

1 Πρόβλημα

Στο πρόβλημα του εκκρεμούς με απόσβεση και εξωτερική περιοδική δύναμη να πάρετε:

$$\omega_0 = 1, \quad \omega = 2, \quad \gamma = 0.2$$

και να μελετήσετε την κίνηση του εκκρεμούς όταν το πλάτος (ανάλογο της δύναμης) A μεταβάλλεται στο διάστημα $[0.2, 5.0]$. Να πάρετε διακριτές τιμές του A χωρίζοντας το παραπάνω διάστημα σε διαστήματα πλάτους $\delta A = 0.002$. Για κάθε τιμή του A , να καταχωρήσετε σε ένα αρχείο την τιμή του A , της γωνιακής θέσης και γωνιακής ταχύτητας του εκκρεμούς όταν $t_k = k\pi$ με $k = k_{trans}, k_{trans} + 1, k_{trans} + 2, \dots, k_{max}$:

$$A \quad \theta(t_k) \quad \dot{\theta}(t_k)$$

Η επιλογή του k_{trans} γίνεται έτσι ώστε να παραλειφθεί η μεταβατική συμπεριφορά (transient behavior) και να είστε βέβαιοι πως μελετάτε τη μόνιμη κατάσταση του εκκρεμούς. Μπορείτε να πάρετε $k_{max} = 500$, $k_{trans} = 400$, $t_i = 0$, $t_f = 500\pi$, και να χωρίσετε τα διαστήματα $[t_k, t_k + \pi]$ σε 50 υποδιαστήματα. Διαλέξτε $\theta_0 = 3.1$, $\dot{\theta}_0 = 0$.

1. Φτιάξτε τη γραφική παράσταση του διαγράμματος διακλάδωσης που προκύπτει τοποθετώντας σε διάγραμμα τα σημεία $(A, \theta(t_k))$.
2. Επαναλάβετε τοποθετώντας σε διάγραμμα τα σημεία $(A, \dot{\theta}(t_k))$.
3. Εξετάστε αν τα αποτελέσματά σας εξαρτώνται από την επιλογή των $\theta_0, \dot{\theta}_0$ επαναλαμβάνοντας για διαφορετικές τιμές, λ.χ. $\theta_0 = 0$, $\dot{\theta}_0 = 1$.
4. Μελετήστε την περιοχή που ξεκινάει η χαοτική συμπεριφορά: Πάρτε $A \in [1.0000, 1.0400]$ με $\delta A = 0.0001$ και $A \in [4.4300, 4.4500]$ με $\delta A = 0.0001$ και βρείτε με τη δεδομένη ακρίβεια την τιμή A_c που ξεκινάει η χαοτική συμπεριφορά.
5. Στη συνέχεια να αναπαραστήσετε γραφικά τα σημεία $(\theta(t_k), \dot{\theta}(t_k))$ για $A = 1.034, 1.040, 1.080, 1.400, 4.450, 4.600$. Τοποθετήστε 2000 σημεία για κάθε τιμή του A και σχολιάστε πότε η χαοτική συμπεριφορά είναι εντονότερη.

2 Πρόβλημα

Στο πρόβλημα του εκκρεμούς με απόσβεση και εξωτερική περιοδική δύναμη να πάρετε:

$$\omega_0 = 1, \quad \omega = 2, \quad \gamma = 0.2$$

Η κίνηση του συστήματος για $A = 0.60$, $A = 0.75$ και $A = 0.85$ είναι περιοδική μετά από τη μεταβατική συμπεριφορά (transient behavior). Να μετρήσετε την περίοδο της κίνησης με ακρίβεια 3 σημαντικών δεκαδικών ψηφίων σε κάθε περίπτωση και να τη συγκρίνετε με την φυσική περίοδο του εκκρεμούς και την περίοδο της εξωτερικής δύναμης. Ως αρχικές συνθήκες να πάρετε $(\theta_0, \dot{\theta}_0) = (3.1, 0.0)$, $(2.5, 0.0)$, $(2.0, 0.0)$, $(1.0, 0.0)$, $(0.2, 0.0)$, $(0.0, 1.0)$, $(0.0, 3.0)$, $(0.0, 6.0)$ και να επιβεβαιώσετε πως η περίοδος είναι ανεξάρτητη των αρχικών συνθηκών.