

ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΑΝΟΙΚΤΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ

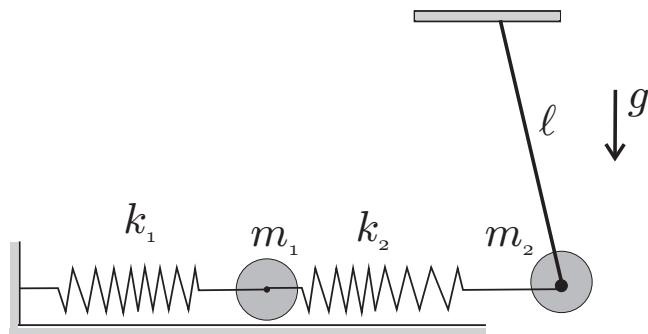
ΦΥΕ 34 2008-09

1^η ΕΡΓΑΣΙΑ

Προθεσμία παράδοσης 11/11/08

Άσκηση 1

Δύο μάζες $m_1 = m$ και $m_2 = 2m$ συνδέονται με δύο ιδανικά ελατήρια σταθερών $k_1 = 2k$ και $k_2 = k$ όπως στο σχήμα και κινούνται χωρίς τριβές σε οριζόντιο τραπέζι. Η μάζα m_2 συνδέεται επίσης με αβαρή μπάρα όπως στο σχήμα και σχηματίζει εκκρεμές το οποίο κινείται στο επίπεδο του χαρτιού επίσης χωρίς τριβές.



Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι g και δίνεται ότι $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{2g}{5l}}$ και το φυσικό

μήκος των ελατηρίων είναι επίσης l . Στη θέση ισορροπίας το εκκρεμές είναι κάθετο στο τραπέζι και τα ελατήρια βρίσκονται στο φυσικό τους μήκος. Για μικρές ταλαντώσεις του εκκρεμούς

A) να βρεθούν οι διαφορικές εξισώσεις κίνησης του συστήματος.

B) να βρεθούν οι κυκλικές συχνότητες των κανονικών τρόπων ταλάντωσης του συστήματος

Γ) να βρεθούν οι λόγοι των πλατών ταλάντωσης του συστήματος για κάθε έναν από τους κανονικούς τρόπους ταλάντωσης.

Άσκηση 2

Διερευνήστε ποιες από τις παρακάτω εκφράσεις αντιστοιχούν σε διαδιδόμενα κύματα και υπολογίστε τις ταχύτητες φάσης. Τα a, b, c είναι θετικές σταθερές

(i) $y(z, t) = (az - bt)^2$ (ii) $y(z, t) = (az + bt + c)^2$

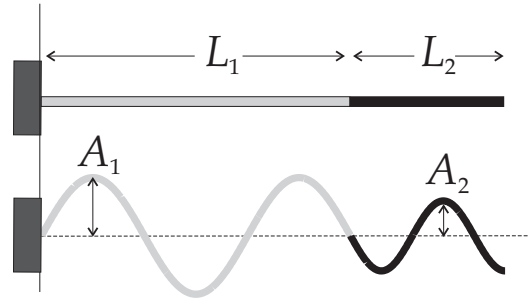
(iii) $y(z, t) = 1/(az^2 + b)$ (iv) $y(z, t) = A \sin(az^2 - bt^2)$

Άσκηση 3

Ένα παιδί απομακρύνεται από έναν τοίχο με ταχύτητα 1.0m/s και σε κατεύθυνση κάθετη προς τον τοίχο σφυρίζοντας συνεχώς με μια σφυρίχτρα. Το παιδί κινείται προς ακίνητο παρατηρητή ο οποίος ακούει 4 διακροτήματα το δευτερόλεπτο. Υποθέτοντας ότι το πλάτος των ηχητικών κυμάτων μπορεί να θεωρηθεί κατά προσέγγιση αναλλοίωτο, ποια είναι η συχνότητα της σφυρίχτρας; (Θεωρήστε ταχύτητα ήχου στον αέρα $v = 340\text{m/s}$)

Άσκηση 4

Ελαστική ράβδος μήκους L και συντελεστή διάτμησης G αποτελείται από ένα τμήμα μήκους $L_1 = 2L/3$ και πυκνότητας ρ_1 , και ένα άλλο μήκους $L_2 = L/3$ και πυκνότητας ρ_2 . Η ράβδος στερεώνεται μόνο στο ένα άκρο και θεωρούμε μόνο εγκάρσιες μετατοπίσεις. Δίνεται ότι η ράβδος βρίσκεται σε κανονικό τρόπο ταλάντωσης στιγμιότυπο του οποίου τη χρονική στιγμή $t = 0$ φαίνεται στο σχήμα.



A) Να γραφεί το χωρικό μέρος του στάσιμου κύματος για τα δύο τμήματα της ράβδου για $t = 0$.

