

ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΑΝΟΙΚΤΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ

ΦΥΕ 34 2010-11

4^η ΕΡΓΑΣΙΑ

Προθεσμία παράδοσης 15/3/11

Άσκηση 1

Δύο διαστημόπλοια X, Y κινούνται παράλληλα το ένα ως προς το άλλο στην κατεύθυνση x και με σχετική ταχύτητα $v=0.9c$. Καθώς το X προσπερνά το Y, ο πιλότος του Y τον χρονομετρά και βρίσκει ότι χρειάζεται $250ns$ για να περάσει (από την θέση του πιλότου) ενώ ο πιλότος του X μετρά το μήκος του Y και το βρίσκει ίσο προς το μισό του δικού του. Να βρεθούν

- A) το ιδιομήκος του διαστημοπλοίου X και
B) το ιδιομήκος του διαστημοπλοίου Y.

Άσκηση 2

Ο πιλότος στην θέση O διαστημοπλοίου A ιδιομήκους L που κινείται προς τα δεξιά με ταχύτητα v ως προς την Γή, μετρά ότι ο χρόνος που παρέρχεται μέχρις ότου ένα πανόμοιο διαστημόπλοιο B, που τον προσπερνά, διέλθει πλήρως από τη θέση O, είναι T. Πόσα δευτερόλεπτα ανά ημέρα «χάνουν» τα ρολόγια των A και B σε σχέση με τα ρολόγια στη Γη;

Άσκηση 3

Ένα διαστημόπλοιο (σύστημα Σ') κινείται με σταθερή ταχύτητα $v=0.866c$ ως προς την Γη (σύστημα Σ). Η κίνησή του γίνεται παράλληλα προς τον άξονα x ενώ για $t=t'=0$ ισχύει $x=x'=0$.

(α) Ο πιλότος του διαστημοπλοίου παρατηρεί ένα γεγονός A την χρονική στιγμή $t'=30\mu s$ στο σημείο $x'=1Km$. Πότε και που συμβαίνει το γεγονός αυτό στο σύστημα αναφοράς της Γης;

(β) Οι κάτοικοι της Γής παρατηρούν ένα διαφορετικό γεγονός B την χρονική στιγμή $t=10\mu s$ στην θέση $x=2Km$. Πότε και που συμβαίνει το γεγονός αυτό στο σύστημα του διαστημοπλοίου.

(γ) Να διερευνηθεί αν υπάρχει αδρανειακό σύστημα αναφοράς που τα δύο γεγονότα A και B είναι ταυτόχρονα και να βρεθεί η ταχύτητά του.

(δ) Να διερευνηθεί αν υπάρχει αδρανειακό σύστημα αναφοράς που τα δύο γεγονότα A και B συμβαίνουν στο ίδιο σημείο του χώρου και να βρεθεί η ταχύτητά του.

(ε) Να διερευνηθεί αν τα δύο γεγονότα A και B μπορούν να συνδεθούν αιτιατά με οποιαδήποτε διαδικασία, π.χ στέλλοντας ένα σήμα από το ένα στο άλλο.

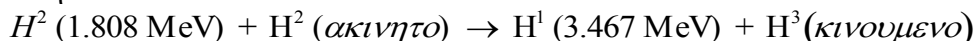
Άσκηση 4

Δύο ασταθή σωματίδια α και β κινούνται στο ΣΑ του εργαστηρίου στην ίδια διεύθυνση ($\alpha\beta$) και φορά με σταθερή κοινή ταχύτητα μέτρου $v=0.990c$ και απέχουν 120m. Αν, στο ΣΑ στο οποίο τα δύο σωματίδια ισορροπούν, αυτά διασπαστούν ταυτόχρονα,

- A) ποια η διαφορά χρόνου ανάμεσα στις δύο διασπάσεις στο ΣΑ του εργαστηρίου;
 B) Βρείτε ποιο σωματίδιο διασπάται πρώτα και επιβεβαιώστε το χρησιμοποιώντας ένα χωροχρονικό διάγραμμα.

Άσκηση 5

Είναι γνωστό πειραματικά ότι κατά τον βομβαρδισμό ακίνητων πυρήνων Δευτερίου (H^2) από ταχέως κινούμενους πυρήνες Δευτερίου κινητικής ενέργειας 1.808 MeV παράγεται ταχέως κινούμενο Τρίτιο (H^3) και ένα κινούμενο πρωτόνιο (H^1). Το πρωτόνιο έχει κινητική ενέργεια 3.467 MeV και διαδίδεται σε κατεύθυνση κάθετη στην διεύθυνση του προσπίπτοντος πυρήνα Δευτερίου. Η αντίδραση είναι η ακόλουθη:



A) Να γραφούν οι εξισώσεις διατήρησης ενέργειας και ορμής στους τρεις άξονες για την παραπάνω αντίδραση.

B) Να χρησιμοποιηθούν οι εξισώσεις διατήρησης και να βρεθεί η έκφραση της μάζας του τριτίου σαν συνάρτηση των μαζών του πρωτονίου και Δευτερίου και των γνωστών κινητικών ενεργειών.

G) Να υπολογισθεί η μάζα ηρεμίας του Τριτίου σε ακρίβεια τριών δεκαδικών ψηφίων σε u δεδομένης της μάζας του πρωτονίου $m_1 = 1.0078252u$ δευτερίου $m_2 = 2.0141019u$, όπου u είναι η ατομική μονάδα μάζας ($u = 1.660538 \times 10^{-27} \text{ Kg} = 931.4940 \text{ MeV}/c^2$).

Υπόδειξη: Η ποσότητα $m^2 c^4 = E^2 - (cp)^2$ είναι αναλλοίωτη.

Άσκηση 6

Σωματίδιο μάζας ηρεμίας m και κινητικής ενέργειας T προσκρούει σε ακίνητο σωματίδιο ίδιας μάζας ηρεμίας. Αν από την κρούση παράγεται ένα συσσωμάτωμα βρείτε τη μάζα ηρεμίας και την ταχύτητά του.

Άσκηση 7

Ένα διαστημικό περιπολικό Π που κινείται ευθύγραμμα και απομακρύνεται με ταχύτητα $v_{\Pi} = 0.8c$ από τη Γή παρατηρεί ένα ταχύτερα κινούμενο διαστημόπλοιο Δ να προπορεύεται. Για να μετρήσει την ταχύτητα του Δ, το Π στέλνει ένα σφαιρικό ηλεκτρομαγνητικό κύμα συχνότητας $f = 3 \times 10^{14} \text{ Hz}$ το οποίο ανακλάται στο Δ και επανέρχεται στο Π με συχνότητα $f' = 0.2 \times 10^{14} \text{ Hz}$.

A) Ποιά είναι η ταχύτητα του Δ ως προς το Π;

B) Ποιές είναι οι συχνότητες των κυμάτων που ανιχνεύονται στην Γή;

Άσκηση 8

Βαγόني Σ' ιδιομήκους $2L'$ κινείται προς τα δεξιά ως προς το έδαφος με ταχύτητα V . Στο μέσον αυτού, Ο' (αρχή των αξόνων του Σ'), υπάρχουν δύο όμοια πιστόλια που σημαδεύουν το ένα προς τα δεξιά και το άλλο προς τα αριστερά. Τη στιγμή που το Ο' περνά από την αρχή των αξόνων του εδάφους, Ο, τα πιστόλια εκπυροκροτούν (ταυτοχρόνως), εκπέμποντας από μια πλήρως ελαστική σφαίρα ταχύτητος $v' > V$, και από μία λάμψη το καθένα προς την κατεύθυνση που σημαδεύει. Τα φώτα των λάμψεων, ομοίως και οι σφαίρες, ανακλώνται στα άκρα του βαγονιού και επιστρέφουν στο μέσον Ο'. Να σχεδιασθούν σε χωροχρονικό διάγραμμα οι κοσμικές γραμμές των φώτων και των σφαιρών και να γραφούν οι εξισώσεις αυτών, καθώς και των άκρων και του μέσου του βαγονιού:

Άσκηση 9

Ένα φορτισμένο σωματίδιο φορτίου q και μάζας m αποκτάει ταχύτητα \vec{v} κάτω από τη δράση ενός ηλεκτρικού πεδίου \vec{E} και ενός μαγνητικού πεδίου \vec{B} . Δείξτε ότι η επιτάχυνση \vec{a} του φορτίου μπορεί να γραφτεί στη μορφή

$$\vec{a} = \frac{s}{\gamma} \left[(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) - \frac{\vec{v}}{c^2} (\vec{E} \cdot \vec{v}) \right]$$

