

# ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΑΝΟΙΚΤΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ

ΦΥΕ 34 2009-10

2<sup>η</sup> ΕΡΓΑΣΙΑ

Προθεσμία παράδοσης 22/12/09

## Άσκηση 1

Το ηλεκτρικό πεδίο ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος, το οποίο διαδίδεται στο κενό, δίνεται στο σύστημα SI από τον τύπο

$$\vec{E} = (-4\hat{x} + \sqrt{20}\hat{y}) \times 10^4 \left( \frac{\text{V}}{\text{m}} \right) \times \sin \left[ \frac{\pi}{3} (\sqrt{5}x + 2y) \times 10^7 - 9.42 \times 10^{15} t \right]$$

Να υπολογιστούν

- A) Το μέτρο του πλάτους του ηλεκτρικού πεδίου
- B) Η διεύθυνση διάδοσης του ΗΜ κύματος
- Γ) Το μήκος κύματος και η συχνότητα
- Δ) Το μαγνητικό πεδίο
- Ε) Το διάνυσμα του Poynting

## Άσκηση 2

Δίνεται το ηλεκτρικό και μαγνητικό πεδίο

$$\vec{E} = 2E_0 \sin(kz - \omega t) \cos(kz - \omega t) \hat{x} + E_0 \sin\left(2kz - 2\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \hat{y}$$

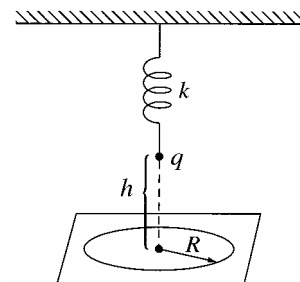
$$\vec{B} = \frac{E_0}{c} \sin\left(2kz - 2\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \hat{x} - \frac{E_0}{c} \cos\left(2kz - 2\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \hat{y}$$

όπου  $\omega = ck$  και  $E_0$ ,  $k$  σταθερές.

- (A) Ναδειχτεί ότι επαληθεύουν τις εξισώσεις Maxwell και άρα αντιστοιχούν σε Η/Μ κύμα το οποίο διαδίδεται στο κενό.
- (B) Ποια είναι η συχνότητα και ποιο το μήκος κύματος;
- (Γ) Να βρεθεί η κατάσταση πόλωσης του Η/Μ κύματος και τα χαρακτηριστικά της (επίπεδο πόλωσης για γραμμική πόλωση, δεξιόστροφη ή αριστερόστροφη φορά για κυκλική πόλωση, κ.ο.κ.)

## Άσκηση 3

Σωμάτιο μάζας  $m$  και φορτίου  $q$  είναι συνδεδεμένο με ελατήριο σταθεράς  $k$ , και κρέμεται από το ταβάνι (βλέπε σχήμα). Η θέση ισορροπίας του σώματος βρίσκεται σε απόσταση  $h$  από το πάτωμα. Το σωμάτιο έλκεται προς τα κάτω σε απόσταση  $d$  από το σημείο ισορροπίας του και αφήνεται την χρονική  $t=0$ . Υποθέτουμε ότι  $d \ll \lambda \ll h$ , όπου  $\lambda$  το μήκος κύματος της ακτινοβολίας που εκπέμπεται από το επιταχυνόμενο σωμάτιο.



A) Υπολογίστε την ένταση της ακτινοβολίας (δηλαδή την μέση ισχύ ανά μονάδα επιφανείας του πατώματος) που προσπίπτει στο πάτωμα σε συνάρτηση της απόστασης R από το σημείο που βρίσκεται ακριβώς κάτω από το σωματίο. Για ποια απόσταση R η ένταση της ακτινοβολίας είναι μέγιστη;

B) Υποθέστε ότι το πάτωμα εκτείνεται ως το άπειρο και, χρησιμοποιώντας το αποτέλεσμα του ερωτήματος (A), υπολογίστε την μέση ενέργεια ανά μονάδα χρόνου που προσπίπτει σε ολόκληρο το πάτωμα. Ελέγξτε αν το αποτέλεσμα που βρήκατε είναι σε συμφωνία με την ολική μέση ακτινοβολούμενη ενέργεια από επιταχυνόμενο φορτίο.

Γ) Υπολογίστε το πλάτος της ταλάντωσης του σωματίου σαν συνάρτηση του χρόνου.

$$(\Theta \text{ σας χρειαστεί το ολοκλήρωμα } \int_0^{\infty} \frac{x^3}{(1+x^2)^{5/2}} dx = \frac{2}{3})$$

#### Άσκηση 4

Θεωρείστε το ταλαντούμενο (με συχνότητα  $\omega$ ) ηλεκτρικό δίπολο, διπολικής ροπής  $\Pi_0$ , του Σχήματος 19-8 του βιβλίου των Alonso και Finn.

