ΣΧΟΛΗ ΕΜΦΕ – ΤΟΜΕΑΣ ΦΥΣΙΚΗΣ
Ημιαγωγοί και Ημιαγώγιμες Δομές (7^{ο} Εξάμηνο Σπουδών)

3^{η} Σειρά Ασκήσεων 19/12/07
Ι. Σ. Ράπτης

1. Ημιαγωγός, με ενεργειακό χάσμα 1.5 eV, ενεργό μάζα ηλεκτρονίων m_e^*=0.8m_0, ενεργό μάζα οπών m_h^*=0.5m_0, και σχετική διηλεκτρική σταθερά ε_r=12, έχει εμπλουτισθεί, ανομοιογενώς, με προσμίξεις τύπου «Δότες». **(α)** Να υπολογίσετε την ενεργειακή διαφορά του ελαχίστου της ζώνης αγωγιμότητας από την ενδοχασματική ενεργειακή κατάσταση των δοτών. **(β)** Να υποθέσετε ότι οι προσμίξεις κατανέμονται κατά βάθος (x) με συγκέντρωση $N(x)=N_0\, e^{(-ax)}$, όπου $N_0=1\times10^{15}$ cm^{-3}, και a= 4(μm)$^{-1}$, και να εξηγείσετε, με ποιοτικά επιχειρήματα ή με έναν υπολογισμό τάξης μεγέθους, ότι όλες οι προσμείξεις μπορούν να θεωρηθούν ιονισμένες. **(γ)** Θεωρήστε, με βάση το προηγούμενο συμπέρασμα, ότι η συγκέντρωση ηλεκτρονίων αλλάζει, με το βάθος, σύμφωνα με τη σχέση $n(x)=n_i+N_0\, e^{(-ax)}$, όπου n_i η ενδογενής πυκνότητα φορέων, και υπολογίστε την κατά βάθος κατανομή οπών $p=p(x)$, σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας. **(δ)** Υπολογίστε το ηλεκτρικό πεδίο $E=E(x)$, που προκύπτει ως αποτέλεσμα της ανομοιογενούς κατανομής φορέων σε θερμοδυναμκή ισορροπία. **(ε)** Σχεδιάστε, σε ένα ποιοτικό σχεδιάγραμμα τις συναρτήσεις $n=n(x)$, $p=p(x)$, $E_{C(x)}$, $E_F(x)$, $E_i(x)$, $E_V(x)$, και το ηλεκτρικό πεδίο του ερωτήματος (γ).

Λύση

(α) $E_C-E_D=\dfrac{13.6\,eV}{\varepsilon_e^2}\cdot\dfrac{m_e^*}{m_0}=\dfrac{13.6\,eV}{12^2}\cdot 08=75.6\,meV$

(β) Οι προσμείξεις κατανέμονται σύμφωνα με την σχέση $N_D(x)=\left(1\times10^{15}\,cm^{-3}\right)e^{-4\mu^{-1}x}$

οπότε: για x=0 $N_D(x=0)=1\times10^{15}\,cm^{-3}=N_{D,\max}$

για x=1μ $N_D(x=1)=1.8\times10^{13}\,cm^{-3}\approx 2\%\ \tau o\upsilon\ N_{D,\max}$

Αν δεχθούμε ότι έχουμε ολικό ιονισμό, τότε μπορούμε να εκτιμήσουμε την τιμή της στάθμης Fermi, (στο πλαίσιο της υπόθεσης του ολικού ιονισμού). Επειδή το σύστημα βρίσκεται σε θερμοδυναμική ισορροπία, η στάθμη Fermi είναι ίδια σε όλη την έκταση του συστήματος, επομένως μπορούμε να εκτιμήσουμε την απόσταση της στάθμης Fermi από την ζώνη αγωγιμότητας, (που είναι αυτή η ενεργειακή ζώνη που μεταβάλλει τιμή, συναρτήσει του βάθους), για διαφορετικά σημεία κατά βάθος του ημιαγώγιμου υλικού. Δηλαδή.

$$n=N_C e^{-\frac{E_C-E_F}{kT}}\Rightarrow E_C-E_F=-kT\ln\left(n/N_C\right)=-kT\ln\left(\frac{N_0}{N_C}e^{-ax}\right)\Rightarrow E_C-E_F=kT\left[ax-\ln\left(N_0/N_C\right)\right]$$

