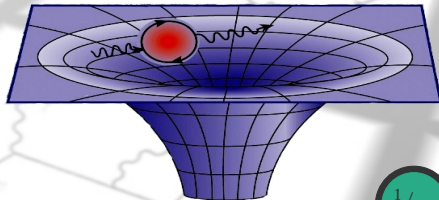


Φαινόμενο Διπλή

Διμήτρης Μάγγος



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
September 26, 2012

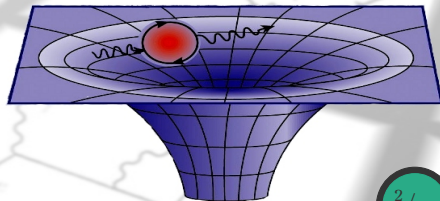


Outline

Σχετικότητα
Ειδική & Γενική Θεωρία

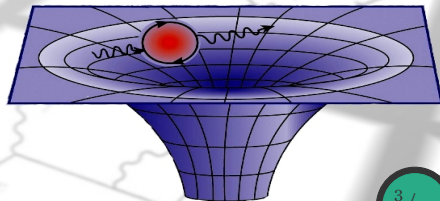
Κβαντική Θεωρία Πεδίου
Πεδία Στον Χωρόχρονο

Φαινόμενο Λιπτιν
Εκπομπή Σωματιδίων



Σχετικότητα

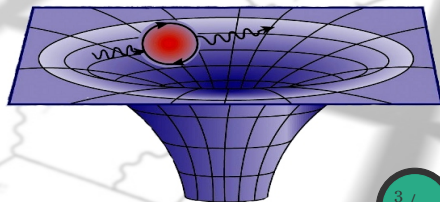
Ειδική & Γενική Θεωρία



Σχετικότητα

Ειδική & Γενική Θεωρία

Σύντομη αναφορά στην ειδική θεωρία της σχετικότητας

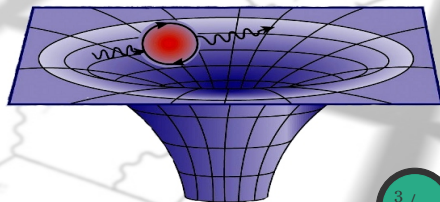


Σχετικότητα

Ειδική & Γενική Θεωρία

Σύντομη αναφορά στην ειδική θεωρία της σχετικότητας

 Χωρόχρονος Minkowski



Σχετικότητα

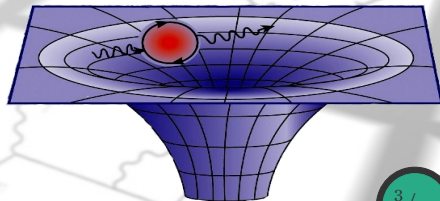
Ειδική & Γενική Θεωρία

Σύντομη αναφορά στην ειδική θεωρία της σχετικότητας

✎ Χωρόχρονος **Minkowski**

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2$$

$$\eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



Σχετικότητα

Ειδική & Γενική Θεωρία

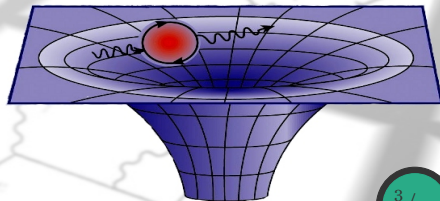
Σύντομη αναφορά στην ειδική θεωρία της σχετικότητας

✎ Χωρόχρονος Minkowski

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2$$

$$\eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

✎ Μετασχηματισμοί Lorentz



Σχετικότητα

Ειδική & Γενική Θεωρία

Σύντομη αναφορά στην ειδική θεωρία της σχετικότητας

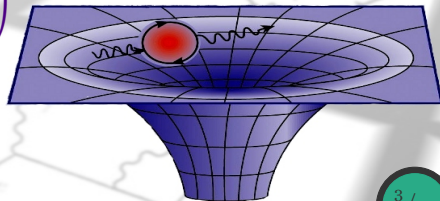
✎ Χωρόχρονος Minkowski

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2$$

$$\eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

✎ Μετασχηματισμοί Lorentz

$$\begin{pmatrix} t' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma\frac{\beta}{c} & 0 & 0 \\ -\gamma c\beta & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$



Σχετικότητα

Ειδική & Γενική Θεωρία

Σύντομη αναφορά στην ειδική θεωρία της σχετικότητας

✎ Χωρόχρονος Minkowski

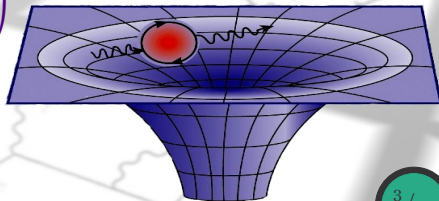
$$ds^2 = -c^2 dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2$$

$$\eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

✎ Μετασχηματισμοί Lorentz

$$\begin{pmatrix} t' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma\frac{\beta}{c} & 0 & 0 \\ -\gamma c\beta & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

✎ Κώνος Φωτός



Σχετικότητα

Ειδική & Γενική Θεωρία

Σύντομη αναφορά στην ειδική θεωρία της σχετικότητας

✎ Χωρόχρονος Minkowski

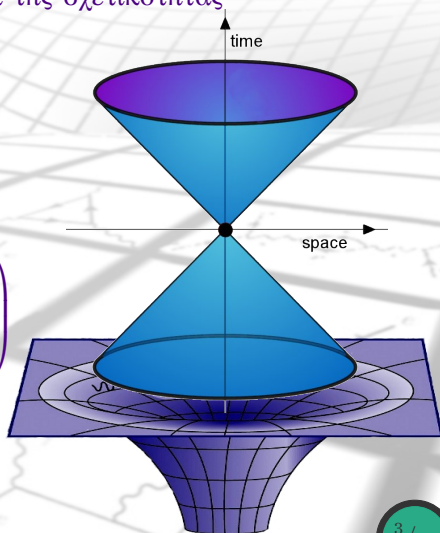
$$ds^2 = -c^2 dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2$$

$$\eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

✎ Μετασχηματισμοί Lorentz

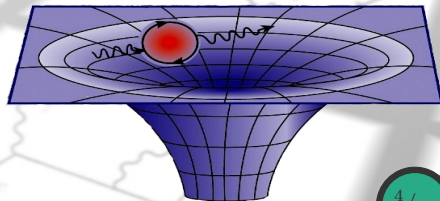
$$\begin{pmatrix} t' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma\frac{\beta}{c} & 0 & 0 \\ -\gamma c\beta & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

✎ Κώνος Φωτός



Γενική Θεωρία της Σχετικότητας

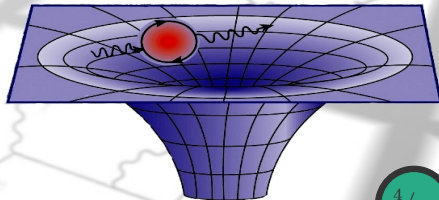
Εξισώσεις Newton & EinStein για το Βαρυτικό Πεδίο



Γενική Θεωρία της Σχετικότητας

Εξισώσεις Newton & EinStein για το Βαρυτικό Πεδίο

Κατ'αναλογία με το ηλεκτρικό πεδίο έχουμε ότι και ότι η εξίσωση του βαρυτικού πεδίου περιγράφεται από την εξίσωση Newton.



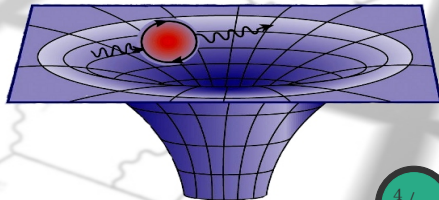
Γενική Θεωρία της Σχετικότητας

Εξισώσεις Newton & Einstein για το Βαρυτικό Πεδίο

Κατ'αναλογία με το ηλεκτρικό πεδίο έχουμε ότι και ότι η εξίσωση του βαρυτικού πεδίου περιγράφεται από την εξίσωση Newton.

Εξίσωση Newton

$$\nabla^2 \Phi(\mathbf{r}) = 4\pi G \rho_m(\mathbf{r})$$



Γενική Θεωρία της Σχετικότητας

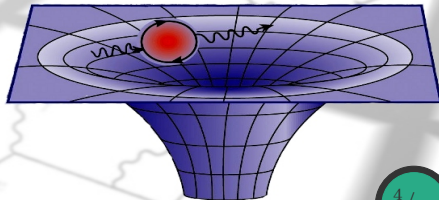
Εξισώσεις Newton & EinStein για το Βαρυτικό Πεδίο

Κατ'αναλογία με το ηλεκτρικό πεδίο έχουμε ότι και ότι η εξίσωση του βαρυτικού πεδίου περιγράφεται από την εξίσωση Newton.