A) Υπολογίστε την ακτινοβολούμενη σε έναν κώνο ο οποίος ορίζεται από τις γωνίες  $-x/2 < \varphi < +x/2$ ,  $\pi/2 - x/2 < \theta < \pi/2 + x/2$  συναρτήσει της στερεάς γωνίας  $x$ .

B) Χρησιμοποιώντας γραφική μέθοδο, προσδιορίστε την τιμή της γωνίας  $x$  για την οποία στον κώνο εκπέμπεται το 30% της ολικής εκπεμπόμενης ισχύος.

#### Άσκηση 5

Ο δείκτης διάθλασης ενός αερίου μεταβάλλεται με το μήκος κύματος σύμφωνα με την εξίσωση του Cauchy  $n = A + B/\lambda^2$ , όπου A και B είναι σταθερές. Βρείτε την ταχύτητα ομάδας των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων στο αέριο συναρτήσει των  $A, B, \lambda$  και  $c$ .

#### Άσκηση 6

Ο ζεστός αέρας κοντά στο καυτό έδαφος, λόγω μεταβλητού δείκτη διαθλάσεως, ανακλά το φως του γαλανού ουρανού, ούτως ώστε, από μακριά, το έδαφος να μοιάζει βρεγμένο. Υποθέτοντας ότι κάθε οριζόντιο στρώμα αέρος κοντά στο έδαφος έχει τον δικό του δείκτη διαθλάσεως, και ότι η τροχιά δέσμης, που περνάει από το μάτι παρατηρητή ( $x_1 = 200m, y_1 = 2m$ ) και από το τοπικό ελάχιστο στο σημείο ανακλάσεως ( $x_0 = 0, y_0 = 0.2m$ ), είναι υπερβολή,  $y = \sqrt{ax^2 + b^2}$ , βρείτε πώς πρέπει να μεταβάλλεται ο δείκτης διαθλάσεως συναρτήσει του ύψους  $y$ , και εξετάστε αν ισχύει η υπόθεση. Θεωρείστε ότι σε ύψος  $2m$  ο δείκτης διαθλάσεως είναι 1.0002926.

#### Άσκηση 7

Γραμμικά πολωμένη δέσμη φωτός έντασης  $I_0$  προσπίπτει από τον αέρα  $n_1 = 1$  σε γυάλινη επίπεδη πλάκα δείκτη διάθλασης  $n_2$  υπό γωνία  $\varphi = 55^\circ$ . Η διαθλώμενη δέσμη εξέρχεται από το κάτω μέρος της πλάκας με ένταση  $I_0$ .

(A) Ποια είναι η διεύθυνση πόλωσης της αρχικής δέσμης και γιατί;

(B) Ποιος ο δείκτης διάθλασης της γυάλινης πλάκας,  $n_2$ ;

(Γ) Αν στην κάτω επιφάνεια του γυαλιού τοποθετηθεί επαπτομενικά επίπεδη πλάκα άλλου υλικού δείκτη διάθλασης  $n_3 = 2.417$ , πόση θα είναι η ένταση της εξερχόμενης στον αέρα δέσμης από την κάτω πλευρά της δεύτερης πλάκας;

### Άσκηση 8

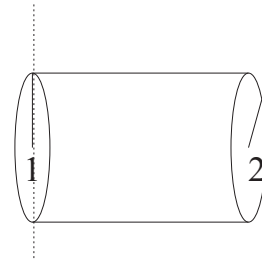
Η ESA θέλει να κατασκευάσει ένα ελαφρύ διαστημικό σκάφος με φωτονικό πανί το οποίο θα ταξιδεύει από την γή στην σελήνη μόνο με την χρήση της ηλιακής ακτινοβολίας. Το σκάφος έχει μάζα  $m=100\text{kg}$  και επιφάνεια πανιού  $A=10\text{m}^2$  ενώ η τιμή της ηλιακής σταθεράς στην περιοχή του ταξιδιού είναι περίπου όση και στην γη, δηλ.  $I=1.4\text{kW/m}^2$ . Η απόσταση γης-σελήνης είναι  $R=3.8 \times 10^8 \text{ m}$ .