Ενδεικτικά: $x=0 \ \Rightarrow\ E_C-E_F=252\,meV\approx\left(1/6\right)E_g$

$x=1\mu\Rightarrow\ E_C-E_F=352\,meV\approx\left(1/4\right)E_g$

Στη συνέχεια μπορούμε να ελέγξουμε την αυτοσυνέπεια του αποτελέσματος με την αρχική παραδοχή του ολικού ιονισμού, δηλαδή :

$$\left.\begin{array}{l} E_C - E_D = 75.6\, meV \\ E_C - E_F = \begin{cases} 252\, meV\ (x=0) \\ 352\, meV\ (x=1) \end{cases} \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x=0 \Rightarrow E_F - E_D = -176.4\, meV \Rightarrow \left(N_D^+ \middle/ N_D \right) = 99.8\% \\ x = 1\mu \Rightarrow E_F - E_D = -276.4\, meV \Rightarrow \left(N_D^+ \middle/ N_D \right) = 99.9\% \end{array}$$

Άρα η προσέγγιση του ολικού ιονισμού είναι ασφαλής αφού δίνει αυτοσυνεπή αποτελέσματα.

(γ) Αν δεχτούμε ότι $n(x) = n_i + N_0 e^{-ax}$

από το νόμο δράσης των μαζών $np = n_i^2 \Rightarrow p(x) = \dfrac{n_i^2}{n(x)} \Rightarrow P(x) = \dfrac{n_i^2}{n_i + N_0 e^{-ax}}$

Οπότε, για $n_i \approx 10^{10}\ cm^{-3}$ η συγκέντρωση οπών, σε δύο διαφορετικά βάθη, υπολογίζονται:

$$p(x=0) = \frac{n_i^2}{n_i + N_0} \approx \frac{10^{21}}{10^{15}} \Rightarrow p(x=0) \approx 10^5\ cm^{-3}$$

$$p(x=1) = \frac{n_i^2}{n_i + N(x=1)} \approx \frac{10^{21}}{10^{10} + 1.8 10^{13}} \Rightarrow p(x=1) \approx 5.5 \times 10^6\ cm^{-3}$$

(δ) Η ανομοιογενής κατανομή φορέων, κατά βάθος, δημιουργεί, σε πρώτη φάση, προσανατολισμένη διάχυση φορέων, που έχει ως αποτέλεσμα την δημιουργία, μέσω του φορτίου χώρου, την δημιουργία ηλεκτρικού πεδίου, που προκαλεί αντίθετα προσανατολισμένη ολίσθηση φορέων. Από την απαίτηση αλληλοαναίρεσης των ρευμάτων διάχυσης και ολίσθησης, σε θερμοδυναμική ισορροπία, (σε συνδυασμό με την σχέση Eisntein, για τους συντελεστές διάχυσης και ευκινησίας), προκύπτει η έκφραση υπολογισμού του ηλεκτρικού πεδίου

$$E = -\frac{kT}{q} \cdot \frac{1}{n(x)} \cdot \frac{dn(x)}{dx} = -\frac{kT}{q} \cdot \frac{(-a) N_0\, e^{-ax}}{n_i + N_0 e^{-ax}} \Rightarrow E = \frac{akT}{q} \cdot \frac{N_0\, e^{-ax}}{n_i + N_0 e^{-ax}}$$

Η προηγούμενη έκφραση για το ηλεκτρικό πεδίο δίνει μία περίπου σταθερή τιμή για το βάθος του πρώτου ενός μικρομέτρου ($x \leq 1\mu m$), αφού, σε όλη αυτή την έκταση, είναι $n_i << N_D(x)$, οπότε $E \approx \left(akT \middle/ q \right) \approx 100 \dfrac{mV}{\mu m} = 1 \times 10^3 \dfrac{V}{cm}$. Σε μεγαλύτερο βάθος το ηλεκτρικό πεδίο μειώνεται.

.

