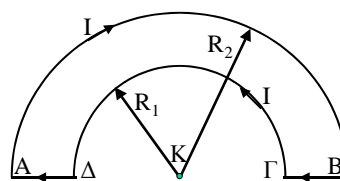


## Ασκήσεις για το μάθημα Φυσική ΙΙ (Ηλεκτρομαγνητισμός) της Σχολής ΗΜΜΥ

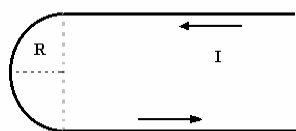
### Ενότητα 3. ΜΑΓΝΗΤΟΣΤΑΤΙΚΗ (Νόμοι Biot-Savart και Ampere)

**3.1** Το κύκλωμα ΑΒΓΔ αποτελείται από δύο ημικύκλια ΑΒ και ΓΔ με κοινό κέντρο Κ και ακτίνες  $R_1$  και  $R_2$  αντιστοίχως. Το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα  $I$  όπως δείχνει το σχήμα.

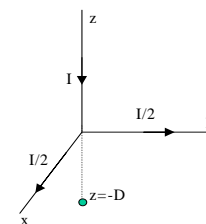
Να βρείτε το μαγνητικό πεδίο  $\vec{B}$  στο σημείο Κ χρησιμοποιώντας τον νόμο των Biot-Savart.



**3.2** Το αγώγιμο σύρμα του σχήματος έχει άπειρο μήκος, διαρρέεται από ρεύμα  $I$ , και κάμπτεται διαγράφοντας ημικύκλιο ακτίνας  $R$ , έχοντας τους δύο κλάδους του παράλληλους μεταξύ τους, και κάθετους στη διάμετρο του ημικυκλίου. Να υπολογίσετε το μαγνητικό πεδίο  $B$  στο κέντρο του ημικυκλίου, κατά μέτρο, διεύθυνση και φορά.



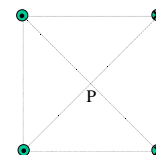
**3.3** Ευθύγραμμος αγωγός που διαρρέεται από ρεύμα  $I$  εκτείνεται κατά μήκος του άξονα  $z$  ενός τρισσορθογώνιου συστήματος αναφοράς  $Oxyz$ . Το ρεύμα έρχεται από το  $z = \infty$ , και στο σημείο  $z = 0$  διαμοιράζεται σε δύο ρεύματα ίσης έντασης ( $I/2$  το καθένα), τα οποία διαρρέουν ευθύγραμμους αγωγούς που εκτείνονται κατά μήκος των αξόνων  $Ox$  και  $Oy$ , ως το  $x = \infty$  και  $y = \infty$  αντίστοιχα. Να υπολογίσετε το συνολικό μαγνητικό πεδίο στο σημείο  $(x = 0, y = 0, z = -D)$ .



**3.4** Μια άπειρη πλάκα πολύ μικρού πάχους  $\delta$ , που βρίσκεται στο επίπεδο  $xz$  και εκτείνεται από το  $x = -a$  μέχρι το  $x = +a$ , διαρρέεται από συνολικό ομογενές ρεύμα  $I$ , προς τα θετικά  $z$ .

Βρείτε το μαγνητικό πεδίο στο εξωτερικό της πλάκας, σε ένα σημείο πάνω στον άξονα των  $y$ , σε απόσταση  $a$  από την πλάκα.

**3.5** Τέσσερα μακριά χάλκινα σύρματα είναι παράλληλα μεταξύ τους και τα σημεία τομή τους με επίπεδο κάθετο προς αυτά σχηματίζει τετράγωνο πλευράς 10 cm. Ρεύμα 0,5 A διαβιβάζεται στο καθένα με φορά που φαίνεται στο σχήμα. Να βρείτε το μαγνητικό πεδίο  $\vec{B}$  στο “κέντρο” P του τετραγώνου.

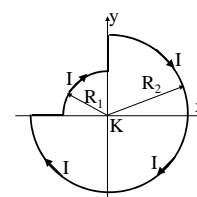


**3.6** Πολύ λεπτός κυκλικός δίσκος ακτίνας  $R$ , είναι ομοιόμορφα φορτισμένος με ολικό φορτίο  $Q$ . Ο δίσκος περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα  $\omega$ , γύρω από άξονα που περνά από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του. Υπολογίστε το μαγνητικό πεδίο σε ένα σημείο του άξονα, σε απόσταση  $z$  από το κέντρο του δίσκου.

Υπόδειξη: Θεωρήστε ένα δακτύλιο του δίσκου μεταξύ των ακτινών  $r$  και  $r+dr$ . Βρείτε το ρεύμα με το οποίο ισοδυναμεί το περιστρεφόμενο φορτίο του δακτυλίου αυτού και το μαγνητικό πεδίο που προκαλεί πάνω στον άξονα του δίσκου. Είναι γνωστό ότι το μαγνητικό πεδίο δακτυλίου ακτίνας  $r$ , που διαρρέεται από ρεύμα  $I$ , σε σημείο του άξονά του που απέχει απόσταση  $z$  από το

$$\text{κέντρο του, είναι ίσο με } B = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{r^2}{(z^2 + r^2)^{3/2}}.$$

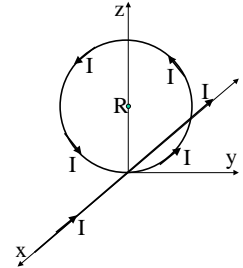
**3.7** Το κύκλωμα ΑΒΓΔ αποτελείται από ένα τεταρτημόριο κύκλου(ΑΒ) και από τρία τεταρτημόρια κύκλου (ΓΔ) με κοινό κέντρο Κ και ακτίνες  $R_1$  και  $R_2$  αντιστοίχως, καθώς και από δύο ευθύγραμμα τμήματα ΒΓ και ΔΑ, κάθετα μεταξύ τους. Το κύκλωμα διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα  $I$  με τη φορά που δείχνει το σχήμα. Να βρείτε το μαγνητικό πεδίο  $\vec{B}$  στο σημείο Κ, χρησιμοποιώντας τον νόμο των Biot-Savart.



