

**ΣΧΟΛΗ ΕΜΦΕ – ΤΟΜΕΑΣ ΦΥΣΙΚΗΣ**  
**Ημιαγωγοί και Ημιαγώγιμες Δομές (7<sup>ο</sup> Εξάμηνο Σπουδών)**

2<sup>η</sup> Σειρά Ασκήσεων  
 Ι. Σ. Ράπτης

30/11/07  
**Επιστροφή μέχρι 14/12/07**

1. Δίδονται τα παρακάτω δύο ημιαγώγιμα υλικά, (αντιπροσωπευτικά των κυβικών ημιαγωγών τύπου V και II-VI, αντίστοιχα), καθώς και οι αντίστοιχες παράμετροι, (τιμή και τύπος ενεργειακού χάσματος, πλεγματική σταθερά, σχετική διηλεκτρική σταθερά, και ενεργές μάζες ηλεκτρονίων-οπών).

Υλικό	Ενεργειακό Χάσμα Αμεσο(A)/Εμμεσο(E) [eV]	Πλεγματική Σταθερά [A <sup>ο</sup> ]	Σχετική Διηλ/κή Σταθερά	Ενεργός Μάζα οπών (m <sub>lh</sub> /m <sub>hh</sub> ) [m <sub>0</sub> ]	Ενεργός Μάζα ηλεκτρονίων (m <sub>⊥</sub> / m <sub>  </sub> ) [m <sub>0</sub> ]
Ge	0,74 / (E)	5,66	16	0,04 / 0,30	0,08 / 1,60
ZnSe	2,82 (A)	6,67	7	0,50 / 0,75	0,15 / 0,15

α) Σχολιάστε το γεγονός ότι η εγκάρσια (m<sub>⊥</sub>) και η διαμήκης (m<sub>||</sub>) ενεργός μάζα ηλεκτρονίων, του ZnSe, είναι ίσες, αντίθετα από το Ge. Τι μορφή έχουν και πού βρίσκονται, (ως προς το κέντρο της ζώνης Brillouin), οι ισοενεργειακές επιφάνειες των ηλεκτρονίων που καταλαμβάνουν τον πυθμένα της ζώνης αγωγιμότητας, στα δύο αυτά υλικά; Σχεδιάστε τα ενεργειακά διαγράμματα στον αντίστροφο χώρο, κατ' εκτίμηση.

β) Να υπολογιστεί η «μέση ενεργός μάζα», [m<sub>e</sub>=(m<sub>||</sub>m<sub>⊥</sub><sup>2</sup>)<sup>1/3</sup>], για τα ηλεκτρόνια των δύο υλικών, καθώς και η απόσταση πλησιεστέρων γειτόνων, ( Ge-Ge), και (Zn-Se), αντίστοιχα.

γ) Να υπολογιστούν οι ενεργειακές στάθμες δοτών E<sub>D</sub> σε καθένα από αυτά τα υλικά, καθώς και οι αντίστοιχες ακτίνες Bohr. Σχεδιάστε τα ενεργειακά διαγράμματα στον ευθύ χώρο, κατ' εκτίμηση.

δ) Συγκρίνοντας: τις αποστάσεις πλησιεστέρων γειτόνων, του ερωτήματος (β) και τις ακτίνες Bohr, του ερωτήματος (γ), σχολιάστε το βαθμό αξιοπιστίας για τις ενεργές στάθμες δοτών που υπολογίστηκαν στο ερώτημα (γ).

ε) Εκτιμήστε, για ένα από τα δύο υλικά, (κατά προτίμηση εκείνο για το οποίο το ημικλασσικό μοντέλο του Bohr ισχύει καλύτερα, σύμφωνα με το ερώτημα (δ)), την κρίσιμη συγκέντρωση δοτών (≈ τάξη μεγέθους) πάνω από την οποία η διάκριτη στάθμη των προσμείξεων μετατρέπεται σε ζώνη, λόγω αλληλεπικάλυψης των κυματοσυναρτήσεων των ηλεκτρονίων γειτονικών δοτών.