2. Ημιαγώγιμο υλικό της οικογένειας IV, με ενεργειακό χάσμα E_g=1.2eV, σχετική διηλεκτρική σταθερά ε_r=11, και ενδογενή συγκέντρωση φορέων $n_i=5\times10^{10}$cm^{-3}, φέρει ομοιόμορφη συγκέντρωση πρόσμειξης Αλουμινίου (Al, στήλη III του Περιοδικού Πίνακα) ίση προς 5×10^{17} (άτομα Al)/cm^3, σε όλο του τον όγκο. Στην μία επιφάνεια του ανωτέρω υλικού εμφυτεύουμε, επιπλέον, Αρσενικό (As, στήλη V του Περιοδικού Πίνακα), με ομοιόμορφη συγκέντρωση ίση προς 5.5×10^{17} (άτομα As)/cm^3, σε μία περιοχή μέχρι βάθος 0.5μm. **(α)**Να εξηγήσετε ότι το τελικό αποτέλεσμα είναι μία επαφή p-n, και να υπολογίσετε το εσωτερικό δυναμικό της επαφής. **(β)** Να υπολογίσετε το συνολικό πλάτος της περιοχής απογύμνωσης καθώς και τα επί μέρους πλάτη των περιοχών απογύμνωσης εκατέρωθεν της επαφής. **(γ)** Να σχεδιάσετε ένα ενεργειακό διάγραμμα, υπό κλίμακα, του πρώτου 1 μm του συστήματος, από την πλευρά του υλικού που βρίσκεται η επαφή p-n, στο οποίο να φαίνονται όλα τα μεγέθη των ερωτημάτων (α) και (β). T=300K.

Λύση

(α) Στα πρώτα 0.5 μm, ($x \le 0.5\mu m$) συμβαίνει αντιστάθμιση των προσμείξεων (Αποδέκτες και Δότες), οπότε (σε συνδυασμό με την παραδοχή του ολικού ιονισμού), έχουμε τελικά περιοχή τύπου n, με συγκέντρωση φορέων πλειονότητας

$$n_n = N_D - N_A = 5\times10^{16}\ cm^{-3}$$

Στο υπόλοιπο υλικό, (σε βάθος $x > 0.5\mu m$), οι φορείς προσδιορίζονται από τις προσμείξεις αλουμινίου (Αποδέκτες), οπότε (σε συνδυασμό με την παραδοχή του ολικού ιονισμού), έχουμε τελικά περιοχή τύπου p, με συγκέντρωση φορέων πλειονότητας $p_p = N_A = 5\times10^{17}\ cm^{-3}$.

Το δυναμικό επαφής υπολογίζεται από τη σχέση

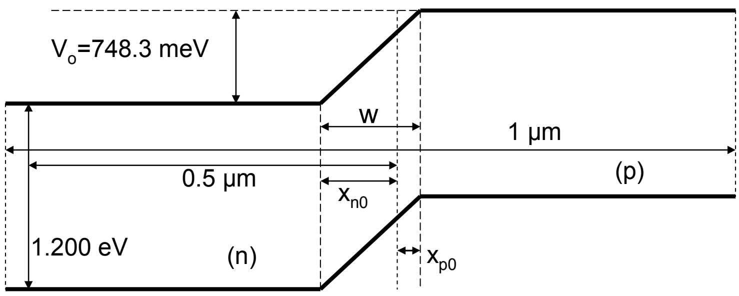
$$V_0 = \frac{kT}{q}\ln\left[\frac{n_n p_p}{n_i^2}\right] = \frac{25\ m\cancel{e}V}{\cancel{e}}\ln\left[\frac{5\times10^{16}\times5\times10^{17}}{25\times10^{20}}\right] = 748.3\ mV$$

(β) Τα επί μέρους πλάτη των περιοχών απογύμνωσης εκατέρωθεν της επαφής υπολογίζονται από τη σχέση

$$x_{p_0} = \sqrt{2V_0\frac{\varepsilon_r\varepsilon_0}{q}\cdot\frac{n_n}{p_p\left(n_n+p_p\right)}} = \sqrt{2\times0.75V\frac{12\times8.85\times10^{-14}\ F/cm}{1.6\times10^{-19}C}1.82\times10^{-19}cm^{-3}} = 0.014\,\mu m$$

Όμοια, $x_{n_0} = 0.138\ \mu m$, και το συνολικό πλάτος απογύμνωσης $w = x_{p_0} + x_{n_0} = 0.15\ \mu m$

(γ)