Εξίσωση Newton

$$\nabla^2 \Phi(\mathbf{r}) = 4\pi G \rho_m(\mathbf{r})$$

Η σχετικιστική εξίσωση του βαρυτικού πεδίου είναι η εξίσωση του EinStein.



Γενική Θεωρία της Σχετικότητας

Εξισώσεις Newton & EinStein για το Βαρυτικό Πεδίο

Κατ'αναλογία με το ηλεκτρικό πεδίο έχουμε ότι και ότι η εξίσωση του βαρυτικού πεδίου περιγράφεται από την εξίσωση Newton.

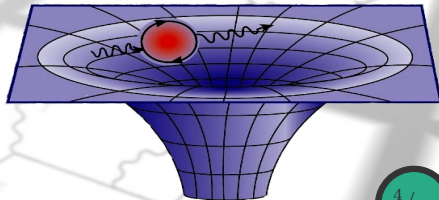
Εξίσωση Newton

$$\nabla^2 \Phi(\mathbf{r}) = 4\pi G \rho_m(\mathbf{r})$$

Η σχετικιστική εξίσωση του βαρυτικού πεδίου είναι η εξίσωση του EinStein.

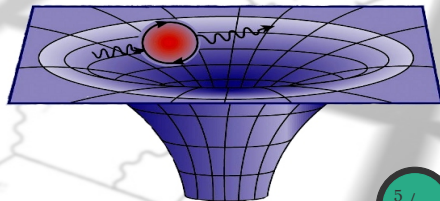
Εξίσωση EinStein

$$\mathcal{G}_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^2} \mathcal{T}_{\mu\nu}$$



Γενική Θεωρία της Σχετικότητας

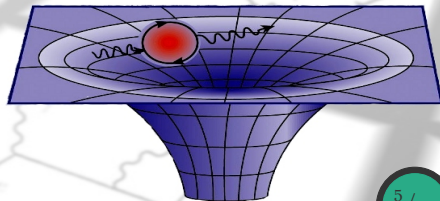
Φορμαλισμός Lagrange & hamilton



Γενική Θεωρία της Σχετικότητας

Φορμαλισμός Lagrange & hamilton

Η δράση μέσω της οποίας ορίζεται η εξίσωση του βαρυτικού πεδίου είναι η δράση **Hilbert**. Η μεταβολή της οποίας μας δίνει την εξίσωση του **Einstein**.



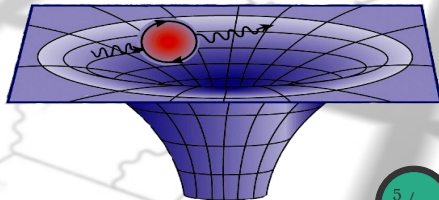
Γενική Θεωρία της Σχετικότητας

Φορμαλισμός Lagrange & hamilton

Η δράση μέσω της οποίας ορίζεται η εξίσωση του βαρυτικού πεδίου είναι η δράση **Hilbert**. Η μεταβολή της οποίας μας δίνει την εξίσωση του **Einstein**.

Μεταβολή Δράσης Hilbert

$$\delta S_{\mathcal{H}} = \int_U \delta R_{\mu\nu} g^{\mu\nu} \sqrt{-g} d^4x + \int_U R_{\mu\nu} \delta g^{\mu\nu} \sqrt{-g} d^4x + \int_U R_{\mu\nu} g^{\mu\nu} \delta \sqrt{-g} d^4x$$
$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\delta S_{\mathcal{H}}}{\delta g_{\mu\nu}} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} \equiv \mathcal{G}_{\mu\nu}$$



Γενική Θεωρία της Σχετικότητας

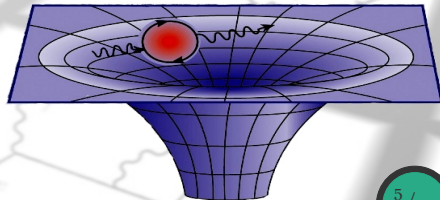
Φορμαλισμός Lagrange & hamilton

Η δράση μέσω της οποίας ορίζεται η εξίσωση του βαρυτικού πεδίου είναι η δράση **Hilbert**. Η μεταβολή της οποίας μας δίνει την εξίσωση του **Einstein**.

Μεταβολή Δράσης Hilbert

$$\delta S_{\mathcal{H}} = \int_U \delta R_{\mu\nu} g^{\mu\nu} \sqrt{-g} d^4x + \int_U R_{\mu\nu} \delta g^{\mu\nu} \sqrt{-g} d^4x + \int_U R_{\mu\nu} g^{\mu\nu} \delta \sqrt{-g} d^4x$$
$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\delta S_{\mathcal{H}}}{\delta g_{\mu\nu}} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} \equiv \mathbf{G}_{\mu\nu}$$

Από την Lagrangiana των πεδίων τα οποία υπόκεινται στο βαρυτικό πεδίο προκύπτει ο τανυστής ενέργειας-ορμής.



Γενική Θεωρία της Σχετικότητας

Φορμαλισμός Lagrange & hamilton

Η δράση μέσω της οποίας ορίζεται η εξίσωση του βαρυτικού πεδίου είναι η δράση **Hilbert**. Η μεταβολή της οποίας μας δίνει την εξίσωση του **Einstein**.

Μεταβολή Δράσης Hilbert

$$\delta S_{\mathcal{H}} = \int_U \delta \mathbf{R}_{\mu\nu} g^{\mu\nu} \sqrt{-g} d^4x + \int_U \mathbf{R}_{\mu\nu} \delta g^{\mu\nu} \sqrt{-g} d^4x + \int_U \mathbf{R}_{\mu\nu} g^{\mu\nu} \delta \sqrt{-g} d^4x$$
$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\delta S_{\mathcal{H}}}{\delta g_{\mu\nu}} = \mathbf{R}_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \mathbf{R} g_{\mu\nu} \equiv \mathbf{G}_{\mu\nu}$$

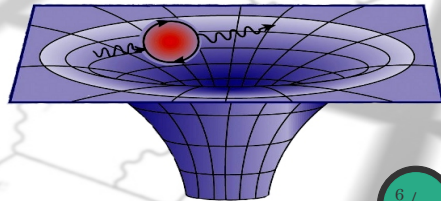
Από την **Lagrangian** των πεδίων τα οποία υπόκεινται στο βαρυτικό πεδίο προκύπτει ο **τανυστής ενέργειας-ορμής**.

Τανυστής ενέργειας ορμής

$$\delta S_{\mathcal{M}} = \frac{1}{c} \int \delta \mathcal{L}_{field} \sqrt{-g} d^4x + \frac{1}{c} \int \mathcal{L}_{field} \delta \sqrt{-g} d^4x$$
$$\frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta S_{\mathcal{M}}}{\delta g_{\mu\nu}} = \mathbf{T}_{\mu\nu}$$

Γενική Θεωρία της Σχετικότητας

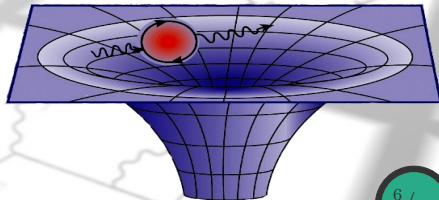
Λύση της Εξίσωσης EinStein



Γενική Θεωρία της Σχετικότητας

Λύση της Εξίσωσης EinStein

Για στατική και σφαιρική κατανομή μάζας έχουμε την λύση
Schwarzschild.



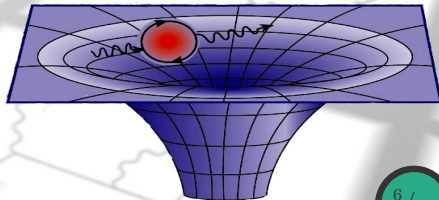
Γενική Θεωρία της Σχετικότητας

Λύση της Εξίσωσης EinStein

Για στατική και σφαιρική κατανομή μάζας έχουμε την λύση **Schwarzschild**.