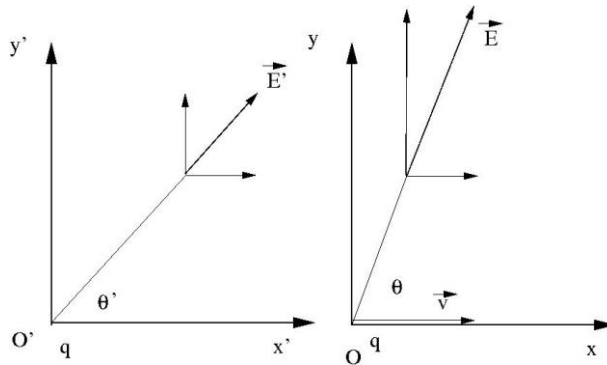
όπου s μια σταθερά η οποία εξαρτάται από τη μάζα και το φορτίο.

Άσκηση 10

Φορτίο Q κινείται με σταθερή ταχύτητα $v = v\hat{x}$ ως προς αδρανειακό σύστημα αναφοράς O έτσι ώστε να ισχύουν οι μετασχηματισμοί Lorentz (1.14) των Serway-Moses-Moyer μεταξύ του O και του συστήματος αναφοράς O' όπου το Q είναι ακίνητο. Το φορτίο βρίσκεται στη θέση $(x', y', z') = (0, 0, 0)$ όταν $t' = 0$. Τα σημεία O και O' είναι οι αρχές των αξόνων των αντίστοιχων συστημάτων αναφοράς. Δείξτε ότι τη χρονική στιγμή $t = 0$ το ηλεκτρικό πεδίο σε ένα σημείο $P(x, y, z)$ στο O έχει την ακτινική διεύθυνση αλλά εξαρτάται από τη γωνία θ που σχηματίζει η \vec{v} με το διάνυσμα \vec{OP} και ότι το μέτρο του δίνεται από τη σχέση

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{1 - \beta^2}{(1 - \beta^2 \sin^2 \theta)^{3/2}}, \quad \beta = v/c.$$

Υπόδειξη: Χρησιμοποιείτε τις σχέσεις μετασχηματισμού του ηλεκτρικού πεδίου (5.11)-(5.13) του Περσίδη για να μετασχηματίσετε το πεδίο ακίνητου φορτίου Coulomb στο O' πίσω στο O σύμφωνα με το παρακάτω σχήμα. Χωρίς βλάβη της γενικότητας (αξονική συμμετρία ως προς άξονα x) θεωρήστε το σημείο P πάνω στο επίπεδο xy .



ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

- 1) Θεωρώντας κίνηση κατά τη διεύθυνση ενός άξονα συντεταγμένων της επιλογής σας, δείξτε ότι η ποσότητα $\vec{E}^2 - c^2 \vec{B}^2$ είναι αναλλοίωτη.
- 2) Δύο διαστημόπλοια πλησιάζουν τη Γη κινούμενα στην ίδια διεύθυνση με ταχύτητες ίσων μέτρων όπως μετράται από τους παρατηρητές στη Γη. Αν η σχετική τους ταχύτητα είναι $0.7c$ να βρεθεί η ταχύτητα του κάθε διαστημοπλοίου.
- 3) Μια ράβδος μήκους L και μάζας M φορτίζεται ομοιόμορφα με φορτίο Q και επιταχύνεται σε μεγάλες ταχύτητες παράλληλα προς το μήκος της. Πώς μεταβάλλεται η πυκνότητα μάζας και η πυκνότητα φορτίου;

4) Ξεκινώντας από τον ορισμό του τετρανύσματος της ταχύτητας $u^\mu = \frac{dx^\mu}{d\tau}$ όπου $x^\mu = (ct, \vec{r})$ το τετράνυσμα της θέσης και $d\tau = dt/\gamma$ δείξτε ότι το μέτρο του τετρανύσματος της ταχύτητας είναι αναλλοίωτο.

5) Να υπολογισθεί η ακτίνα που θα είχε (Α) η Γή (Β) ο Ήλιος, (Γ) το Ηλιακό σύστημα και (Δ) ο Γαλαξίας αν ήταν μαύρες τρύπες.