A) Αν αγνοηθεί πλήρως η βαρυτική αλληλεπίδραση να υπολογισθεί η επιτάχυνση του σκάφους, ο χρόνος του ταξιδιού καθώς και η ταχύτητά του στην σελήνη. Το πανί είναι πάντα κάθετο στις ακτίνες του ήλιου.

B) Πώς αλλάζουν τα παραπάνω νούμερα αν το πανί έχει μονίμως κλίση  $\theta=45^\circ$  ως προς τις (παράλληλες) ακτίνες του ήλιου;

### Άσκηση 9

Δύο πολωτικά πλακίδια στερεώνονται όπως στο Σχήμα στις βάσεις ενός κυλίνδρου έτσι ώστε οι άξονές τους να σχηματίζουν γωνία  $45^\circ$ .



A) Ο κύλινδρος τοποθετείται έτσι ώστε ο άξονας του πολωτή της πλευράς 1 (διακεκομμένη στο Σχήμα) να συμπίπτει με την κατακόρυφο. Αν στον πρώτο πολωτή πέσει φυσικό φως έντασης  $I_0$  ποια η ένταση του εξερχόμενου φωτός;

B) Χωρίς να μετακινήσουμε την πηγή του ερωτήματος (A) περιστρέφουμε τον κύλινδρο (ως προς άξονα που περνάει από τα κέντρα των δύο πολωτών) έτσι ώστε ο άξονας του πολωτή της πλευράς 1 να σχηματίζει γωνία  $\theta$  με την κατακόρυφο. Ποια η ένταση του εξερχόμενου φωτός;

Γ) Ο κύλινδρος και η πηγή τοποθετούνται όπως στο ερώτημα (A). Αν εισάγουμε ανάμεσα από την πηγή και τον κύλινδρο έναν πολωτή παρατηρούμε ότι η εξερχόμενη ένταση είναι  $I_0/20$ . Ποια η γωνία ανάμεσα στον άξονα του νέου πολωτή και την κατακόρυφο;

### Άσκηση 10

Για προσπίπτον φως  $590\text{nm}$  να υπολογιστεί το ελάχιστο πάχος που θα πρέπει να έχει ένα πλακίδιο καθυστέρησης φάσεως από χαλαζία για να είναι πλακίδιο  $\lambda/4$ .

### ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

1) Γιατί ακτίνα φωτός που διαδίδεται σε ανομοιογενές μέσον κάμπτεται με τα κοίλα προς διευθύνσεις που ο δείκτης διαθλάσεως αυξάνει;

2) Ένας φοιτητής πειραματίζεται με έναν παραλληλεπίπεδο κρύσταλλο ασβεστίτη ρίχνοντας κάθετα στην μία επιφάνειά του (AB) μια μη πολωμένη δέσμη φωτός. Η παρατήρηση δείχνει ότι από την απέναντι παράλληλη επιφάνεια (ΓΔ) εξέρχεται μόνο μια δέσμη στην ίδια διεύθυνση με την προσπίπτουσα. Στη συνέχεια του πειράματος, ο κρύσταλλος κόβεται έτσι ώστε να πάρει τη μορφή πρίσματος από την πλευρά ΓΔ ενώ η πρόσπτωση γίνεται ακριβώς με τον ίδιο τρόπο από την πλευρά AB. Αν ο φοιτητής

παρατηρεί πάλι μία μόνο εξερχόμενη δέσμη από την πλευρά ΓΔ, τι συμπεραίνει για την διεύθυνση του οπτικού άξονα του κρυστάλλου;

**3)** Το φως κάνει περίπου 8 λεπτά για να φτάσει από τον Ήλιο στην επιφάνεια της Γης. Πόσο καθυστερεί εξαιτίας της παρουσίας της ατμόσφαιρας ;

**4)** Μια ηλιόλουστη ημέρα ένα ιστιοπλοϊκό σκάφος πλησιάζει σε μια ξέρα (ύφαλο). Τι πρέπει να κάνει ο καπετάνιος για να δει τον ύφαλο πιο καλά:

(α) Να φορά σκούρα γυαλιά ηλίου που είναι πολωτικά (τύπου Polaroid).

(β) Να φορά σκούρα γυαλιά ηλίου που δεν είναι πολωτικά.

(γ) Να μη φορά σκούρα γυαλιά ηλίου.

Γιατί;

**5)** Γιατί έχουμε ολική εσωτερική ανάκλαση μόνο όταν το φως διαδίδεται από πυκνότερο σε αραιότερο υλικό και όχι όταν διαδίδεται από αραιότερο σε πυκνότερο;