Μετρική Schwarzschild

$$ds^2 = -c^2 \left(1 - \frac{r_S}{r}\right) dt^2 + \left(1 - \frac{r_S}{r}\right)^{-1} dr^2 + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)$$



Γενική Θεωρία της Σχετικότητας

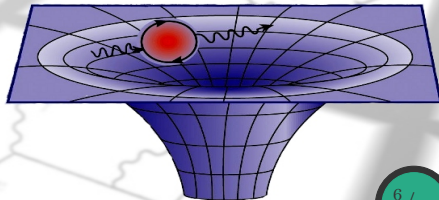
Λύση της Εξίσωσης Einstein

Για στατική και σφαιρική κατανομή μάζας έχουμε την λύση **Schwarzschild**.

Μετρική Schwarzschild

$$ds^2 = -c^2 \left(1 - \frac{r_S}{r}\right) dt^2 + \left(1 - \frac{r_S}{r}\right)^{-1} dr^2 + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)$$

Μέσω των διατηρήσιμων ποσοτήτων, συμμετριών, υπολογίζουμε τις γεωδαισιακές από όπου προκύπτει.



Γενική Θεωρία της Σχετικότητας

Λύση της Εξίσωσης Einstein

Για στατική και σφαιρική κατανομή μάζας έχουμε την λύση **Schwarzschild**.

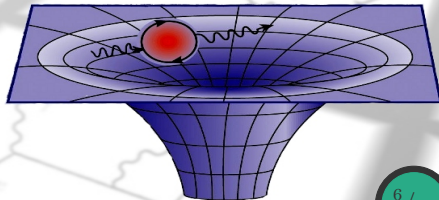
Μετρική Schwarzschild

$$ds^2 = -c^2 \left(1 - \frac{r_S}{r}\right) dt^2 + \left(1 - \frac{r_S}{r}\right)^{-1} dr^2 + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)$$

Μέσω των διατηρήσιμων ποσοτήτων, συμμετριών, υπολογίζουμε τις γεωδαισιακές από όπου προκύπτει.

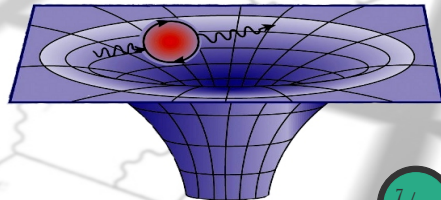
Ενεργό Δυναμικό

$$\mathcal{V}_{eff} = \frac{L^2}{2r^2} - \frac{r_S L^2}{2r^3} + \frac{r_S \epsilon}{2c^2 r}$$



Γενική Θεωρία της Σχετικότητας

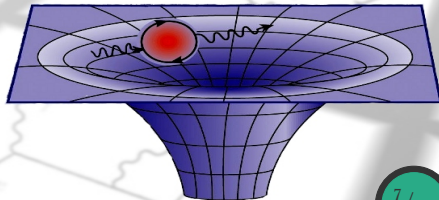
Μελανές Οπές Schwarzschild



Γενική Θεωρία της Σχετικότητας

Μελανές Οπές Schwarzschild

Για σωμάτια των οποίων η ακτίνα είναι συγκρίσιμη με την ακτίνα **Schwarzschild** έχουμε μια μελανή οπή. Την οποία μελετώντας την μέσω μετασχηματισμών αποκαλύπτεται η φύση της.



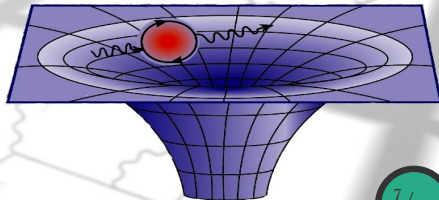
Γενική Θεωρία της Σχετικότητας

Μελανές Οπές Schwarzschild

Για σωμάτια των οποίων η ακτίνα είναι συγκρίσιμη με την ακτίνα **Schwarzschild** έχουμε μια μελανή οπή. Την οποία μελετώντας την μέσω μετασχηματισμών αποκαλύπτεται η φύση της.

✎ Συντεταγμένες της χελώνας $r^* = r + r_S \ln \left(\frac{r}{r_S} - 1 \right)$

Η ταχύτητα ενός προσπίπτοντος σωματιδίου όλο και μειώνεται.

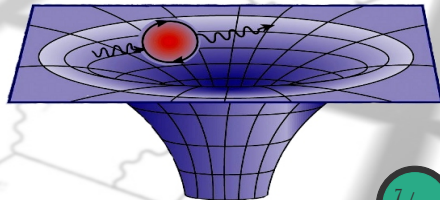


Γενική Θεωρία της Σχετικότητας

Μελανές Οπές Schwarzschild

Για σωματρία των οποίων η ακτίνα είναι συγκρίσιμη με την ακτίνα **Schwarzschild** έχουμε μια μελανή οπή. Την οποία μελετώντας την μέσω μετασχηματισμών αποκαλύπτεται η φύση της.

- ✎ Συντεταγμένες της χελώνας $r^* = r + r_S \ln \left(\frac{r}{r_S} - 1 \right)$
Η ταχύτητα ενός προσπίπτοντος σωματιδίου όλο και μειώνεται.
- ✎ Συντεταγμένες **Eddington-Finkelstein** $r^* = c(v - t)$ & $r^* = c(u + t)$
Τα προσπίπτοντα σωματρία είναι αδύνατον να επιστρέψουν.

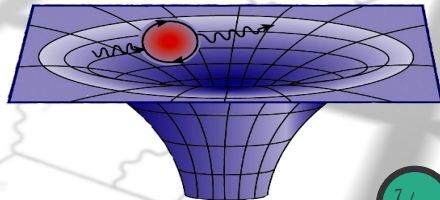


Γενική Θεωρία της Σχετικότητας

Μελανές Οπές **Schwarzschild**

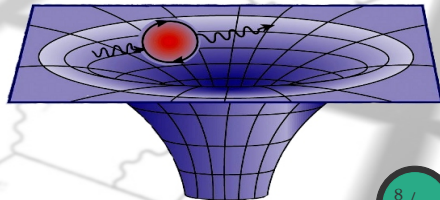
Για σωματία των οποίων η ακτίνα είναι συγκρίσιμη με την ακτίνα **Schwarzschild** έχουμε μια μελανή οπή. Την οποία μελετώντας την μέσω μετασχηματισμών αποκαλύπτεται η φύση της.

- ✎ Συντεταγμένες της χελώνας $r^* = r + r_S \ln \left(\frac{r}{r_S} - 1 \right)$
Η ταχύτητα ενός προσπίπτοντος σωματιδίου όλο και μειώνεται.
- ✎ Συντεταγμένες **Eddington-Finkelstein** $r^* = c(v - t)$ & $r^* = c(u + t)$
Τα προσπίπτοντα σωματία είναι αδύνατον να επιστρέψουν.
- ✎ Συντεταγμένες **Kruskal-Szekeres** $U = -e^{-\frac{u}{2r_S}}$ & $V = e^{\frac{v}{2r_S}}$
Ο χωρόχρονος αποκτα δυναμικό χαρακτήρα.



Γενική Θεωρία της Σχετικότητας

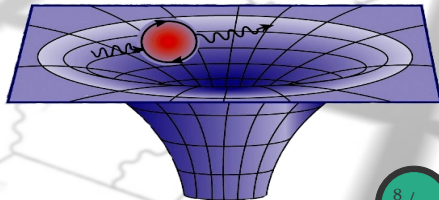
Προσεγγίζοντας την ακτίνα Schwarzschild



Γενική Θεωρία της Σχετικότητας

Προσεγγίζοντας την ακτίνα Schwarzschild

Στην περιοχή κοντά στον ορίζοντα γεγονότων.



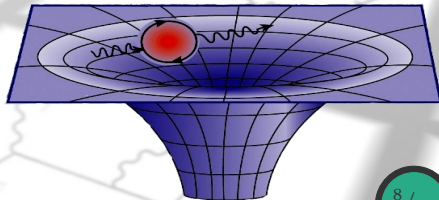
Γενική Θεωρία της Σχετικότητας

Προσεγγίζοντας την ακτίνα Schwarzschild

Στην περιοχή κοντά στον ορίζοντα γεγονότων.

Μετρική Schwarzschild-Rindler

$$ds^2 = -\rho^2 d\eta^2 + d\rho^2 + r_S^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)$$



Γενική Θεωρία της Σχετικότητας

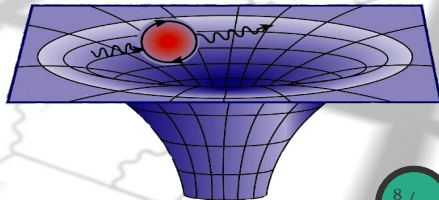
Προσεγγίζοντας την ακτίνα Schwarzschild

Στην περιοχή κοντά στον ορίζοντα γεγονότων.