3. Ημιαγώγιμο υλικό, της οικογένειας III-V με ενεργειακό χάσμα E_g=1.3 eV και σχετική διηλεκτρική σταθερά ε_r=14, έχει μέσες ενεργές μάζες, (της πυκνότητας καταστάσεων), οπών και ηλεκτρονίων, m_p^*=0.15m_0 και m_n^*= 0.6m_0, αντίστοιχα. **(α)** Εξηγείστε γιατί η νόθευση ενός υλικού III-V, με προσμίξεις ατόμων της ομάδας IV, μπορεί να λειτουργίσει ως εμπλουτισμός με φορείς τύπου p ή τύπου n. **(β)** Να υπολογιστούν οι ενεργειακές στάθμες Δοτών και Αποδεκτών, σε αυτό το υλικό, και οι ενεργές πυκνότητες καταστάσεων στις στάθμες σθένους και αγωγιμότητας, σε θερμοκρασία δωματίου. Σχεδιάστε ένα ενεργειακό διάγραμμα, σημειώνοντας τις αποστάσεις όλων των ενεργειακών επιπέδων από το μέγιστο της ζώνης σθένους **(γ)** Στο υλικό υπάρχουν προσμίξεις οι οποίες λειτουργούν ως δότες. Εξηγείστε γιατί, στις χαμηλές θερμοκρασίες, η συγκέντρωση ηλεκτρονίων της ζώνης αγωγιμότητας προέρχεται κυρίως από τον ιονισμό των δοτών. **(δ)** Δεχτείτε ότι, στις χαμηλές θερμοκρασίες, η συγκέντρωση ηλεκτρονίων (n) της ζώνης αγωγιμότητας προέρχεται κυρίως από τον ιονισμό των δοτών (με συγκέντρωση N_D), σύμφωνα με τη σχέση $n = \sqrt{N_D N_C / 2}\exp\left(-\frac{E_C - E_D}{2kT}\right)$. Προσδιορίστε τη μέγιστη συγκέντρωση προσμίξεων $N_{D,max}$ για την οποία εξασφαλίζεται ολικός ιονισμός τους ήδη από τη θερμοκρασία υγρού αζώτου (T=80K). **(ε)** Εκτιμήστε τη συγκέντρωση ενδογενών ηλεκτρονίων n_i, σε θερμοκρασία δωματίου, και το επίπεδο Fermi του υλικού, αν N_D=1.98x10^{15} cm^{-3}, κάνοντας εύλογες προσεγγίσεις. **(στ)** Εκτιμήστε από ποιά θερμοκρασία και πάνω ο ημιαγωγός συμπεριφέρεται ως ενδογενής, αν N_D=1.98x10^{15} cm^{-3}.

Λύση

(α) Ανάλογα με το αν η πρόσμειξη τηW στήλης IV θα αντικαταστήσει άτομο της στήλης III ή άτομο της στήλης V θα λειτουργήσει ως Δότης ή ως Αποδέκτης, αντίστοιχα.

(β) $E_C - E_D = \frac{13.6\, eV}{\varepsilon_r^2}\cdot\frac{m_e^*}{m_0} = 41.6\, meV$, όμοια $E_A - E_V = \frac{13.6\, eV}{\varepsilon_r^2}\cdot\frac{m_h^*}{m_0} = 10.4\, meV$

$$N_{C,eff} = 2\left(\frac{m_e^* kT}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2} = 2\left(\frac{0.6\times 9.11\times 10^{-31} kg \times 25\, meV}{2\times\pi\times 4.34\times 10^{-31}\ eV^2 s^2}\right)^{3/2} = 1.1\times 10^{19}\ cm^{-3}$$

Επίσης, $\frac{N_V}{N_C} = \left(\frac{m_h^*}{m_e^*}\right)^{3/2} \Rightarrow N_V = 1.38\times 10^{18}\ cm^{-3}$

(γ) $\frac{E_C - E_D}{E_C - E_V} = \frac{41.6\, meV}{1300\, meV} \approx \frac{1}{31}$, επομένως, σε χαμηλές θερμοκρασίες, διεγείρονται κατά προτεραιότητα ηλεκτρόνια από την στάθμη Δοτών, παρά από την ζώνη Σθένους, αφού η τελευταία απέχει από την ζώνη αγωγιμότητας πάνω από 30 φορές περισσότερο από ότι η στάθμη Σθένους.

