

# **Κβαντομηχανική II**

## **Πρόχειρες σημειώσεις του μαθήματος**

**Κωνσταντίνος Φάρακος,**  
Αν. Καθηγητής  
Τομέας Φυσικής  
Σχολή Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών  
Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

26 Ιανουαρίου 2011



<b>1</b>	<b>Θεμελίωση της κβαντομηχανικής</b>	<b>1</b>
1.1	Γραμμικοί διανυσματικοί χώροι . . . . .	1
1.1.1	Ευκλείδειος τριδιάστατος χώρος, Υπόδειγμα ενός Γραμμικού Διανυσματικού χώρου . . . .	1
1.1.2	Ο Διανυσματικός Χώρος των τετραγωνικά ολοκληρώσιμων κυματοσυναρτήσεων . . . . .	2
1.2	Τελεστές . . . . .	3
1.2.1	Ιδιότητες των Ερμιτιανών Τελεστών . . . . .	5
1.2.2	Δύο προτάσεις για τη σύνδεση μεταξύ Πειράματος και Θεωρίας . . . . .	6
1.3	Βασικές Στατιστικές Έννοιες . . . . .	8
1.3.1	Μέση τιμή . . . . .	8
1.3.2	Συνεχής Κατανομή, Πυκνότητα Πιθανότητας . . . . .	8
1.3.3	Διασπορά $(\Delta A)^2$ και Τυπική Απόκλιση $\Delta A$ . . . . .	8
1.3.4	Στατιστικές Ροπές . . . . .	9
1.4	Εξίσωση του Schrödinger . . . . .	9
1.4.1	Λύση της Εξίσωσης του Schrödinger . . . . .	11
1.4.2	Στατιστική ερμηνεία της Κυματοσυνάρτησης . . . . .	11
1.4.3	Ιδιότητες των Κυματοσυναρτήσεων . . . . .	12
1.4.4	Εξίσωση του Schrödinger για περισσότερα από ένα σωματία . . . . .	16
1.5	Μεταθετικές Ιδιότητες Τελεστών . . . . .	17
1.6	Χρονική Μεταβολή της Μέσης Τιμής - Διατήρηση Φυσικών Μεγεθών . . . . .	22
1.7	Συνεχές Φάσμα Ιδιοτιμών - Συνάρτηση $\delta$ του Dirac . . . . .	26
1.7.1	Αναπαραστάσεις των συναρτήσεων $\delta$ -Dirac . . . . .	27
1.7.2	Ιδιότητες της $\delta$ -συνάρτησης . . . . .	27
1.7.3	Αναπαράσταση κυματοσυναρτήσεων και τελεστών στο χώρο των ορμών . . . . .	28
1.8	Συμβολισμός Dirac . . . . .	29
1.8.1	Ανάπτυξη Κυματοσυνάρτησης σε ένα πλήρες ορθοκανονικό σύστημα συναρτήσεων . . . . .	30
1.8.2	Ανισότητα του Schwartz . . . . .	30
1.8.3	Ορθογωνιοποίηση Schmidt . . . . .	31
1.8.4	Τελεστές, Γραμμικοί Μετασχηματισμοί . . . . .	31
1.8.5	Ιδιότητες των Μοναδιαίων Τελεστών . . . . .	33
1.8.6	Αναπαράσταση Γραμμικών Τελεστών με Πίνακες . . . . .	33
1.8.7	Πρόβλημα των Ιδιοτιμών . . . . .	34
<b>2</b>	<b>Εφαρμογές της εξίσωσης Schrödinger- Μονοδιάστατα προβλήματα</b>	<b>37</b>
2.1	Συνεχές Ενεργειακό Φάσμα . . . . .	37
2.1.1	Ελεύθερο Σωματίο . . . . .	37
2.1.2	Ορθογώνιο Σκαλοπάτι Δυναμικού . . . . .	40
2.1.3	Φαινόμενο Σήραγγας . . . . .	44
2.2	Διακριτό Φάσμα . . . . .	50
2.2.1	Δυναμικό Τετραγωνικού Πηγαδιού Απείρου Βάθους . . . . .	50
2.2.2	Τετραγωνικό πηγάδι Δυναμικού πεπερασμένου βάθους . . . . .	52

2.2.3	Πηγάδι δυναμικού συνάρτησης δέλτα . . . . .	55
2.3	Μονοδιάστατος Αρμονικός Ταλαντωτής . . . . .	56
2.3.1	Αναλυτική λύση, πολυώνυμα Hermite . . . . .	57
2.3.2	Τελεστές Δημιουργίας και Καταστροφής . . . . .	61
<b>3</b>	<b>Θεωρία διαταραχών</b>	<b>67</b>
3.1	Διαταραχή μη εκφυλισμένων καταστάσεων . . . . .	67
3.1.1	Τοποθέτηση του προβλήματος . . . . .	67
3.1.2	Διαταραχή πρώτης τάξης . . . . .	69
3.1.3	Διαταραχή δεύτερης τάξης . . . . .	69
3.1.4	Εφαρμογές . . . . .	71
3.2	Διαταραχή εκφυλισμένων καταστάσεων . . . . .	72
3.3	Θεωρία διαταραχών εξαρτώμενη από το χρόνο . . . . .	76
3.3.1	Προσεγγιστικός υπολογισμός της πιθανότητας μετάβασης διαταρακτικά σε πρώτης τάξης προσέγγιση, διακριτό φάσμα . . . . .	77
<b>4</b>	<b>Δυναμικό Coulomb- Λύση της εξίσωσης του Schrödinger</b>	<b>79</b>
4.1	Κλασσική μηχανική - το πρόβλημα των δύο σωμάτων . . . . .	79
4.2	Κβαντική μηχανική - το πρόβλημα των δύο σωμάτων . . . . .	81
4.3	Χωρισμός μεταβλητών . . . . .	81
4.4	Σφαιρικές αρμονικές . . . . .	83
4.5	Λύση της ακτινικής εξίσωσης - Ενεργειακές ιδιοτιμές . . . . .	86
<b>5</b>	<b>Τροχιακή Στροφορμή - spin- Πρόσθεση στροφορμών</b>	<b>91</b>
5.1	Οι συνιστώσες του Τελεστή της Τροχιακής Στροφορμής σε Σφαιρικές Συντεταγμένες . . . . .	91
5.2	Αλγεβρικός υπολογισμός των ιδιοτιμών του τελεστή της στροφορμής . . . . .	94
5.3	Αναπαράσταση των τελεστών της στροφορμής με πίνακες . . . . .	97
5.3.1	Υπολογισμός των ιδιοσυναρτήσεων για ακέραια τιμή $j = l$ της στροφορμής . . . . .	98
5.4	Spin . . . . .	99
5.5	Πρόσθεση στροφορμών . . . . .	105
5.5.1	Πρόσθεση δύο spin1/2 . . . . .	108