Μετρική Schwarzschild-Rindler

$$ds^2 = -\rho^2 d\eta^2 + d\rho^2 + r_S^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)$$

Για σταθερά επιταχυνόμενο, **Minkowski**, παρατηρητή έχουμε.



Γενική Θεωρία της Σχετικότητας

Προσεγγίζοντας την ακτίνα Schwarzschild

Στην περιοχή κοντά στον ορίζοντα γεγονότων.

Μετρική Schwarzschild-Rindler

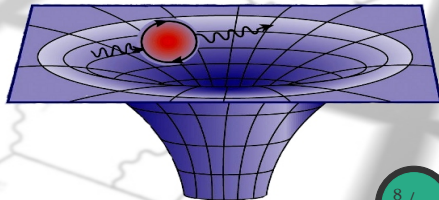
$$ds^2 = -\rho^2 d\eta^2 + d\rho^2 + r_S^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)$$

Για σταθερά επιταχυνόμενο, **Minkowski**, παρατηρητή έχουμε.

Μετρική Rindler

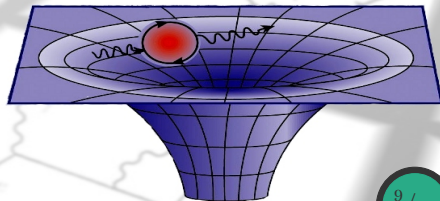
$$ds^2 = -\rho^2 d\eta^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2$$

Συσχετίζοντας τις δύο μετρικές έχουμε ότι τα σωματΙΑ κοντά στον ορίζοντα ακολουθούν επιταχυνόμενη κίνηση.



Κβαντική Θεωρία Πεδίου

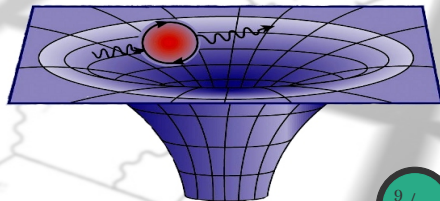
Πεδία Σε Επίπεδο Χωρόχρονο



Κβαντική Θεωρία Πεδίου

Πεδία Σε Επίπεδο Χωρόχρονο

Βαθμωτά πεδία σε επίπεδο, **Minkowski**, χωρόχρονο.



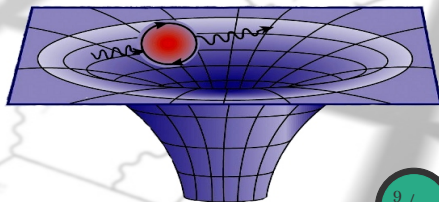
Κβαντική Θεωρία Πεδίου

Πεδία Σε Επίπεδο Χωρόχρονο

Βαθμωτά πεδία σε επίπεδο, Minkowski, χωρόχρονο.

Εξίσωση Klein-Gordon

$$(\hbar^2 c^2 \square^2 - m^2 c^4) \hat{\Psi} = 0$$



Κβαντική Θεωρία Πεδίου

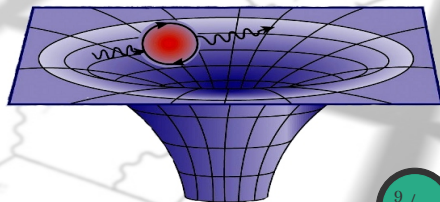
Πεδία Σε Επίπεδο Χωρόχρονο

Βαθμωτά πεδία σε επίπεδο, Minkowski, χωρόχρονο.

Εξίσωση Klein-Gordon

$$(\hbar^2 c^2 \square^2 - m^2 c^4) \hat{\Psi} = 0$$

Λύσεις της εξίσωσης.



Κβαντική Θεωρία Πεδίου

Πεδία Σε Επίπεδο Χωρόχρονο

Βαθμωτά πεδία σε επίπεδο, Minkowski, χωρόχρονο.

Εξίσωση Klein-Gordon

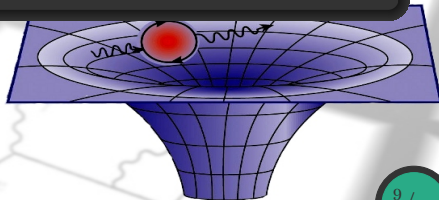
$$(\hbar^2 c^2 \square^2 - m^2 c^4) \hat{\Psi} = 0$$

Λύσεις της εξίσωσης.

Τελεστής Πεδίου & Επίπεδα Κύματα

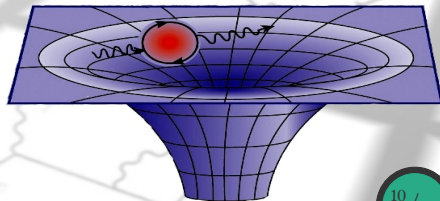
$$\hat{\Psi}(x) = \int \{ \hat{a}(\mathbf{k}) \psi_{\mathbf{k}}(x) + \hat{a}^\dagger(\mathbf{k}) \psi_{\mathbf{k}}^*(x) \} d\mathbf{k}$$

$$\psi_{\mathbf{k}}(x) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3 (2\omega_{\mathbf{k}})}} e^{ik^\mu x_\mu} \quad \& \quad \begin{cases} [\hat{a}(\mathbf{k}), \hat{a}(\mathbf{k}')] = 0 \\ [\hat{a}(\mathbf{k}), \hat{a}^\dagger(\mathbf{k}')] = \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \end{cases}$$



Κβαντική Θεωρία Πεδίου

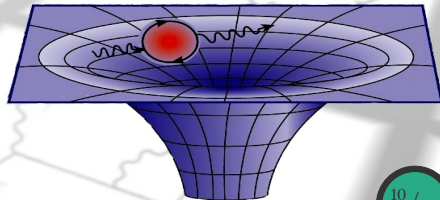
Πεδία Σε Επίπεδο Χωρόχρονο



Κβαντική Θεωρία Πεδίου

Πεδία Σε Επίπεδο Χωρόχρονο

Spinors σε επίπεδο, **Minkowski**, χωρόχρονο.



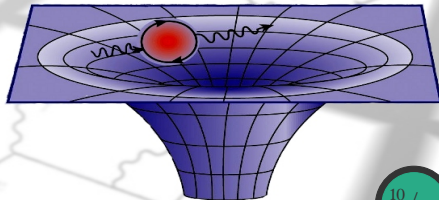
Κβαντική Θεωρία Πεδίου

Πεδία Σε Επίπεδο Χωρόχρονο

Spinors σε επίπεδο, Minkowski, χωρόχρονο.

Εξίσωση Dirac

$$(i\hbar c \gamma^\mu \partial_\mu - mc^2) \hat{\Psi} = 0$$



Κβαντική Θεωρία Πεδίου

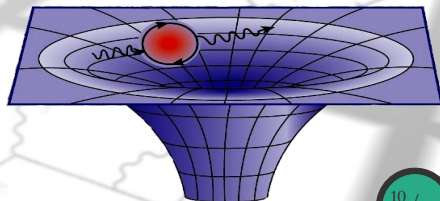
Πεδία Σε Επίπεδο Χωρόχρονο

Spinors σε επίπεδο, Minkowski, χωρόχρονο.

Εξίσωση Dirac

$$(i\hbar c \gamma^\mu \partial_\mu - mc^2) \hat{\Psi} = 0$$

Λύσεις της εξίσωσης.



Κβαντική Θεωρία Πεδίου

Πεδία Σε Επίπεδο Χωρόχρονο

Spinors σε επίπεδο, Minkowski, χωρόχρονο.

Εξίσωση Dirac

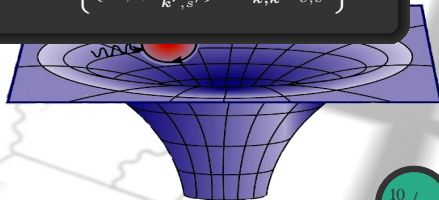
$$(i\hbar c \gamma^\mu \partial_\mu - mc^2) \hat{\Psi} = 0$$

Λύσεις της εξίσωσης.

