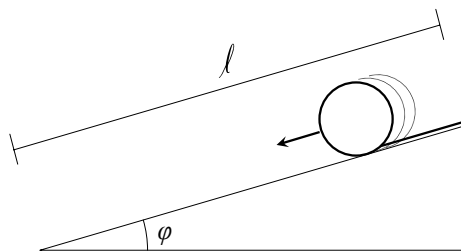


**ΦΥΕ14 - 5<sup>η</sup> Εργασία**  
**Παράδοση 11.05.2009**

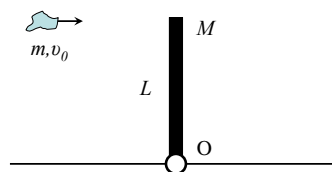
**Πρόβλημα 0.1** Συμπαγής ομογενής κύλινδρος μάζας  $M$  τυλιγμένος με λεπτό νήμα αφήνεται να κυλίσει από την κορυφή κεκλιμένου επιπέδου μήκους  $l$  και γωνίας  $\phi$  (βλέπε σχήμα). Το ένα άκρο του νήματος είναι στερεωμένο. Πόσο χρόνο θα κάνει ο κύλινδρος να φτάσει στη βάση και με ποια ταχύτητα θα είναι εκεί;



**Πρόβλημα 0.2** Σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας  $\phi$  αφήνονται ταυτόχρονα να ολισθήσει ένα παραλληλεπίπεδο και να κυλίσει ένα λεπτό δακτυλίδι. Ποιος πρέπει να είναι ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ κεκλιμένου επιπέδου και σωμάτων, ώστε αυτά να κινούνται έτσι ώστε να μην προσπερνά το ένα το άλλο; Ποια θα είναι η ταχύτητά τους στη βάση, αν αφεθούν από ύψος  $h$ ;

**Πρόβλημα 0.3** Μια ομογενής ράβδος μάζας  $m$  και μήκους  $l$  μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά σε απόσταση  $a$  από το κέντρο μάζας της. Τι είδους κίνηση κάνει αν απομακρυνθεί κατά μικρή γωνία από τη θέση ισορροπίας και ποια είναι η περίοδος; Βρείτε την απόσταση  $a$  για την οποία η περίοδος γίνεται ελάχιστη και πόση είναι η περίοδος στη θέση αυτή. Υπολογίστε τη ροπή αδρανείας της ράβδου ως προς το κέντρο μάζας της.

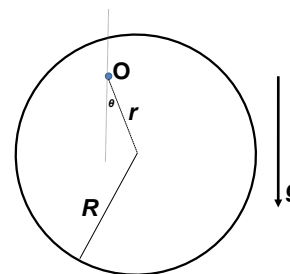
**Πρόβλημα 0.4** Μια ομογενής ράβδος μάζας  $M$  και μήκους  $L$  που είναι στερεωμένη με άρθρωση σε οριζόντιο άξονα  $O$ , είναι στην κατακόρυφη θέση και σε κατάσταση ασταθούς ισορροπίας, όπως φαίνεται στο σχήμα. Πλαστελίνη μάζας  $m$  που κινείται οριζόντια με ταχύτητα  $v_0$  κολλάει στο άκρο της ράβδου η οποία πέφτει. Υπολογίστε την ταχύτητα του Κ.Μ. του συστήματος τη στιγμή που χτυπά το δάπεδο. Τριβές δεν υπάρχουν. Για τη ράβδο, η ροπή αδρανείας είναι  $I_{CM} = ML^2/12$ .



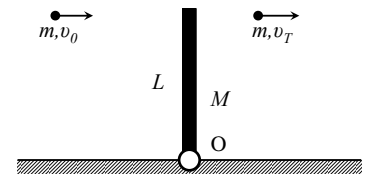
**Πρόβλημα 0.5** Ομογενής ράβδος μήκους  $l$  και μάζας  $M$  τοποθετείται σε λεία οριζόντια επιφάνεια. Μικρό σώμα μάζας  $m$ , κινούμενο με ταχύτητα  $v_0$  και κάθετο στη ράβδο χτυπάει ελαστικά στην άκρη της ράβδου. Να βρεθεί η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου μετά το χτύπημα. Να υποθέσετε ότι το μικρό σώμα δεν αποκλίνει από την αρχική του πορεία μετά την ελαστική κρούση με τη ράβδο.

**Πρόβλημα 0.6** Μη ομογενής ράβδος μήκους  $L$  μπορεί να ταλαντώνεται γύρω από οριζόντιο άξονα, ο οποίος είναι κάθετος στο άκρο της  $O$ . Αν η ράβδος έχει γραμμική πυκνότητα  $\rho(x) = kx$ , όπου  $k$  σταθερά και  $x$  η απόσταση από το άκρο  $O$ , βρείτε την εξίσωση της κίνησης και την περίοδο της ταλάντωσης για μικρές γωνίες ταλάντωσης όπου μπορείτε να χρησιμοποιήσετε την προσέγγιση  $\sin \theta \approx \theta$ .