B) Να προσδιοριστούν οι λόγοι A_2 / A_1 και ρ_2 / ρ_1 .

Άσκηση 5

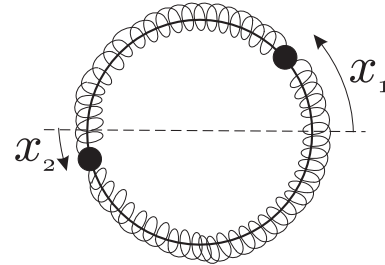
Δύο ιδανικά ελατήρια ίδιας σταθεράς k τοποθετούνται σε κύκλο και συνδέονται με δύο δακτυλίδια μάζας $m_1 = m$ και $m_2 = 2m$.

Θεωρώντας ότι στη θέση ισορροπίας τα ελατήρια βρίσκονται στο φυσικό τους μήκος

A) να βρεθούν οι γωνιακές συχνότητες και

B) οι λόγοι των πλατών των κανονικών τρόπων ταλάντωσης του συστήματος

Γ) Σχολιάστε τυχόν ειδικές τιμές των γωνιακών συχνοτήτων.



Άσκηση 6

Δύο κύματα παρομοίου μήκους κύματος λ , και $\lambda + \delta\lambda$, όπου $\delta\lambda \ll \lambda$, συμβάλλουν σε μέσον που δεν παρουσιάζει διασπορά.

A) Να βρεθούν οι συχνότητές τους και ναδειχθεί ότι μεταξύ δύο κόμβων της περιβάλλουσας εμπεριέχονται $\sim \lambda/\delta\lambda$ μήκη κύματος.

B) Ναδειχθεί ότι η ταχύτητα ομάδας $v_g = v - \lambda dv/d\lambda$, και να βρεθεί η ταχύτητα ομάδας.

Άσκηση 7

Υποθέστε ότι ο ακουστικός πόρος είναι ηχητικός σωλήνας κατά τον x άξονα, με ανοικτά άκρα, όπου στο ένα άκρο, το τύμπανο ταλαντώνεται εγκάρσιως (καθέτως προς τον x άξονα) με πλάτος $\xi = \xi_0 \cos(\omega t)$. Για μια θέση x κοντά στο τύμπανο:

A) Ποια η εξίσωση κίνησης στήλης αέρα για την (i) μετατόπιση, (ii) πίεση, (iii) πυκνότητα. Τί διαφορά φάσεως έχουν μεταξύ τους;

Δίδεται η πυκνότητα $\rho_0 = 1.29 \text{ kg/m}^3$, και η ταχύτητα ήχου $v = 345 \text{ m/s}$.

B) Για συχνότητα $f = 400 \text{ Hz}$, ποιο το πλάτος μετατοπίσεως ξ_0 του τυμπάνου στο κατώφλι ακουστότητας (10 dB) και στο κατώφλι πόνου (122 dB), όπως φαίνεται στο Σχ. 18.23 του βιβλίου; Σχολιάστε τις δύο τιμές.

Άσκηση 8

Τετραγωνική μεμβράνη πλευράς a και επιφανειακής πυκνότητας ρ , πακτώνεται σε όλα τα άκρα που ορίζονται από τις ευθείες $x=0$, $y=0$, $x=a$, $y=a$. Η μεμβράνη τίθεται σε ταλάντωση έτσι ώστε τα σημεία τα οποία βρίσκονται στην ευθεία $y=a/2$ να παραμένουν σταθερά.

A) Να δειχθεί ότι τα δυνατά μήκη αναπτυσσομένου στάσιμου κύματος δίδονται από τη σχέση $\lambda = 2a/\sqrt{n_x^2 + n_y^2}$, όπου n_x , n_y κατάλληλοι ακέραιοι, και

B) βρεθεί το μέγιστο δυνατό μήκος στάσιμου κύματος.

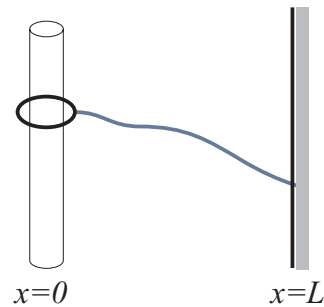
Γ) Πόση πρέπει να είναι η τάση της μεμβράνης T , ούτως ώστε ο θεμελιώδης κανονικός τρόπος ταλάντωσης να παράγει ήχο συχνότητας f .

