

## 4<sup>η</sup> ΕΡΓΑΣΙΑ ΦΥΕ 14

**Παράδοση 14-04-08**

**( Οι ασκήσεις είναι βαθμολογικά ισοδύναμες)**

### ΑΣΚΗΣΗ 1

**A)** Πάνω σε σωματίο εξασκείται μια δύναμη  $F=(2xy)\mathbf{i} + x^2\mathbf{j}$ . Βρείτε το έργο που παράγει η δύναμη, όταν το σωματίο μετατοπίζεται από το σημείο (0,0) στο σημείο (2,4)

α) πάνω στην ευθεία  $y=2x$  που περνάει από τα δύο σημεία

β) πάνω στην παραβολή  $y=x^2$ .

Είναι η δύναμη διατηρητική; Εξηγήστε. (όλες οι μονάδες είναι στο Διεθνές Σύστημα).

**B)** Τρία σωματία κινούνται κάτω από την επίδραση πεδίου δυνάμεων που περιγράφονται από τις κατωτέρω συναρτήσεις δυναμικής ενέργειας:

α)  $U(x,y)=3x^3y - 7x$

β)  $U(x,y,z)=cxyz$

γ)  $U(x,y,z)=ax^2+bxy+cz$

όπου  $a, b, c$  είναι σταθερές. Εκφράστε τη αντίστοιχη δύναμη που επενεργεί σε κάθε σωματίο.

### ΑΣΚΗΣΗ 2

**A)** Λεπτή ράβδος μήκους  $L$  βρίσκεται κατά μήκος του άξονα των θετικών  $x$  και η αρχή των αξόνων είναι στο αριστερό άκρο της ράβδου. Η ράβδος έχει μεταβαλλόμενη γραμμική πυκνότητα  $dm/dx=kx^2$ , όπου  $k$  θετική σταθερά, καθώς κινούμαστε από το αριστερό άκρο της προς το δεξί.

α) Να βρεθούν οι μονάδες του  $k$  στο Διεθνές Σύστημα.

β) Υπολογίστε την μάζα της ράβδου συναρτήσει των  $k$  και  $L$ .

γ) Υπολογίστε την θέση του κέντρου μάζας της ράβδου συναρτήσει του  $L$ .

Υπόδειξη: Για ένα στερεό σώμα, το οποίο δεν μπορεί να παρασταθεί από πεπερασμένο αριθμό σημειακών μαζών, το άθροισμα που ορίζει την θέση του κέντρου μάζας  $x_{cm}$  αντικαθίσταται από ένα ολοκλήρωμα:

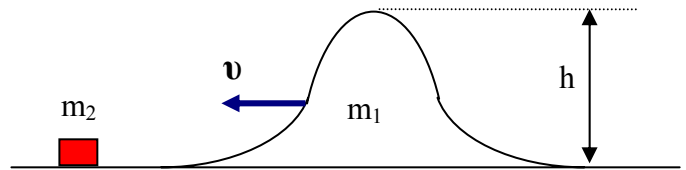
$$x_{cm} = \int x dm / M$$

όπου  $x$  η συντεταγμένη του απειροστού στοιχείου του σώματος που έχει μάζα  $dm$  και  $M$  η μάζα του στερεού σώματος. Αντίστοιχες εκφράσεις ισχύουν για τις  $y_{cm}$  και  $z_{cm}$  συνιστώσες του κέντρου μάζας.

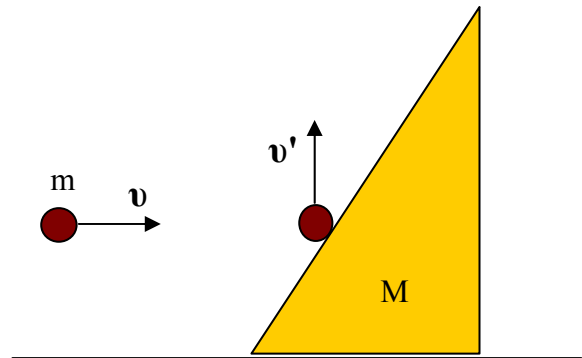
**B)** Δύο αντικείμενα ίσων μαζών  $m$  και ίδιου μέτρου ταχύτητας  $v$  κινούνται στο επίπεδο και συγκρούονται με πλαστική κρούση. Αν το συσσωμάτωμα των δύο αντικειμένων έχει ταχύτητα μέτρου  $v/3$ , να βρεθεί η γωνία που σχημάτιζαν οι αρχικές διευθύνσεις των δύο σωμάτων πριν την κρούση.