(δ) Σύμφωνα με την εκφώνηση $n = \sqrt{\frac{N_D N_C}{2} e^{-\frac{E_C - E_D}{2kT}}}$

έστω ότι, για T=80K, $n \approx N_D$

οπότε, $N_D^2 = \frac{N_D N_C}{2} e^{-\frac{E_C - E_D}{kT}} \Rightarrow N_{D,critical} = \frac{N_C}{2} e^{-\frac{E_C - E_D}{kT}}$

(ε) $N_D = 1.98\times10^{15}\ cm^{-3}$ και $n = N_C\, e^{-\frac{E_C - E_F}{kT}}$

Αν υποθέσουμε ότι $n \approx N_D^+ \approx N_D$, έχουμε $E_F = E_C + kt\ln\left(N_D / N_C \right)$

Αλλά (από (β)) $N_C = 1.1\times10^{19}\ cm^{-3}$, οπότε $E_F = E_C - 215.6\ meV$

ενώ, $n_i = \sqrt{N_C N_V}\, e^{-\frac{E_g}{2kT}} \Rightarrow n_i = 1.2\times10^{9}\ cm^{-3}$

(στ) $n_i = \sqrt{N_C N_V}\, e^{-\frac{E_g}{2kT}}$, και, αν το υλικό συμπεριφέρεται ως ενδογενής, θα πρέπει να ισχύει:

$$n_i \geq N_D \Rightarrow \frac{N_D^2}{N_C N_V} = e^{-\frac{E_g}{kT}} \Rightarrow kT = -\frac{E_g}{\ln\left(N_D^2 / N_C N_V \right)} \Rightarrow kT = 85\,meV \Rightarrow T \approx 1029K$$

4. α) Υποθέστε ότι οι ενεργές μάζες πυκνότητας καταστάσεων ηλεκτρονίων και οπών του πυριτίου (Si) και του γερμανίου (Ge) είναι της ίδιας τάξης μεγέθους, τα ενεργειακά τους χάσματα είναι 1.17eV και 0.66eV, αντίστοιχα, και η ενδογενής συγκέντρωση φορέων του πυριτίου, σε θερμοκρασία δωματίου είναι n_i=1.5x10^{10}cm^{-3}. **(α)** Εξηγείστε γιατί προσμείξεις Sb, σε συγκέντρωση 10^{12} cm^{-3}, καθιστούν, σε θερμοκρασία 300K, ημιαγωγό τύπου n το πυρίτιο αλλά όχι το γερμάνιο. **(β)** Υποθέστε ότι έχετε επαφή p-n πυριτίου με συγκεντρώσεις ολικά ιονισμένων προσμείξεων N_A και N_D, αντίστοιχα σε κάθε πλευρά. Να δείξετε ότι, για την περιοχή θερμοκρασιών όπου ισχύει η παραδοχή του ολικού ιονισμού των προσμείξεων, το εσωτερικό δυναμικό (ή δυναμικό διάχυσης, ή δυναμικό επαφής), V_0, μίας επαφής p-n ενός ημιαγώγιμου υλικού, ικανοποιεί μία σχέση της μορφής $eV_0 = E_g + T(A - B\ln T)$, και να προσδιορισθούν οι συντελεστές *A* και *B*.συναρτήσει, των συγκεντρώσεων N_A και N_D, των ενεργών μαζών m_n^* και m_p^*, των παγκοσμίων σταθερών e (φορτίο ηλεκτρονίου), k (σταθερά του Bolzmann) και h (σταθερά του Planck), και της θερμοκρασίας T. **(γ)** Με βάση το ερώτημα (β), εξηγήστε αν το εσωτερικό δυναμικό, V_0, εξαρτάται από τις ιδιότητες του ημιαγώγιμου υλικού, από τις ιδιότητες των προσμείξεων, ή και από τα δύο.

Λύση

Με βάση την υπόθεση του προβλήματος ότι οι ενεργές μάζες πυκνότητας καταστάσεων είναι ίδιες, τόσο για τα ηλεκτρόνια των δύο υλικών (Si, Ge) όσο και για τις οπές, έχουμε ότι και οι ενεργές πυκνότητες (κβαντικών) καταστάσεων ικανοποιούν τις σχέσεις :

$$N_C(Si) = N_C(Ge) \qquad \text{και} \qquad N_V(Si) = N_V(Ge)$$

Επομένως:

$$\frac{n_i(Ge)}{n_i(Si)} = \frac{e^{-\frac{E_g(Ge)}{2kT}}}{e^{-\frac{E_g(Si)}{2kT}}} \Rightarrow n_i(Ge) = n_i(Si)e^{\frac{E_g(Si)-E_g(Ge)}{2kT}} = 1.5\times10^{10}\,cm^{-3}\times e^{\frac{1170-660}{50}} \Rightarrow n_i(Ge) = 4\times10^{14}\,cm^{-3}$$