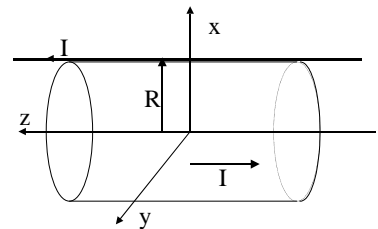
**3.8** (α) Τμήμα αγωγού που διαρρέεται από ρεύμα  $I$  έχει σχήμα ημικυκλίου ακτίνας  $a$  με διάμετρο ευθεία  $AB$ . Το ημικύκλιο βρίσκεται μέσα σε μαγνητικό πεδίο  $\vec{B}$  που είναι κάθετο στο επίπεδό του. Βρείτε τη δύναμη που ασκείται πάνω στο ημικύκλιο και δείξτε ότι είναι ίση με τη δύναμη που θα ασκούσε το πεδίο πάνω σε ευθύγραμμο αγωγό κατά μήκος της ευθείας  $AB$ , που διαρρέεται από το ίδιο ρεύμα.

(β) Διερευνήστε κατά πόσο το ίδιο ισχύει για αγωγό οποιουδήποτε σχήματος μεταξύ των σημείων  $A$  και  $B$ , ο οποίος βρίσκεται σε επίπεδο κάθετο στο  $\vec{B}$ .

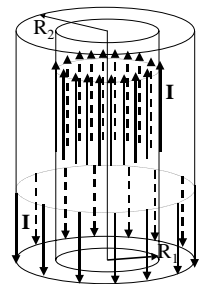
**3.9** Ένας αγωγός με άπειρο μήκος εκτείνεται κατά μήκος του άξονα των  $x$ , από  $x = -\infty$  μέχρι  $x = 0$ , στη θέση  $x = 0$  διαγράφει έναν κύκλο ακτίνας  $R$ , στο επίπεδο  $yz$ , με κέντρο το σημείο  $(0, 0, R)$ , και συνεχίζει κατά μήκος του άξονα των  $x$ , για  $x > 0$ . Ο αγωγός διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα  $I$ , όπως δείχνει το σχήμα. Να υπολογιστεί το μαγνητικό πεδίο  $\vec{B}$  στο σημείο  $(0, 0, R)$ , που είναι το κέντρο του κύκλου.



**3.10** Συμπαγής κυλινδρικός αγωγός απείρου μήκους και ακτίνας  $R$  διαρρέεται από ρεύμα  $I$ , ομοιόμορφα κατανεμημένο στη διατομή του. Στην επιφάνεια του κυλινδρικού αγωγού τοποθετείται, παράλληλα προς τον άξονα του κυλίνδρου, ευθύγραμμος λεπτός αγωγός απείρου μήκους που διαρρέεται από ρεύμα ίσης έντασης  $I$ , αλλά αντίθετης κατεύθυνσης. Ο ευθύγραμμος αγωγός είναι κατάλληλα μονωμένος από τον κύλινδρο. Επιλέγοντας σύστημα αναφοράς με αρχή στον άξονα του κυλίνδρου, υπολογίστε το συνολικό μαγνητικό πεδίο από τα δύο ρεύματα σε όλα τα σημεία του χώρου. Υπάρχουν σημεία όπου το συνολικό πεδίο γίνεται μηδέν;



**3.11** Ένα ομοαξονικό καλώδιο που αποτελείται από δύο λεπτούς (αμελητέου πάχους) κυλινδρικούς μεταλλικούς σωλήνες απείρου μήκους με ακτίνες  $R_1$  και  $R_2$  ( $R_1 < R_2$ ), διαρρέεται από το ίδιο ρεύμα  $I$  το οποίο κατανέμεται ομοιόμορφα, αλλά έχει αντίθετες κατευθύνσεις στους δύο σωλήνες. (α) Υπολογίστε το μαγνητικό πεδίο σε όλα τα σημεία του χώρου. (β) Υπολογίστε τη μαγνητική ενέργεια ανά μονάδα μήκους του καλωδίου. (γ) Υπολογίστε την αυτεπαγωγή του καλωδίου ανά μονάδα μήκους του.



**3.12** Συμπαγής κυλινδρικός αγωγός έχει ακτίνα  $a$  εκτείνεται σε όλο το μήκος του άξονα των  $z$ , ο δε άξονάς του συμπίπτει με τον άξονα των  $z$ . Ο αγωγός διαρρέεται από ολικό ρεύμα  $I$ , του οποίου η πυκνότητα δίνεται από τη σχέση  $\vec{J}(r) = J_0 \frac{a}{r} \hat{z}$ , όπου  $r$  είναι η απόσταση από τον άξονα του κυλίνδρου, και  $J_0$  μια θετική σταθερά.

(α) Αν το ολικό ρεύμα που διαρρέει τον αγωγό είναι  $I$ , να υπολογίσετε την τιμή του  $J_0$  συναρτήσει των  $a$  και  $I$ .

(β) Να υπολογισθεί το μαγνητικό πεδίο  $\vec{B}$  σε όλα τα σημεία του χώρου, συναρτήσει των  $I$  και  $r$ , και να παρασταθεί γραφικά το μέτρο του ως συνάρτηση του  $r$ .