### ΑΣΚΗΣΗ 3

**A)** Σε λεία οριζόντια επιφάνεια κινείται σώμα μάζας  $m_1$  που έχει σχήμα λοφίσκου ύψους  $h$  με λείες πλαγιές. Πόση πρέπει να είναι η ελάχιστη ταχύτητα του  $m_1$ , ώστε σώμα  $m_2$  που βρίσκεται ακίνητο στο δρόμο του να ανέβει μέχρι την κορυφή και να περάσει από την άλλη πλευρά του;



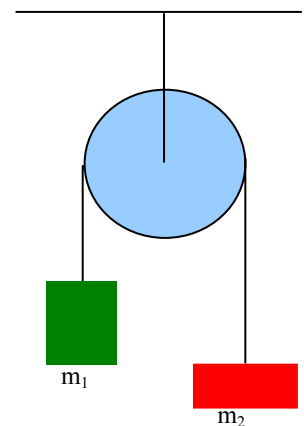
**B)** Σφαιρίδιο μάζας  $m$  κινείται με οριζόντια ταχύτητα  $v$ . Αφού συγκρουσθεί ελαστικά με πρίσμα μάζας  $M$ , που μπορεί να ολισθαίνει χωρίς τριβές σε οριζόντιο επίπεδο, αναπηδά κατακόρυφα. Υπολογίστε το ύψος στο οποίο θα φθάσει το σφαιρίδιο.



### ΑΣΚΗΣΗ 4

**A)** Θεωρείστε σύστημα δύο σωμάτων  $m_1$  και  $m_2$  με ταχύτητες  $v_1$  και  $v_2$ . (i) Βρείτε πώς η συνολική ορμή του συστήματος σχετίζεται με την ταχύτητα του ΚΜ (στο σύστημα αναφοράς του εργαστηρίου,  $L$ ). (ii) Αποδείξτε ότι η συνολική ορμή του συστήματος ως προς το ΚΜ είναι μηδέν. (iii) Βρείτε την σχέση μεταξύ της κινητικής ενέργειας του συστήματος στο σύστημα του εργαστηρίου και στο σύστημα του ΚΜ.

**B)** Δύο μάζες  $m_1$  και  $m_2$  συνδεδεμένες με λεπτό αβαρές μη εκτατό νήμα κρέμονται από τροχαλία αμελητέας μάζας. Αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο. Υπολογίστε την επιτάχυνση και την ταχύτητα του ΚΜ του συστήματος.



### ΑΣΚΗΣΗ 5

Σε κύβο μάζας  $m=2\text{kg}$  που ακουμπά στο άκρο ενός οριζόντιου ελατηρίου αμελητέας μάζας ασκείται δύναμη που προκαλεί συμπίεση του ελατηρίου κατά  $0.15\text{ m}$ . Στη συνέχεια το σύστημα αφήνεται ελεύθερο και ο κύβος κινείται κατά  $0.6\text{ m}$  πάνω σε οριζόντιο τραπέζι πριν σταματήσει. Η σταθερά του ελατηρίου είναι  $200\text{ N/m}$ .

- Ποιος είναι ο συντελεστής κινητικής τριβής  $\mu_k$  μεταξύ κύβου και τραπέζιου;
- Ποια η ταχύτητα του σώματος όταν το ελατήριο αποκτά το αρχικό του μήκος;
- Ποια η μεταβολή του αθροίσματος της κινητικής ενέργειας  $K$  και της δυναμικής ενέργειας  $U$  κατά τη διάρκεια της διαδικασίας;

## ΑΣΚΗΣΗ 6

**A)** Δορυφόρος μάζας  $m$  μεταβαίνει από μια κυκλική τροχιά ακτίνας  $3R$  σε μια άλλη  $4R$  (όπου  $R$ : η ακτίνα της Γης). Υπολογίστε α) το έργο που παράγεται β) Συσχετίστε το έργο αυτό με τις μεταβολές της κινητικής και δυναμικής ενέργειας.

**B)** Ένας πύραυλος έχει αρχική μάζα  $m_0$  και ανεβαίνει κατακόρυφα στο πεδίο βαρύτητας της γης. Αν τα καύσιμα εκτοξεύονται με σταθερό ρυθμό  $\eta$  kg/s και με ταχύτητα  $u'$ , ως προς τον πύραυλο υπολογίστε την ταχύτητα του πυραύλου σε συνάρτηση με το χρόνο. Θεωρήστε ότι το πεδίο βαρύτητας είναι ομογενές και ότι η αρχική ταχύτητα του πυραύλου είναι μηδέν.

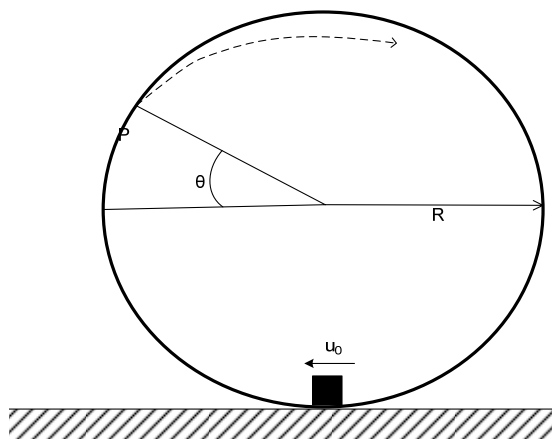
## ΑΣΚΗΣΗ 7

Σώμα μάζας  $m$  κινείται προς τα πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα, υπό την επίδραση δύναμης  $F$  που είναι παράλληλη στο κεκλιμένο επίπεδο. Δείξτε ότι εάν το έργο  $W$  που παράγει η δύναμη είναι μεγαλύτερο του διπλάσιου της μεταβολής της δυναμικής ενέργειας τότε αν πάψει να εφαρμόζεται η  $F$  το σώμα δεν θα κινηθεί προς τα κάτω στο κεκλιμένο επίπεδο.

## ΑΣΚΗΣΗ 8

Σώμα μάζας  $m$  κινείται σε κατακόρυφο κύκλο ακτίνας  $R$  πάνω σε ένα δακτύλιο ο οποίος ακουμπά στο έδαφος όπως στο σχήμα. Τριβή δεν υπάρχει. Όταν το σώμα  $m$  βρίσκεται στο κατώτατο σημείο του δακτυλίου η ταχύτητά του είναι  $u_0$ .

- Ποια είναι η ελάχιστη τιμή  $u_m$  της  $u_0$  για την οποία η  $m$  θα διαγράψει πλήρως τον κύκλο χωρίς να χάσει την επαφή της με το δακτύλιο;
- υποθέστε ότι η  $u_0$  είναι  $0.775u_m$ . Το σωματίο θα κινηθεί πάνω στο δακτύλιο μέχρι ένα ορισμένο σημείο  $P$ , στο οποίο θα χάσει την επαφή του με το δακτύλιο και θα κινηθεί σε μια τροχιά την οποία δείχνει πρόχειρα η διακεκομμένη γραμμή. Βρείτε τη γωνιακή θέση  $\theta$  του σημείου  $P$ .
- Ποιο είναι το μέγιστο ύψος από το έδαφος που θα φτάσει το σώμα;
- Ποια είναι η ταχύτητα του σώματος (διάνυσμα) όταν αυτό θα προσκρούσει στο έδαφος ;
- Σε πόση απόσταση από το σημείο επαφής του δακτυλίου με το έδαφος θα πέσει το σώμα;



## ΑΣΚΗΣΗ 9

Το μέτρο της ελκτικής δύναμης μεταξύ του θετικά φορτισμένου πυρήνα και του αρνητικά φορτισμένου ηλεκτρονίου στο άτομο του υδρογόνου, στα πλαίσια του μοντέλου του Bohr, δίνεται από την

$$F=ke^2/r^2,$$

Όπου  $e$  είναι το φορτίο του ηλεκτρονίου,  $k$  μια σταθερά και  $r$  η απόσταση μεταξύ ηλεκτρονίου και πυρήνα. Υποθέστε ότι ο πυρήνας είναι ακίνητος. α) Υπολογίστε την δυναμική ενέργεια του ατόμου ως συνάρτηση του  $r$ , θεωρώντας ότι είναι μηδέν για  $r$  που τείνει στο άπειρο. β) Υπολογίστε την κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου που αρχικά κινείται σε κύκλο ακτίνας  $R_1$ . γ) Το ηλεκτρόνιο μεταβαίνει ξαφνικά σε μια κυκλική τροχιά μικρότερης ακτίνας  $R_2$ . Να βρεθεί η μεταβολή της δυναμικής και κινητικής ενέργειας, καθώς και η ελάττωση της ολικής ενέργειας του ατόμου σ' αυτή τη διαδικασία. (Η ενέργεια αυτή αποδίδεται με τη μορφή ακτινοβολίας).

## ΑΣΚΗΣΗ 10

Η συνάρτηση δυναμικής ενέργειας μεταξύ δύο ατόμων σε ορισμένα διατομικά μόρια μπορεί να εκφραστεί ως εξής:  $U(x) = -a/x + b/x^2$ , όπου  $a$  και  $b$  είναι θετικές σταθερές και  $x$  η απόσταση μεταξύ των ατόμων. α) Για ποιες τιμές του  $x$  η  $U(x)$  γίνεται μηδέν; β) Σχεδιάστε την  $U(x)$ . γ) Βρείτε τη μεταξύ των ατόμων δύναμη και το πρόσημο της δύναμης σε κατάλληλα διαστήματα της μεταβλητής  $x$ . δ) Να βρεθεί η θέση ισορροπίας και το είδος της ισορροπίας. ε) Υποθέτοντας ότι το ένα από τα άτομα παραμένει ακίνητο στη θέση  $x=0$ , δείξτε ότι για μικρά πλάτη ταλάντωσης  $\Delta x$  του δευτέρου ατόμου περί τη θέση ισορροπίας, η δύναμη είναι ανάλογη του  $(-\Delta x)$ , οπότε έχουμε συνθήκη απλής αρμονικής κίνησης.