Τελικά:

$$n_i(Ge) >> N_D(Sb) = 10^{12}\,cm^{-3} >> n_i(Si)$$

Άρα: Ge : ενδογενής, ενώ, Si : εξωγενής

(β) [Βλ. Και πρόβλημα 2.6 (β)]

$qV_0 = E_g - kT\ln[N_A N_D / BT]$, όπου το B: συνάρτηση των ενεργών μαζών ηλεκτρονίων και οπών, και παγκόσμιων σταθερών

(γ) Από (β) $\Rightarrow$ η τάση επαφής είναι συνάρτηση :

(i) του υλικού (κυρίως, μέσω του ενεργειακού χάσματος E_g και δευτερευόντως μέσω των ενεργών μαζών m_e^*, m_h^*,

(ii) των προσμείξεων, μέσω των N_A, N_D.

5. Επαφή p-n με διατομή 0.1 mm^2, κατασκευάζεται από ημιαγώγιμο υλικό με σχετική διηλεκτρική σταθερά ε_r=10, ενεργειακό χάσμα E_g=1.17eV, ενδογενή συγκέντρωση φορέων n_i=2.2x$10^9$$cm^{-3}$, σε θερμοκρασία δωματίου, ευκινησίες φορέων μ_p=500 cm^2/Vs, μ_n=1500 cm^2/Vs, ίδιο μέσο ελεύθερο χρόνο μεταξύ κρούσεων, (της τάξης του 10^{-12} s), καθώς και ίδιο χρόνο ζωής, τ_p=τ_n=2.5 μs, (από την διέγερση-δημιουργία, μέχρι της επανασύνδεση) των φορέων μειονότητας. Θεωρείστε ότι το πηλίκο των ενεργών μαζών αγωγιμότητας είναι όσο και το πηλίκο των ενεργών μαζών πυκνότητας καταστάσεων. Η επαφή κατασκευάζεται νοθεύοντας τις περιοχές n και p, με προσμίξεις συγκεντρώσεων N_D=5x10^{15} cm^{-3}, N_A=1.5x$10^{16}$$cm^{-3}$ αντίστοιχα, οι οποίες θεωρούνται ολικά ιονισμένες. **(α)** Να υπολογιστεί η ενεργός πυκνότητα καταστάσεων για τις ζώνες σθένους (N_V) και αγωγιμότητας (N_C). **(β)** Να σχεδιαστεί το ενεργειακό διάγραμμα της επαφής, σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας, ($E_{i(p)}$-E_F, E_F-$E_{i(n)}$, δυναμικό επαφής). **(γ)** Να υπολογιστεί το εύρος της περιοχής απογύμνωσης (άντλησης), σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας. **(δ)** Να υπολογιστεί το ρεύμα που διαρρέει την επαφή όταν είναι πολωμένη ευθέως με τάση 0.5 V.

Λύση

(α) Θα προσδιορίσουμε τις N_C, N_V, υπολογίζοντας το γινόμενό τους και το πηλίκο τους, ως εξής:

$$n_i^2 = N_C N_V e^{-\frac{E_g}{kT}} \Rightarrow N_C N_V = n_i^2 e^{\frac{E_g}{kT}} = 2.25\times10^{20}\, cm^{-6} e^{\frac{1170}{25}} \Rightarrow N_C N_V = 4.76\times10^{40}\, cm^{-6} \quad (1)$$

επίσης

$\frac{N_C}{N_V} = \left(\frac{m_e^*}{m_h^*}\right)$, αλλά $\frac{\mu_h}{\mu_e} = \frac{e\tau_h/m_h^*}{e\tau_e/m_e^*}$, όπου οι μέσοι ελεύθεροι χρόνοι μεταξύ κρούσεων, (της τάξης του 10^{-12} s) είναι ίσοι ($\tau_h = \tau_e$), σύμφωνα με την εκφώνηση, οπότε $\left(\frac{m_e^*}{m_h^*}\right)^{3/2} = \left(\frac{\mu_h}{\mu_e}\right)^{3/2}$ και, τελικά, $\frac{N_C}{N_V} = \left(\frac{\mu_h}{\mu_e}\right)^{3/2} \Rightarrow N_C = 0.19 N_V$ (2)