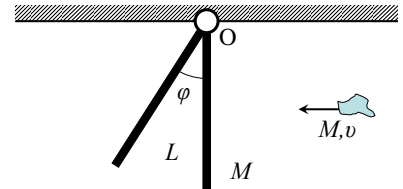
**Πρόβλημα 0.7** Κυκλικός δίσκος ακτίνας  $R$  ταλαντώνεται γύρω από άξονα κάθετο στο δίσκο (στο σημείο  $O$ ) που περνά σε απόσταση  $r$  από το κέντρο του δίσκου, όπως φαίνεται στο σχήμα. Ποια είναι η εξίσωση της κίνησης και η περίοδος ταλάντωσης για μικρές γωνίες ταλάντωσης όπου μπορείτε να χρησιμοποιήσετε την προσέγγιση  $\sin \theta \approx \theta$ . Για ποια τιμή της απόστασης  $r$  ο δίσκος θα έχει τη μικρότερη περίοδο;



**Πρόβλημα 0.8** Μια ομογενής ράβδος μάζας  $M$  και μήκους  $L$  που είναι στερεωμένη με άρθρωση σε οριζόντιο άξονα  $O$ , βρίσκεται στην κατακόρυφη θέση και σε κατάσταση ασταθούς ισορροπίας, όπως φαίνεται στο σχήμα. Σφαίρα μάζας  $m$  κινείται με ταχύτητα  $v_0$  και τρυπάει τη ράβδο ακαριαία στο άνω άκρο της (χωρίς να μεταβάλλει την κατανομή μάζας) και συνεχίζει την πορεία της με οριζόντια ταχύτητα  $v_T$ , ενώ η ράβδος πέφτει. Υπολογίστε την ταχύτητα του Κ.Μ. της ράβδου τη στιγμή που χτυπά το δάπεδο. Τριβές δεν υπάρχουν. Για τη ράβδο, η ροπή αδρανείας είναι  $I_{CM} = ML^2/12$



**Πρόβλημα 0.9** Μια ομογενής ράβδος μήκους  $L$  κρέμεται κατακόρυφα στερεωμένη σε άρθρωση (βλ. σχήμα). Ένα κομμάτι πλαστελίνης ίδιας μάζας με τη ράβδο κινείται οριζόντια με ταχύτητα  $v$ , χτυπά τη ράβδο στο κέντρο της και κολλάει σε αυτήν. Κατά ποια γωνία θα αποκλίνει η ράβδος;



**Πρόβλημα 0.10**

A) Σωματίδιο μάζας  $m$  κινείται με την επίδραση της δύναμης που έχει δυναμική ενέργεια

$$U = \frac{1}{2} m \omega^2 r^2.$$

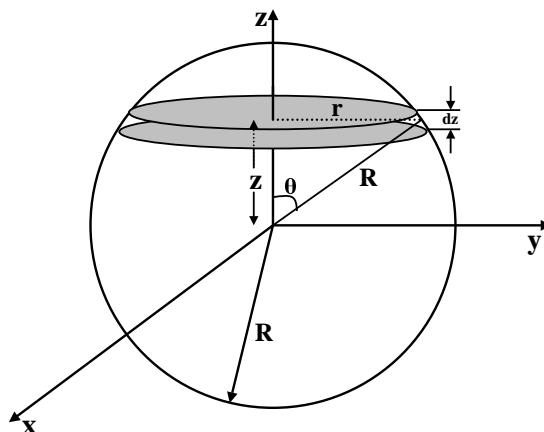
Να δείξετε ότι η κίνηση λαμβάνει χώρα σ' ένα επίπεδο το οποίο καθορίζεται με βάσει τις αρχικές συνθήκες του προβλήματος. Αν κατά τη χρονική στιγμή  $t = 0$  το σωματίδιο εκτοξεύεται με ταχύτητα  $v_0$  κάθετη προς το διάνυσμα θέσης  $\mathbf{r}_0$ , να δείξετε ότι τούτο διαγράφει κάποια τροχιά που η πολική του ακτίνα κυμαίνεται μεταξύ των τιμών  $r_0$  και  $v_0/\omega$ :

$$r_0 \leq r \leq \frac{v_0}{\omega}.$$

B) Να αποδειχθεί ότι η ροπή αδρανείας συμπαγούς σφαίρας ως προς ένα διαμετρικό άξονα είναι

$$I = \frac{2}{5} MR^2.$$

(Η απόδειξη γίνεται εύκολα, αν θεωρήσουμε ότι η σφαίρα αποτελείται από ένα σύνολο κυκλικών δίσκων απειροστού πάχους  $dz$ , προσαρμοσμένους μέσα στη σφαιρική επιφάνεια όπως φαίνεται στο σχήμα.)



Σχήμα 1