Τελεστής Πεδίου & Επίπεδα Κύματα

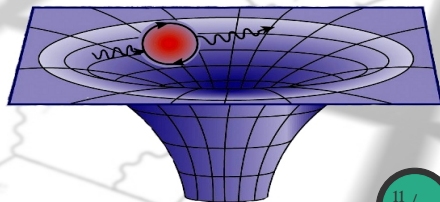
$$\hat{\Psi}(x) = \int \{ \hat{c}(\mathbf{k}) u_{\mathbf{k}}(x) + \hat{d}^\dagger(\mathbf{k}) u_{\mathbf{k}}^*(x) \} d\mathbf{k}$$

$$u_{\mathbf{k},s} = \begin{cases} \sqrt{\frac{m}{\omega_{\mathbf{k}} L^3}} u(\mathbf{k}, s) e^{-i\mathbf{k}^\mu x_\mu} & m \neq 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2\omega_{\mathbf{k}} L^3}} u(\mathbf{k}, s) e^{-i\mathbf{k}^\mu x_\mu} & m = 0 \end{cases} \quad \& \quad \left\{ \begin{array}{l} \{ \hat{c}_{\mathbf{k},s}, \hat{c}_{\mathbf{k}',s'} \} = 0 \\ \{ \hat{c}_{\mathbf{k},s}, \hat{c}_{\mathbf{k}',s'}^\dagger \} = \delta_{\mathbf{k},\mathbf{k}'} \delta_{s,s'} \end{array} \right.$$



Κβαντική Θεωρία Πεδίου

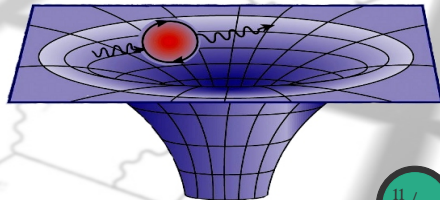
Πεδία Σε Καμπυλωμένο Χωρόχρονο



Κβαντική Θεωρία Πεδίου

Πεδία Σε Καμπυλωμένο Χωρόχρονο

Βαθμωτό πεδίο σε καμπυλωμένο χωρόχρονο.



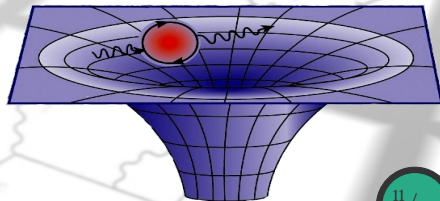
Κβαντική Θεωρία Πεδίου

Πεδία Σε Καμπυλωμένο Χωρόχρονο

Βαθμωτό πεδίο σε καμπυλωμένο χωρόχρονο.

Εξίσωση Klein-Gordon

$$(-\hbar^2 c^2 \square^2 + m^2 c^4 + \xi R)\hat{\Psi} = 0$$



Κβαντική Θεωρία Πεδίου

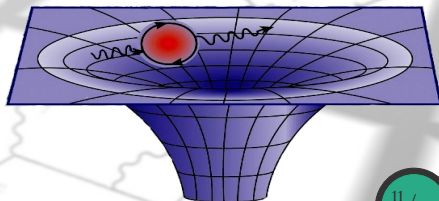
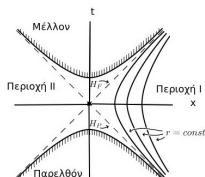
Πεδία Σε Καμπυλωμένο Χωρόχρονο

Βαθμωτό πεδίο σε καμπυλωμένο χωρόχρονο.

Εξίσωση Klein-Gordon

$$(-\hbar^2 c^2 \square^2 + m^2 c^4 + \xi R)\hat{\Psi} = 0$$

Λύσεις της εξίσωσης για 2-D χωρόχρονο Rindler.



Κβαντική Θεωρία Πεδίου

Πεδία Σε Καμπυλωμένο Χωρόχρονο

Βαθμωτό πεδίο σε καμπυλωμένο χωρόχρονο.

Εξίσωση **Klein-Gordon**

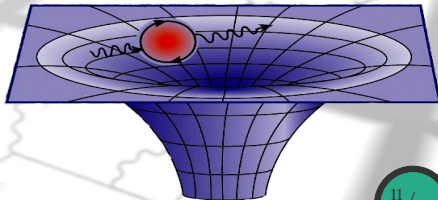
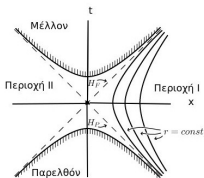
$$(-\hbar^2 c^2 \square^2 + m^2 c^4 + \xi R)\hat{\Psi} = 0$$

Λύσεις της εξίσωσης για 2 - D χωρόχρονο **Rindler**.

Άμαξο Πεδίο

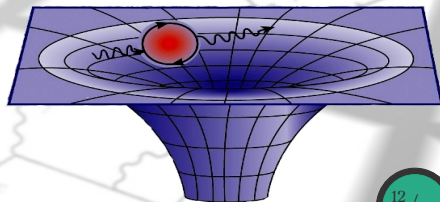
$$f_\omega = \begin{cases} \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{4\pi c\omega}} e^{-i \frac{c\omega}{\alpha} (\eta + \ln \rho)} & \text{Περιοχή I} \\ 0 & \text{Περιοχή II} \end{cases}$$

$$g_\omega = \begin{cases} 0 & \text{Περιοχή I} \\ \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{4\pi c\omega}} e^{i \frac{c\omega}{\alpha} (\eta - \ln \rho)} & \text{Περιοχή II} \end{cases}$$



Κβαντική Θεωρία Πεδίου

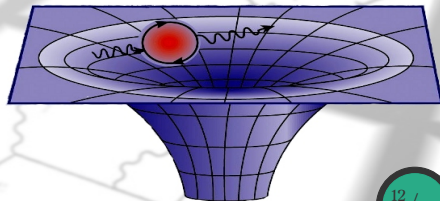
Πεδία Σε Καμπυλωμένο Χωρόχρονο



Κβαντική Θεωρία Πεδίου

Πεδία Σε Καμπυλωμένο Χωρόχρονο

Βαθμωτό πεδίο σε καμπυλωμένο χωρόχρονο.



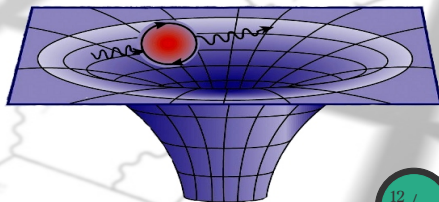
Κβαντική Θεωρία Πεδίου

Πεδία Σε Καμπυλωμένο Χωρόχρονο

Βαθμωτό πεδίο σε καμπυλωμένο χωρόχρονο.

Εξίσωση Klein-Gordon

$$(-\hbar^2 c^2 \square^2 + m^2 c^4 + \xi R)\hat{\Psi} = 0$$



Κβαντική Θεωρία Πεδίου

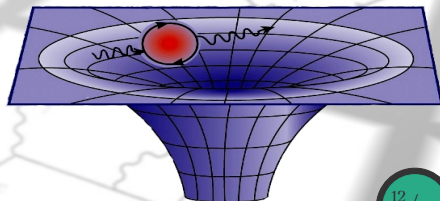
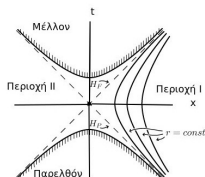
Πεδία Σε Καμπυλωμένο Χωρόχρονο

Βαθμωτό πεδίο σε καμπυλωμένο χωρόχρονο.

Εξίσωση Klein-Gordon

$$(-\hbar^2 c^2 \square^2 + m^2 c^4 + \xi R)\hat{\Psi} = 0$$

Λύσεις της εξίσωσης για 4-D χωρόχρονο Rindler.



Κβαντική Θεωρία Πεδίου

Πεδία Σε Καμπυλωμένο Χωρόχρονο

Βαθμωτό πεδίο σε καμπυλωμένο χωρόχρονο.

Εξίσωση **Klein-Gordon**

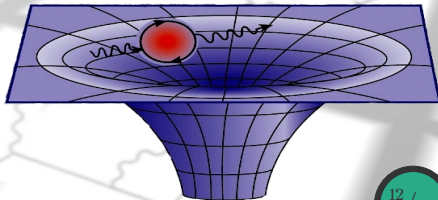
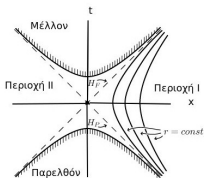
$$(-\hbar^2 c^2 \square^2 + m^2 c^4 + \xi R)\hat{\Psi} = 0$$

Λύσεις της εξίσωσης για 4 - D χωρόχρονο **Rindler**.