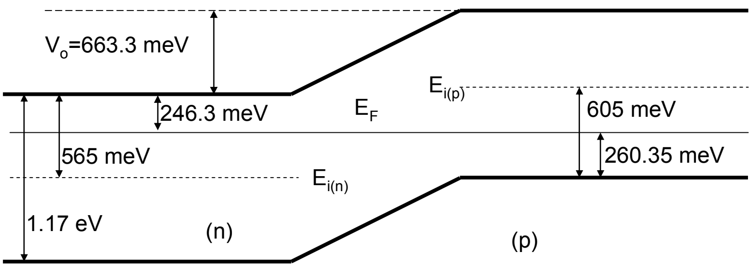
Από τις (1) και (2) παίρνουμε : $N_C = 5\times10^{20}\, cm^{-3}$ και $N_V = 9.5\times10^{19}\, cm^{-3}$

(β) $V_0 = \frac{kT}{q}\ln\left[\frac{N_A N_D}{n_i^2}\right] = \frac{25 m\cancel{e}V}{\cancel{e}}\ln\left[\frac{7.5\times10^{31}}{2.25\times10^{20}}\right] \Rightarrow V_0 = 663.3\, mV$

Επίσης: $E_C - E_{F_{(n)}} = kT\ln\left(N_C / n_n\right) \Rightarrow E_C - E_{F_{(n)}} = 246.3\, meV$

και $E_{F_{(n)}} - E_V = kT\ln\left(N_V / p_p\right) \Rightarrow E_{F_{(n)}} - E_V = 260.35\, meV$

ενώ $E_{F_{(i)}} = \frac{E_g}{2} + \frac{3}{4}kT\ln\left(\frac{m_h^*}{m_e^*}\right) \Rightarrow E_{F_{(i)}} = \frac{E_g}{2} + 20\, meV$



(γ) Πλάτος της περιοχής απογύμνωσης

$$w=\sqrt{2\frac{\varepsilon_e\varepsilon_0}{q}\left(\frac{1}{N_A}+\frac{1}{N_D}\right)}=\sqrt{2\frac{10\times 8.85\times 10^{-14}\,\frac{F}{cm}\,663.3\,mV}{1.6\times 10^{-19}\,C}\left(\frac{1}{1.5\times 10^{16}}+\frac{1}{5\times 10^{15}}\right)cm^3}\Rightarrow w=0.4\,\mu m$$

(δ) Για τον υπολογισμό του ρεύματος πρέπει να υπολογιστεί η τιμή της πυκνότητας ρεύματος κορεσμού $J_s=|e|\left[p_{n_0}\sqrt{\frac{D_{p_n}}{\tau_{p_n}}}+n_{p_0}\sqrt{\frac{D_{n_p}}{\tau_{n_p}}}\right]$

Υπολογίζουμε τις συγκεντρώσεις των φορέων μειονότητας, σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας :

$$p_{n_0}n_{n_0}=n_i^2\Rightarrow p_{n_0}=\frac{n_i^2}{n_{n_0}}=\frac{n_i^2}{N_D}\qquad \text{και}\qquad n_{p_0}p_{p_0}=n_i^2\Rightarrow n_{p_0}=\frac{n_i^2}{p_{p_0}}=\frac{n_i^2}{N_A}$$

καθώς και τους συντελεστές διάχυσης (συναρτήσει των συντελεστών ευκινησίας, από την σχέση του Einstein)

$$\frac{D}{\mu}=\frac{kT}{e}\Rightarrow D=\mu\frac{25\,m\cancel{e}V}{\cancel{e}}\Rightarrow\begin{cases}D_{p_n}=12.5\dfrac{cm^2}{s}\\ D_{n_p}=37.5\dfrac{cm^2}{s}\end{cases}$$

Οπότε:

$$J_s=|e|n_i^2\left[\frac{1}{N_D}\sqrt{\frac{D_{p_n}}{\tau_{p_n}}}+\frac{1}{N_A}\sqrt{\frac{D_{n_p}}{\tau_{n_p}}}\right]=$$

$$=|e|4.48\times 10^{18}cm^{-6}\left[\frac{1}{5\times 10^{15}cm^{-3}}\sqrt{\frac{12.5\,cm^2}{2.5\times 10^{-6}s^2}}+\frac{1}{1.5\times 10^{16}cm^{-3}}\sqrt{\frac{37.5\,cm^2}{2.5\times 10^{-6}s^2}}\right]=5.46\times 10^{-13}\frac{A}{cm^2}$$