**[Υπόδειξη για το (β):** Θεωρείστε το κάθε υλικό ως συνεχές διηλεκτρικό μέσο και χρησιμοποιείτε: τα δεδομένα του Πίνακα, την ενεργό μάζα του ερωτήματος (β), και το ημικλασσικό μοντέλο του Bohr, σύμφωνα με το οποίο, για ένα μονοηλεκτρονιακό άτομο στο κενό, E<sub>n</sub>=(m<sub>e</sub>e<sup>4</sup>)/(8ε<sub>0</sub><sup>2</sup>h<sup>2</sup>n<sup>2</sup>)=(13.6 eV)/n<sup>2</sup>, r<sub>n</sub>=(ε<sub>0</sub>h<sup>2</sup>)n<sup>2</sup>/(πm<sub>e</sub>e<sup>2</sup>)=(0.5 A<sup>ο</sup>)n<sup>2</sup> ]

2. Κρύσταλλος πυριτίου νοθεύεται με προσμίξεις αρσενικού, σε συγκέντρωση 10<sup>17</sup> (άτομα As)/cm<sup>2</sup>. Να υπολογιστεί η στάθμη Fermi σε θερμοκρασίες, α) δωματίου (300 K), β) υγρού αζώτου (77 K), γ) υγρού ηλίου (4K), με βάση τη συνθήκη ουδετερότητας, στη μη-προσεγγιστική της έκφραση. (Υπόδειξη: Σχεδιάστε, με τη βοήθεια υπολογιστή, συναρτήσεως της μεταβλητής E<sub>F</sub>, την συνάρτηση συνολικού φορτίου Q = p + N<sub>D</sub><sup>+</sup> - n - N<sub>A</sub><sup>-</sup>, και προσδιορίστε την τιμή της μεταβλητής για την οποία η συνάρτηση φορτίου Q μηδενίζεται). δ) Να υπολογιστούν τα ποσοστά ιονισμού των προσμίξεων, σε κάθε περίπτωση. ε) Να σχολιασθεί η συνέπεια των απαντήσεων στα ερωτήματα α-δ, αν αυτά προέκυπταν με βάση την σχέση που προϋποθέτει τον ολικό ιονισμό.

3. α) Υπολογίστε το επίπεδο Fermi, σε θερμοκρασία δωματίου, για τρία δείγματα πυριτίου (Si) εμπλουτισμένα με προσμίξεις φωσφόρου (P) με συγκεντρώσεις  $10^{15}$  άτομα/cm<sup>3</sup>,  $10^{17}$  άτομα/cm<sup>3</sup>,  $10^{19}$  άτομα/cm<sup>3</sup>, αντίστοιχα, υποθέτοντας πλήρη ιονισμό των προσμείξεων. β) Χρησιμοποιείτε τις τιμές που υπολογίσατε, στο προηγούμενο ερώτημα, για το επίπεδο Fermi του καθενός δείγματος, και ελέγξτε κατά πόσο η υπόθεση του ολικού ιονισμού ευσταθεί, κατά περίπτωση.

4. α) Στο πλαίσιο του απλού μοντέλου ενός υδρογονειδούς ατόμου του Bohr, για μία πρόσμειξη από την στήλη V του περιοδικού Πίνακα, (όπως το αρσενικό), σε ένα μονοστοιχειακό ημιαγωγίμο υλικό από την στήλη IV του περιοδικού συστήματος, (όπως το πυρίτιο), το ημιαγωγίμο υλικό αντιμετωπίζεται ως ένα συνεχές διηλεκτρικό μέσο. Να αναφέρετε αν η ενέργεια της ενδοχασματικής κατάστασης της πρόσμειξης εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά της πρόσμειξης, από τα χαρακτηριστικά του ημιαγωγίμου υλικού που την φιλοξενεί, ή και από τα δύο, και να γράψετε την σχέση που υποστηρίζει τον ισχυρισμό σας. β) Στον παρακάτω πίνακα, θεωρήστε ότι κάθε κενό τετράγωνο αντιστοιχεί στο σύστημα «ημιαγωγός-πρόσμειξη», που ορίζουν οι συντεταγμένες του, και συνδέστε με ευθείες γραμμές, (οριζόντιες, κατακόρυφες ή διαγώνιες, κατά περίπτωση), τα κενά τετράγωνα που χαρακτηρίζονται από την ίδια ενδοχασματική ενέργεια δοτών,