Μαζικό Πεδίο

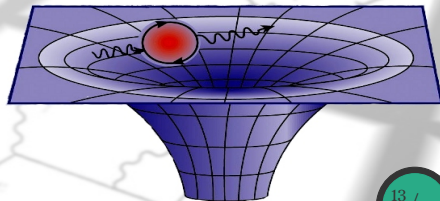
$$f_\omega = \begin{cases} \frac{1}{\pi} \sqrt{\sinh(\Omega\pi)} e^{-i\Omega\eta + i\mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{r}_\perp} \mathcal{K}_{i\Omega}(x) & \text{Περιοχή I} \\ 0 & \text{Περιοχή II} \end{cases}$$

$$g_\omega = \begin{cases} 0 & \text{Περιοχή I} \\ \frac{1}{\pi} \sqrt{\sinh(\Omega\pi)} e^{i\Omega\eta - i\mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{r}_\perp} \mathcal{K}_{i\Omega}(-x) & \text{Περιοχή II} \end{cases}$$



Κβαντική Θεωρία Πεδίου

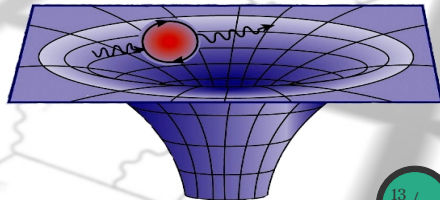
Πεδία Σε Καμπυλωμένο Χωρόχρονο



Κβαντική Θεωρία Πεδίου

Πεδία Σε Καμπυλωμένο Χωρόχρονο

Spinors σε καμπυλωμένο χωρόχρονο.



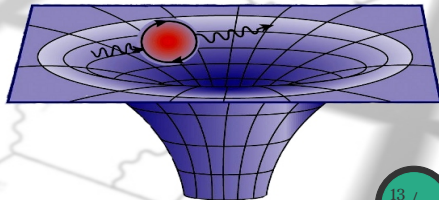
Κβαντική Θεωρία Πεδίου

Πεδία Σε Καμπυλωμένο Χωρόχρονο

Spinors σε καμπυλωμένο χωρόχρονο.

Εξίσωση Dirac

$$(i\hbar c \gamma^\mu(x) \nabla_\mu - mc^2) \hat{\Psi} = 0$$



Κβαντική Θεωρία Πεδίου

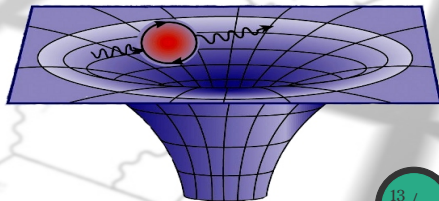
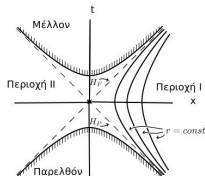
Πεδία Σε Καμπυλωμένο Χωρόχρονο

Spinors σε καμπυλωμένο χωρόχρονο.

Εξίσωση Dirac

$$(i\hbar c\gamma^\mu(x)\nabla_\mu - mc^2)\hat{\Psi} = 0$$

Λύσεις της εξίσωσης για 4-D χωρόχρονο Rindler.



Κβαντική Θεωρία Πεδίου

Πεδία Σε Καμπυλωμένο Χωρόχρονο

Spinors σε καμπυλωμένο χωρόχρονο.

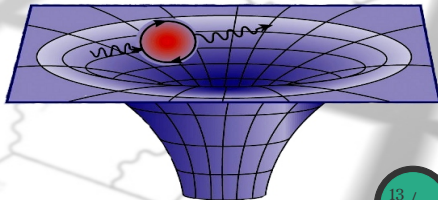
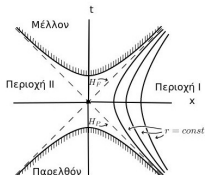
Εξίσωση Dirac

$$(i\hbar c \gamma^\mu(x) \nabla_\mu - mc^2) \hat{\Psi} = 0$$

Λύσεις της εξίσωσης για 4 - D χωρόχρονο Rindler.

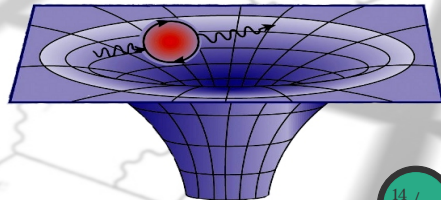
Μαζικό Spinor Πεδίο

$$S_{\Omega_+} = C_{\Omega_+} \begin{Bmatrix} \mathcal{K}_{i\Omega_+ + \frac{1}{2}}(x) + i\mathcal{K}_{i\Omega_+ - \frac{1}{2}}(x) \\ 0 \\ \mathcal{K}_{i\Omega_+ - \frac{1}{2}}(x) - i\mathcal{K}_{i\Omega_+ + \frac{1}{2}}(x) \\ 0 \end{Bmatrix}$$



Κβαντική Θεωρία Πεδίου

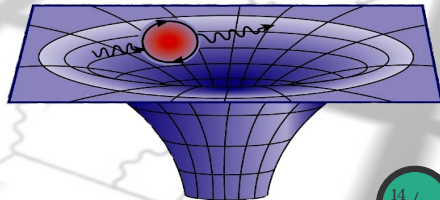
Μετασχηματισμοί Bogolyubov



Κβαντική Θεωρία Πεδίου

Μετασχηματισμοί Bogolyubov

Από την ανάπτυξη των κβαντικών καταστάσεων έχουμε.



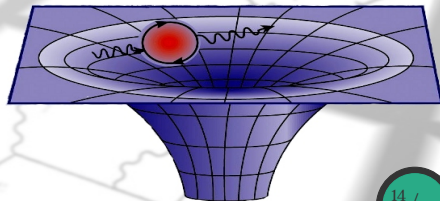
Κβαντική Θεωρία Πεδίου

Μετασχηματισμοί Bogolyubov

Από την ανάπτυξη των κβαντικών καταστάσεων έχουμε.

Τελεστής Πεδίου

$$\hat{\Psi} = \sum_i \hat{a}_i f_i + \hat{a}_i^\dagger f_i^* = \sum_j \hat{b}_j g_j + \hat{b}_j^\dagger g_j^*$$



Κβαντική Θεωρία Πεδίου

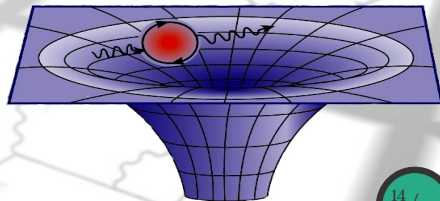
Μετασχηματισμοί Bogolyubov

Από την ανάπτυξη των κβαντικών καταστάσεων έχουμε.

Τελεστής Πεδίου

$$\hat{\Psi} = \sum_i \hat{a}_i f_i + \hat{a}_i^\dagger f_i^* = \sum_j \hat{b}_j g_j + \hat{b}_j^\dagger g_j^*$$

Εφαρμόζοντας τον μετασχηματισμό έχουμε.



Κβαντική Θεωρία Πεδίου

Μετασχηματισμοί Bogolyubov

Από την ανάπτυξη των κβαντικών καταστάσεων έχουμε.

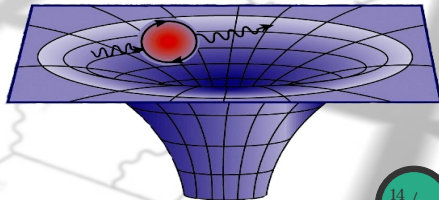
Τελεστής Πεδίου

$$\hat{\Psi} = \sum_i \hat{a}_i f_i + \hat{a}_i^\dagger f_i^* = \sum_j \hat{b}_j g_j + \hat{b}_j^\dagger g_j^*$$

Εφαρμόζοντας τον μετασχηματισμό έχουμε.

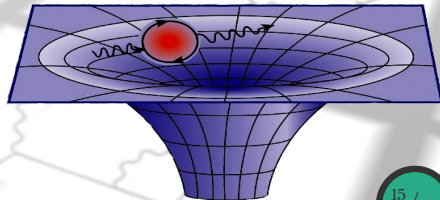
Συντελεστές Bogolyubov

$$\left\{ \begin{array}{l} g_i = \sum_j c_{ij} f_j + d_{ij} f_j^* \quad c_{ij} = (g_i, f_j) \\ f_i = \sum_j c_{ij}^* g_j - d_{ij} g_j^* \quad d_{ij} = -(g_i, f_j^*) \end{array} \right\}$$



Φαινόμενο Λητού

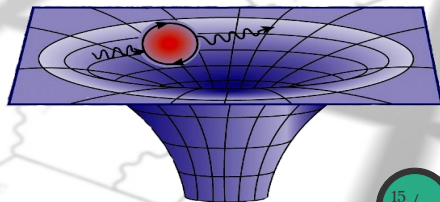
Θερμοκρασία Λητού



Φαινόμενο Unruh

Θερμοκρασία Unruh

Κάτω από έναν μετασχηματισμό **Bogolyubov** ένας **Rindler** παρατηρητής ανιχνεύει θερμική εκπομπή, από **Bosons** ή **Fermions**, αναλόγως των πεδίων τα οποία υπάρχουν στον χωρόχρονο.