και το ρεύμα κορεσμού $I_S=J_SA=5.46\times 10^{-13}\dfrac{A}{cm^2}\times 0.1mm^2=5.46\times 10^{-16}A$

Για την συγκεκριμένη τιμή, 0.5 V, της ευθείας πόλωσης, το ρεύμα γίνεται

$$I(V)=5.46\times 10^{-16}A\left[e^{\frac{500\,meV}{25\,meV}}-1\right]=0.27\,\mu A$$

6. Θεωρείστε γνωστό ότι σε έναν ημιαγωγό με συγκέντρωση προσμίξεων τύπου n ίση με N_d, η συγκέντρωση ιονισμένων δοτών, (σε χαμηλές θερμοκρασίες, όπου $k_B T << |E_F - E_d|$), δίδεται από τη σχέση $N_d^+ \approx \dfrac{N_d}{2\exp\left[\dfrac{(E_F - E_d)}{k_B T}\right]}$, όπου E_F το επίπεδο Fermi και E_d η στάθμη ενέργειας δοτών, με αναφορά την ανώτατη ενέργεια της στάθμης σθένους. Συνδυάζοντας τη σχέση αυτή με το γεγονός ότι, στην ίδια περιοχή χαμηλών θερμοκρασιών, $n_i << N_d^+/2$, να υπολογίσετε : **(α)** τη συγκέντρωση ηλεκτρονίων (n), και **(β)** το επίπεδο Fermi (E_F), συναρτήσει της θερμοκρασίας και των N_c, N_d, E_c, E_d. **(γ)** Σε ποιά τιμή τείνει, για την παραπάνω περίπτωση, το επίπεδο Fermi, στο όριο $T \to 0$;

Λύση

Σύμφωνα με την προσέγγιση της εκφώνησης του προβλήματος $N_D^+ \approx \dfrac{N_D}{2e^{\frac{E_F - E_D}{kT}}}$ (1)

Η συνθήκη ουδετερότητας του συστήματος, σε συνδυασμό με το νόμο δράσης των μαζών δίνει:

$$\left.\begin{array}{r} p + N_D^+ - n = 0 \\ p = n_i^2 / n \end{array}\right\} \Rightarrow n - N_D^+ - \left(n_i^2 / n\right) = 0 \Rightarrow n^2 - N_D^+ n - n_i^2 = 0$$

με φυσικώς αποδεκτή λύση την $n = \dfrac{1}{2}\left[N_D^+ + \sqrt{N_D^{+2} + 4n_i^2}\right] = \dfrac{N_D^+}{2} + \sqrt{\left(\dfrac{N_D^+}{2}\right)^2 + n_i^2}$

Επειδή, στην περιοχή χαμηλών θερμοκρασιών, ισχύει $n_i << \left(N_D^+ / 2\right)$, η προηγούμενη σχέση δίνει $n \approx N_D^+$, οπότε από (1): $n = \dfrac{N_D}{2e^{\frac{E_F - E_D}{kT}}}$ (2) αλλά γενικά ισχύει $n = \dfrac{N_C}{e^{\frac{E_C - E_F}{kT}}}$ (3)

Πολλαπλασιάζοντας τις (2) και (3) : $n^2 = \dfrac{N_C N_D}{2}\dfrac{1}{e^{\frac{E_C - E_D}{kT}}} \Rightarrow n = \sqrt{\dfrac{N_C N_D}{2}}e^{-\frac{E_C - E_D}{2kT}}$

(β) Για τον υπολογισμό της E_F συνδυάζουμε την τελευταία (προσεγγιστική) με την, (γενικώς ισχύουσα), σχέση (3), εξισώνοντας τα δεύτερα μέλη και λύνοντας ως προς E_F:

$$E_F = \frac{E_C + E_D}{2} + \frac{kT}{2}\ln\left(N_D / 2N_C\right)$$

(γ) Στο όριο $T \to 0$ παίρνουμε $E_F(T \to 0) \to \dfrac{E_C + E_D}{2}$.

Γενικά, όμως, επειδή $N_D < 2N_C$, η στάθμη Fermi είναι χαμηλότερη από το όριο $E_F \to \dfrac{E_C + E_D}{2}$ αλλά, (στις περισσότερες των περιπτώσεων), και από την ενεργειακή στάθμη των δοτών.