	Ημιαγωγός	
Πρόσμειξη	Ge	Si
As		
P		

γ) Αν υποθέσουμε ότι δύο ημιαγωγίμο υλικά, όπως τα Si και Ge, έχουν περίπου ίδιες τιμές πλεγματικής σταθεράς και περίπου ίδιες τιμές για την ενεργό μάζα των ηλεκτρονίων, αλλά διαφορετικές τιμές σχετικής διηλεκτρικής σταθεράς, ( $\epsilon_r(\text{Si})=12$ ,  $\epsilon_r(\text{Ge})=16$ ), να αναφέρετε για ποιο υλικό περιμένετε να ισχύει καλύτερα το παραπάνω μοντέλο (βλ. Ερώτημα (α))

δ) Ενας στοιχειακός ημιαγωγός, όπως οι παραπάνω, έχει πυκνότητα ενδογενών ηλεκτρονίων, σε θερμοκρασία δωματίου,  $n_i=10^{11}$  cm<sup>-3</sup>. Στον ημιαγωγό αυτόν προσθέτουμε ομοιόμορφα κατανεμημένες προσμίξεις, τύπου «δότες», με συγκέντρωση,  $N_D=3 \times 10^{16}$  cm<sup>-3</sup>, και τύπου «αποδέκτες», με συγκέντρωση  $N_A=8 \times 10^{16}$  cm<sup>-3</sup>. Να υπολογισθούν, σε θερμοκρασία δωματίου, οι συγκεντρώσεις ηλεκτρονίων (n) και οπών (p), καθώς και η διαφορά  $E_F-E_V$ , του επιπέδου Fermi από την κορυφή της ζώνης σθένους, αν το ενεργειακό χάσμα του υλικού είναι 0.8 eV, και οι ενεργές μάζες πυκνότητας καταστάσεων είναι  $m_n^*=m_0$  και  $m_p^*=0.5m_0$ ,

5. Θεωρήστε γνωστό ότι η συγκέντρωση ατόμων πυριτίου, σε έναν καθαρό κρύσταλλο πυριτίου είναι  $5 \times 10^{22}$  cm<sup>-3</sup>, η πυκνότητα ενδογενών φορέων σε θερμοκρασία δωματίου  $n_i=1.45 \times 10^{10}$  cm<sup>-3</sup>, ενώ οι κινητικότητες ηλεκτρονίων και οπών είναι  $\mu_e=1350$  cm<sup>2</sup>V<sup>-1</sup>s<sup>-1</sup> και  $\mu_h=450$  cm<sup>2</sup>V<sup>-1</sup>s<sup>-1</sup>, αντίστοιχα.

α) Δείξτε ότι, τόσο στην περίπτωση προσμείξεων τύπου n, (με συγκέντρωση  $N_D$ ), όσο και (ανεξάρτητα) στην περίπτωση προσμείξεων τύπου p, (με συγκέντρωση  $N_A$ ), μπορεί να προσδιορισθεί κατάλληλη συγκέντρωση προσμείξεων, ( $N_{D,κρίσιμη} = ;$  , ή  $N_{A,κρίσιμη} = ;$  , αντίστοιχα), για την οποία το υλικό παρουσιάζει ελάχιστη αγωγιμότητα. Ποιά είναι η τιμή της ελάχιστης αγωγιμότητας στις δύο περιπτώσεις;

β) Να υπολογιστεί η αντίσταση ενός κύβου  $1 \times 1 \times 1$  cm<sup>3</sup> πυριτίου σε θερμοκρασία δωματίου όταν είναι: β<sub>1</sub>) απολύτως καθαρός, β<sub>2</sub>) όταν έχει προσμίξεις αρσενικού (As:

της στήλης V του περιοδικού συστήματος), σε αναλογία ατόμων  $1/10^9$ ,  $\beta_3$ ) όταν έχει προσμίξεις βορίου (B: της στήλης III του περιοδικού συστήματος), στην ίδια αναλογία ατόμων  $1/10^9$ , ως προς το πυρίτιο.