Άσκηση 9

Με κατάλληλη διέγερση μπορούμε να έχουμε ταυτόχρονα εγκάρσια και διαμήκη κύματα σε μια μεταλλική ράβδο μεγάλου μήκους. Θεωρήστε μια μεταλλική ράβδο μήκους $L = 200\text{cm}$ με ακτίνα 0.200cm και μάζα 50.9g . Το μέτρο ελαστικότητας του Young για το υλικό είναι $6.80 \times 10^{10} \text{N/m}^2$. Ποια πρέπει να είναι η τάση της ράβδου έτσι ώστε ο λόγος της ταχύτητας των διαμηκών προς την ταχύτητα των εγκάρσιων κυμάτων να είναι 0.850 ;

Άσκηση 10

Μια ιδανική χορδή γραμμικής πυκνότητας μ τείνεται με τάση T , έχει σταθερό το άκρο $x=L$ ενώ το άκρο στο $x=0$ είναι ελεύθερο να ολισθαίνει χωρίς τριβή κατά μήκος του στυλίσκου (βλέπε Σχήμα). Χωρίς να μεταβάλλετε τις συντεταγμένες των άκρων, βρείτε τις συχνότητες και τα πλάτη των κανονικών τρόπων ταλάντωσης.



ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

- 1) Αν το μήκος του σωλήνα του ακουστικού πόρου είναι $2-3 \text{ cm}$, γιατί η μεγαλύτερη ευαισθησία του ανθρωπίνου αυτιού είναι στα $\sim 3000-4000 \text{ Hz}$, όπως φαίνεται στο Σχ. 18.23 του βιβλίου (ακούει, αλλά και πονάει, σε πολύ μικρότερες εντάσεις απ' ότι στις άλλες συχνότητες);
- 2) Όταν μια πηγή ήχου πλησιάζει ακίνητο παρατηρητή κινούμενη με ταχύτητα v ως προς τον αέρα αυτός ακούει συχνότητα f . Βρείτε τη συχνότητα που θα ακούει ο παρατηρητής όταν αυτός και η πηγή κινούνται με ταχύτητα $v/2$ ως προς τον αέρα πλησιάζοντας ο ένας τον άλλον και σχολιάστε το αποτέλεσμα. Θεωρήστε την ταχύτητα του ήχου v_s γνωστή.
- 3) Μια δυνατή συναυλία ρόκ προκαλεί σπάσιμο τζαμιών μέχρι απόσταση $r = 100\text{m}$ από το σημείο στο οποίο γίνεται. Ένα παραλληλόγραμμο τζάμι με διαστάσεις $l_x = 3\text{m}$ και $l_y = 5\text{m}$ διεγείρεται λόγω του οπτικού κύματος,

ταλαντώνεται στην θεμελιώδη συχνότητα και σπάει όταν το πλάτος ταλάντωσης του ξεπεράσει το 1 cm. Να υπολογισθεί η πίεση του ηχητικού κύματος στην πηγή. Δίδονται για τον αέρα η πυκνότητα $\rho \cong 1.2 \text{ Kg/m}^3$ και η ταχύτητα διάδοσης $v = 340 \text{ m/s}$ ενώ για το τζάμι η τάση ανα μονάδα μήκους $f = 10^7 \text{ Nt/m}$ και η μάζα ανά επιφάνεια 10 Kg/m^2 . Υπόδειξη: Να γραφεί η στάσιμη λύση για την θεμελιώδη συχνότητα ταλάντωσης και να υπολογισθεί η ενέργειά της. Η ταχύτητα του ήχου στο τζάμι είναι $c^2 = f/\sigma$ ενώ η συχνότητα ταλάντωσης βρίσκεται από την σχέση διασποράς $\omega_{1,1} = ck_{1,1}$ (οι δείκτες αναφέρονται στους τρόπους ταλάντωσης στις δύο διευθύνσεις του τζαμιού αντίστοιχα).

- 4) Θεωρούμε ότι ένα άτομο μπορεί να αντέξει οριακά πόνο προκαλούμενο από ήχο έντασης $100 I_0$ σε συχνότητα 440 Hz αλλά δεν αντέχει πόνο $200 I_0$ στην ίδια συχνότητα. Υποθέτουμε ότι ομοίως αντέχει πόνο έντασης $100 I_0$ στην συχνότητα 512 Hz αλλά όχι ένταση $200 I_0$. Τί γίνεται αν και οι δυο νότες ηχήσουν ταυτόχρονα κάθε μια ένταση $100 I_0$; Μπορεί να αντέξει την συνολική ένταση των $200 I_0$; ($I_0 = 10^{-2} \text{ W/m}^2$).
- 5) Δυο κύματα $\eta_1 = A \cos(kx - \omega t)$ και $\eta_2 = \frac{1}{2} A \cos(kx + \omega t)$ ταξιδεύουν μαζί σε μια χορδή. Να γίνει γραφική παράσταση του συνισταμένου κύματος σε διαφορετικές χρονικές στιγμές.
Υπόδειξη: Να γράψετε τα κύματα σε μιγαδική μορφή και να κάνετε διανυσματική άθροιση σε διαφορετικές θέσεις της χορδής.