \text{ m}$ πάνω από το δάπεδο. Αυτή η βολή αποτυγχάνει.

(α) Ποιο είναι το μέγιστο ύψος που φτάνει η μπάλα;

(β) Σε τι οριζόντια απόσταση στο πάτωμα από το σημείο ελεύθερης βολής κτυπά η μπάλα το πάτωμα;

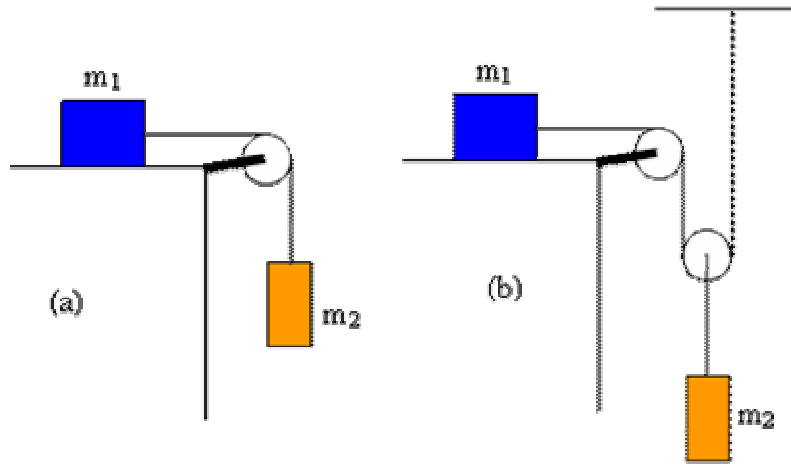
Για την δεύτερη βολή η μπάλα περνά από το κέντρο του καλάθιού. Σε αυτή την βολή ο παίκτης ρίχνει την μπάλα πάλι υπό γωνία 35° και από ύψος $1,83 \text{ m}$ από το δάπεδο.

(γ) Τι αρχική ταχύτητα έδωσε ο παίκτης στην μπάλα στην δεύτερη προσπάθεια;

(δ) Για την δεύτερη προσπάθεια ποιο είναι το μέγιστο ύψος που έφτασε η μπάλα; Σ' αυτό το σημείο πόσο μακριά βρίσκεται η μπάλα από το καλάθι κατά την οριζόντια διεύθυνση;

Άσκηση 10A (Μονάδες 5)

Υπολογίστε την επιτάχυνση των σωμάτων m_1 και m_2 και την τάση των σχοινιών στις περιπτώσεις (a) και (b). Οι τροχαλίες είναι αβαρείς και λείες και τα σώματα ολισθαίνουν χωρίς τριβή. Ποια διαμόρφωση μπορεί να επιταχύνει το m_1 γρηγορότερα απ' ότι στην ελεύθερη πτώση;



Άσκηση 10B (Μονάδες 5)

Αποδείξτε ότι οι επιταχύνσεις των τριών σωμάτων δίνονται από τις σχέσεις

$$a_1 = 4m_2m_3P$$

$$a_2 = -(m_1m_3 - m_1m_2 - 4m_2m_3)P$$

$$a_3 = (m_1m_3 - m_1m_2 + 4m_2m_3)P$$

$$\text{όπου } P = g / (m_1m_2 + m_1m_3 + 4m_2m_3)$$

Οι τροχαλίες είναι αβαρείς και λείες και τα σώματα ολισθαίνουν χωρίς τριβή.