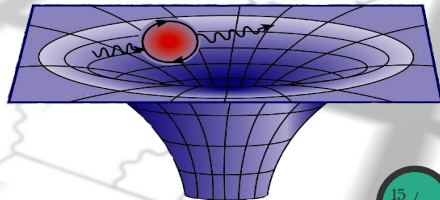
Φαινόμενο Unruh

Θερμοκρασία Unruh

Κάτω από έναν μετασχηματισμό **Bogolyubov** ένας **Rindler** παρατηρητής ανιχνεύει θερμική εκπομπή, από **Bosons** ή **Fermions**, αναλόγως των πεδίων τα οποία υπάρχουν στον χωρόχρονο.

Bosonic Πεδίο

$$\langle 0_{Mink} | \hat{n}_k^{Rind} | 0_{Mink} \rangle = \frac{1}{e^{\frac{2\pi c \omega}{a}} - 1} \quad \text{Κατανομή Bose-Einstein}$$



Φαινόμενο Unruh

Θερμοκρασία Unruh

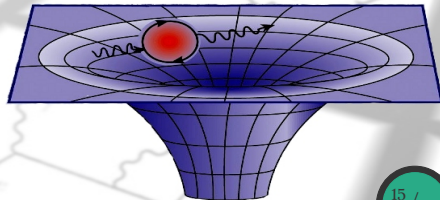
Κάτω από έναν μετασχηματισμό **Bogolyubov** ένας **Rindler** παρατηρητής ανιχνεύει θερμική εκπομπή, από **Bosons** ή **Fermions**, αναλόγως των πεδίων τα οποία υπάρχουν στον χωρόχρονο.

Bosonic Πεδίο

$$\langle 0_{Mink} | \hat{n}_k^{Rind} | 0_{Mink} \rangle = \frac{1}{e^{\frac{2\pi c\omega}{a}} - 1} \quad \text{Κατανομή Bose-Einstein}$$

Fermionic Πεδίο

$$\langle 0_{Mink} | \hat{n}_{\Omega\sigma}^{Rind} | 0_{Mink} \rangle = \frac{1}{e^{\frac{2\pi c\omega}{a}} + 1} \quad \text{Κατανομή Fermi-Dirac}$$



Φαινόμενο Unruh

Θερμοκρασία Unruh

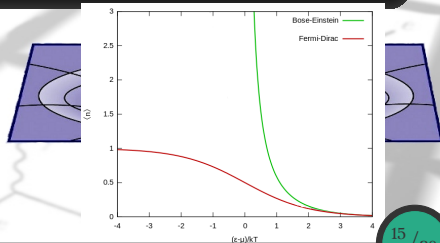
Κάτω από έναν μετασχηματισμό **Bogolyubov** ένας **Rindler** παρατηρητής ανιχνεύει θερμική εκπομπή, από **Bosons** ή **Fermions**, αναλόγως των πεδίων τα οποία υπάρχουν στον χωρόχρονο.

Bosonic Πεδίο

$$\langle 0_{Mink} | \hat{n}_k^{Rind} | 0_{Mink} \rangle = \frac{1}{e^{\frac{2\pi c\omega}{a}} - 1} \quad \text{Κατανομή Bose-Einstein}$$

Fermionic Πεδίο

$$\langle 0_{Mink} | \hat{n}_{\Omega\sigma}^{Rind} | 0_{Mink} \rangle = \frac{1}{e^{\frac{2\pi c\omega}{a}} + 1} \quad \text{Κατανομή Fermi-Dirac}$$



Φαινόμενο Unruh

Θερμοκρασία Unruh


Κάτω από έναν μετασχηματισμό Bogolyubov ένας Rindler παρατηρητής ανιχνεύει θερμική εκπομπή, από Bosons ή Fermions, αναλόγως των πεδίων τα οποία υπάρχουν στον χωρόχρονο.

Bosonic Πεδίο

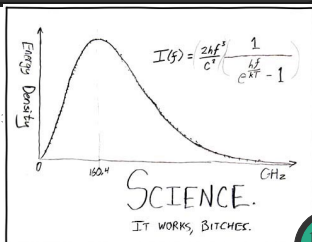
$$\langle 0_{Mink} | \hat{n}_k^{Rind} | 0_{Mink} \rangle = \frac{1}{e^{\frac{2\pi c \omega}{a}} - 1} \quad \text{Κατανομή Bose-Einstein}$$

Fermionic Πεδίο

$$\langle 0_{Mink} | \hat{n}_{\Omega\sigma}^{Rind} | 0_{Mink} \rangle = \frac{1}{e^{\frac{2\pi c \omega}{a}} + 1} \quad \text{Κατανομή Fermi-Dirac}$$

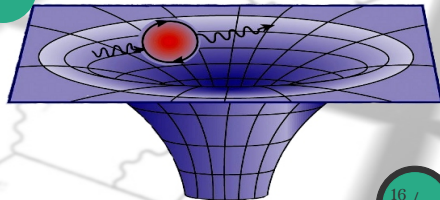
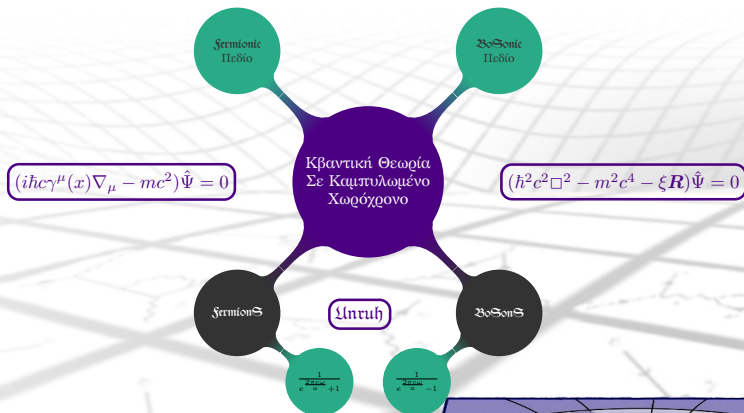
 $T = \frac{\hbar a}{2\pi c k_B}$

Θερμοκρασία Unruh



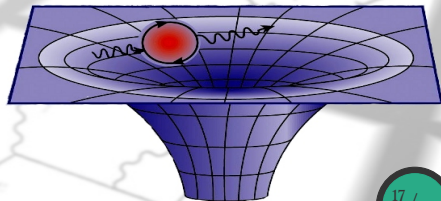
Φαινόμενο Αιτηη

Αποτελέσματα



Φαινόμενο Λητυή

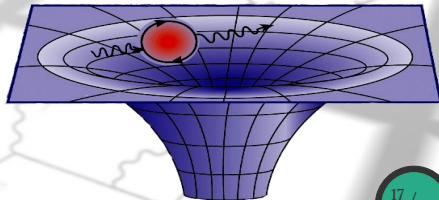
Τελική Ανάλυση



Φαινόμενο Μητρη

Τελική Ανάλυση

Κάτω από έναν μετασχηματισμό **Kruskal** έχουμε.



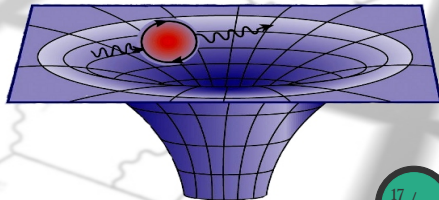
Φαινόμενο Unruh

Τελική Ανάλυση

Κάτω από έναν μετασχηματισμό **Kruskal** έχουμε.

Μετασχηματισμός **Kruskal**

$$x = \frac{e^{\xi\alpha}}{\alpha} \cosh(\alpha\eta) \quad t = \frac{e^{\xi\alpha}}{\alpha} \sinh(\alpha\eta), \quad -\infty < \eta, \xi < \infty \text{ Περιοχή } I$$



Φαινόμενο Unruh

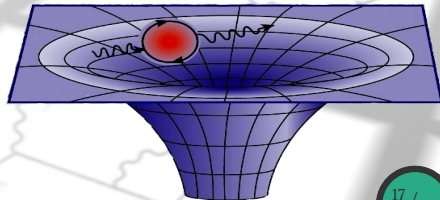
Τελική Ανάλυση

Κάτω από έναν μετασχηματισμό **Kruskal** έχουμε.

Μετασχηματισμός **Kruskal**

$$x = \frac{e^{\xi\alpha}}{\alpha} \cosh(\alpha\eta) \quad t = \frac{e^{\xi\alpha}}{\alpha} \sinh(\alpha\eta), \quad -\infty < \eta, \xi < \infty \text{ Περιοχή } I$$

Για τον συντελεστή της ερυθράς μετατόπισης παίρνουμε.



Φαινόμενο Unruh

Τελική Ανάλυση

Κάτω από έναν μετασχηματισμό **Kruskal** έχουμε.

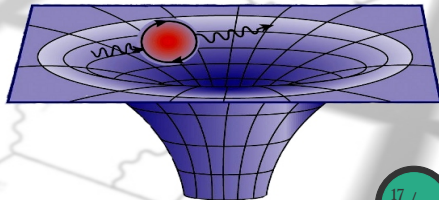
Μετασχηματισμός **Kruskal**

$$x = \frac{e^{\xi\alpha}}{\alpha} \cosh(\alpha\eta) \quad t = \frac{e^{\xi\alpha}}{\alpha} \sinh(\alpha\eta), \quad -\infty < \eta, \xi < \infty \text{ Περιοχή } I$$

Για τον συντελεστή της ερυθράς μετατόπισης παίρνουμε.

Συντελεστής Ερυθράς Μετατόπισης

$$V = e^{\alpha\xi}$$



Φαινόμενο Unruh

Τελική Ανάλυση

Κάτω από έναν μετασχηματισμό **Kruskal** έχουμε.

Μετασχηματισμός **Kruskal**

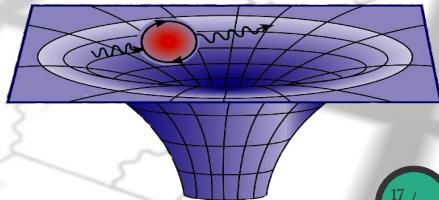
$$x = \frac{e^{\xi\alpha}}{\alpha} \cosh(\alpha\eta) \quad t = \frac{e^{\xi\alpha}}{\alpha} \sinh(\alpha\eta), \quad -\infty < \eta, \xi < \infty \text{ Περιοχή } I$$

Για τον συντελεστή της ερυθράς μετατόπισης παίρνουμε.

Συντελεστής Ερυθράς Μετατόπισης

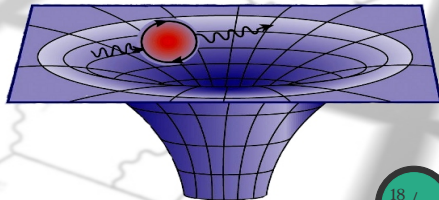
$$V = e^{\alpha\xi}$$

Όπου μέσω αυτού του συντελεστή έχουμε πως ένας απομακρυσμένος παρατηρητής δεν παρατηρεί την θερμική εκπομπή.



Φαινόμενο Λητυή

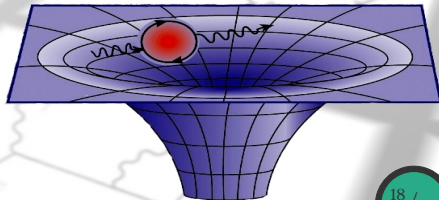
Κίνητρα για την κβαντική μελέτη της βαρύτητας



Φαινόμενο Λητυή

Κίνητρα για την κβαντική μελέτη της βαρύτητας

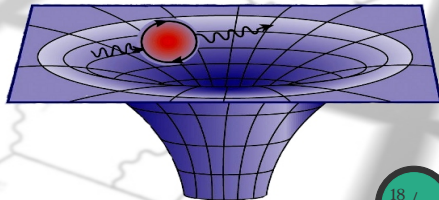
Τελικώς το φαινόμενο Λητυή δίνει κίνητρο για την μελέτη της κβαντικής βαρύτητας.



Φαινόμενο Λητυή

Κίνητρα για την κβαντική μελέτη της βαρύτητας

Τελικώς το φαινόμενο Λητυή δίνει κίνητρο για την μελέτη της κβαντικής βαρύτητας.



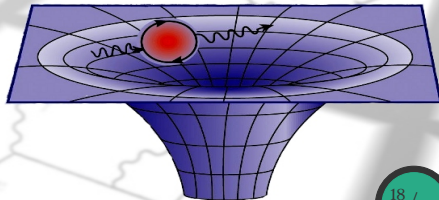
Φαινόμενο Μπυή

Κίνητρα για την κβαντική μελέτη της βαρύτητας

Τελικώς το φαινόμενο Μπυή δίνει κίνητρο για την μελέτη της κβαντικής βαρύτητας.



Το φαινόμενο αυτό οδήγησε στον ορισμό του θερμικού χρόνου που αποτελεί σημαντική υπόθεση της κβαντικής βαρύτητας βρόχων.



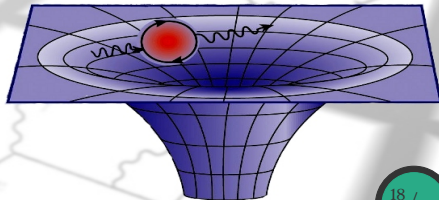
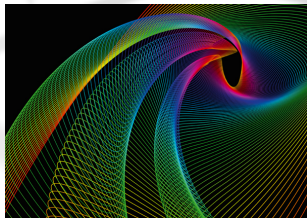
Φαινόμενο Μπυή

Κίνητρα για την κβαντική μελέτη της βαρύτητας

Τελικώς το φαινόμενο Μπυή δίνει κίνητρο για την μελέτη της κβαντικής βαρύτητας.



Το φαινόμενο αυτό οδήγησε στον ορισμό του θερμικού χρόνου που αποτελεί σημαντική υπόθεση της κβαντικής βαρύτητας βρόχων.



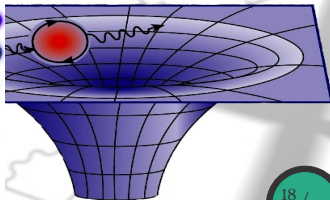
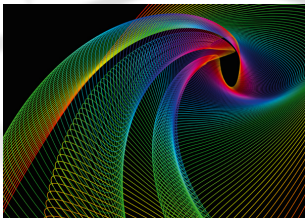
Φαινόμενο Μπτιη

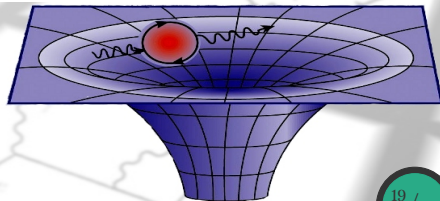
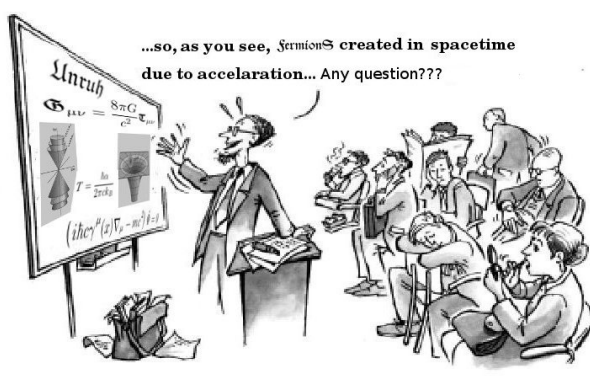
Κίνητρα για την κβαντική μελέτη της βαρύτητας

Τελικώς το φαινόμενο Μπτιη δίνει κίνητρο για την μελέτη της κβαντικής βαρύτητας.



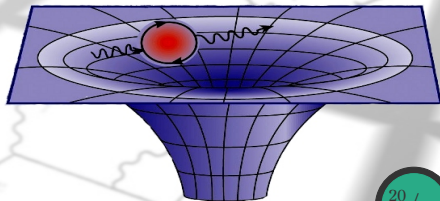
Το φαινόμενο αυτό οδήγησε στον ορισμό του θερμικού χρόνου που αποτελεί σημαντική υπόθεση της κβαντικής βαρύτητας βρόχων.





Τέλος!!!

Ευχαριστώ για την Προσοχή σας.



Τέλος!!!

Ευχαριστώ για την Προσοχή σας.