γ) Η προσθήκη προσμίξεων αυξάνει πάντοτε την αγωγιμότητα ενός ημιαγωγού, ή όχι, και γιατί;

[Σε όλους τους υπολογισμούς να θεωρηθεί ότι οι προσμίξεις έχουν υποστεί ολικό ιονισμό]

6. α) Υποθέστε ότι οι ενεργές μάζες πυκνότητας καταστάσεων ηλεκτρονίων και οπών του πυριτίου (Si) και του γερμανίου (Ge) είναι της ίδιας τάξης μεγέθους, τα ενεργειακά τους χάσματα είναι 1.17eV και 0.66eV, αντίστοιχα, και η ενδογενής συγκέντρωση φορέων του πυριτίου, σε θερμοκρασία δωματίου είναι  $n_i=1.5 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ . Εξηγήστε γιατί προσμείξεις Sb, σε συγκέντρωση  $10^{12} \text{ cm}^{-3}$ , καθιστούν, σε θερμοκρασία 300K, ημιαγωγό τύπου n το πυρίτιο αλλά όχι το γερμάνιο. β) Υποθέστε ότι έχετε επαφή p-n πυριτίου με συγκεντρώσεις ολικά ιονισμένων προσμείξεων  $N_A$  και  $N_D$ , αντίστοιχα σε κάθε πλευρά. Εκφράστε την τάση επαφής συναρτήσει, του ενεργειακού χάσματος  $E_g$ , των συγκεντρώσεων  $N_A$  και  $N_D$ , των ενεργών μαζών  $m_n^*$  και  $m_p^*$ , των παγκοσμίων σταθερών  $e$  (φορτίο ηλεκτρονίου),  $k$  (σταθερά του Boltzmann) και  $h$  (σταθερά του Planck), και της θερμοκρασίας  $T$ .

7. Ο λεγόμενος νόμος δράσης των μαζών,  $np=n_i^2=N_V N_C \exp(-E_g/kT)$ , ισχύει ανεξάρτητα από την προέλευση (ενδογενή ή εξωγενή) των ηλεκτρονίων και των οπών, με συγκεντρώσεις  $n$  και  $p$ , αντίστοιχα. α) Να υπολογίσετε τις ενδογενείς συγκεντρώσεις ηλεκτρονίων και οπών στο ομογενές πυρίτιο, σε θερμοκρασία 600K, οπότε το ενεργειακό του χάσμα έχει μειωθεί στο 1eV. β) Να υπολογίσετε τις συγκεντρώσεις φορέων, για πυρίτιο με ομογενείς προσμείξεις δοτών και αποδεκτών, σχεδόν ολικά ιονισμένων, ( $N_D \approx N_D^+$ , και  $N_A \approx N_A^+$ , αντίστοιχα) όπου  $N_D - N_A = \Delta n = (5 \times 10^{16} - 1 \times 10^{16}) \text{ cm}^{-3}$ . γ) Να υπολογίσετε την τιμή της στάθμης Fermi, σε θερμοκρασία 600K, ως προς το μέγιστο της ζώνης αγωγιμότητας, για τις περιπτώσεις (α) και (β), αντίστοιχα.

Δίδονται, για το πυρίτιο σε θερμοκρασία δωματίου ( $kT \approx 26 \text{ meV}$ ):

Ενεργειακό χάσμα = 1.1 eV, Ενεργές πυκνότητες κβαντικών ενεργειακών καταστάσεων: (Ζώνη Σθένους) =  $1 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ , (Ζώνη Αγωγιμότητας) =  $2.4 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ ,