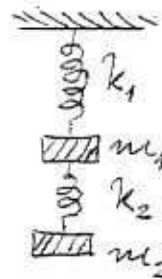


ΣΕΜΦΕ ΕΜΠ
ΕΠΙΣΤΗΜΟΛΟΓΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΗ ΦΥΣΙΚΗ ΙΙΙ

30 Σεπτεμβρίου 2006 Διάρκεια 2,5 ώρες

Βιβλία, σημειώσεις, κινητά τηλέφωνα: κλειστά. Δίνεται επαρκές τυπολόγιο.

Διδάσκοντες: Η. Κατσούφης (Α - Λ), Ε. Φωκίτης (Μ - Ω)



Θέμα 1° Το σύστημα του σχήματος αποτελείται από δύο σώματα με ίσες μάζες, $m_1 = m_2 = m$, συζευγμένες με ελατήρια σταθεράς $k_1 = k$ και $k_2 = 2k$. Θεωρούμε ότι τα σώματα κινούνται μόνο κατά τη διεύθυνση του πεδίου βαρύτητας.

- α) Γράψτε τη διαφορική εξίσωση κίνησης κάθε σώματος. (10)
β) Υπολογίστε τις συχνότητες των κανονικών τρόπων ταλάντωσης. (Υπόδειξη: Να γίνει πρώτα ένας γραμμικός μετασχηματισμός των συντεταγμένων θέσης για να απαλειφθεί ο σταθερός όρος από τις εξισώσεις) (15)

Θέμα 2° Δύο επιφανειακά εγκάρσια κύματα $A \sin[k(x - vt)]$ και $A \sin[k(y - vt)]$ διαδίδονται κατά μήκος μιάς απεριόριστης τεντωμένης μεμβράνης.

- α) Ποιά είναι η διεύθυνση διάδοσης του συνισταμένου κύματος, η φασική του ταχύτητα και το μήκος κύματος; (15)
β) Βρείτε τα σημεία της μεμβράνης που παραμένουν διαρκώς ακίνητα. (10)

Θέμα 3° Ελαστικό αλλά μη εκτατό ομοιόμορφο καλώδιο μήκους L και μάζας M κρέμεται ελεύθερα από την οροφή ενός δωματίου.

- α) Δείξτε ότι η ταχύτητα ενός εγκάρσιου παλμού (που διαδίδεται προς τα κάτω) ως συνάρτηση της θέσης κατά μήκος του καλωδίου είναι $v(x) = [(L-x)g]^{1/2}$, όπου x είναι η απόσταση από το ανώτερο άκρο του καλωδίου. (10)
β) Υπολογίστε το χρόνο που θα χρειαστεί ο παλμός αυτός για να διατρέξει κατερχόμενος όλο το μήκος του σχοινιού. (15)

Θέμα 4° Α) Διάταξη λέιζερ εκπέμπει κατά τη διεύθυνση $+z$ συνεχές φως γραμμικά πολωμένο κατά τη διεύθυνση x , ισχύος $6,0 \text{ mW}$ και μήκους κύματος $\lambda = 700 \text{ nm}$. Η δέσμη έχει κυκλική διατομή διαμέτρου 4 mm , και η μεταφερόμενη ισχύς κατανέμεται ομοιόμορφα στη διατομή της δέσμης. Να βρεθούν:

- α) Το πλάτος του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου του εκπεμπόμενου φωτός και να γραφούν τα δύο διανυσματικά πεδία τη χρονική στιγμή t στη θέση z . (5)
β) Το διάνυσμα Poynting και η ενέργεια που περιέχεται σε τμήμα της δέσμης μήκους $l \text{ m}$. (5)

β) Παρατηρούμε πάνω σε οθόνη τους κροσσούς συμβολής - περίθλασης που προκαλούνται από δύο ίδιες παράλληλες σχισμές, οι οποίες φωτίζονται με μονοχρωματικό φως μήκους κύματος $\lambda = 480 \text{ nm}$. Η οθόνη απέχει απόσταση 50 cm από το επίπεδο των σχισμών, το πλάτος της κάθε σχισμής είναι $0,02 \text{ mm}$ και τα κέντρα τους απέχουν μεταξύ τους $0,10 \text{ mm}$.

- α) Ποιά είναι η απόσταση μεταξύ των κέντρων των κροσσών ενισχυτικής συμβολής; (5)
β) Υπάρχει ελλείπουσα τάξη στους κροσσούς αυτούς; (5)
γ) Η διπλή γραμμή του νατρίου αποτελείται από δύο μήκη κύματος $\lambda_1 = 589,0 \text{ nm}$ και $\lambda_2 = 589,6 \text{ nm}$. Πόσος πρέπει να είναι ο ελάχιστος αριθμός χαραγών ενός περιθλαστικού φράγματος ώστε να διακρίνει αυτή τη διπλή γραμμή στην τρίτη φασματική τάξη; (5)

ΣΧΟΛΗ ΕΜΦΕ Ε.Μ.Π.
ΚΑΝΟΝΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΗ ΦΥΣΙΚΗ ΙΙΙ

6 Φεβρουαρίου 2006

Γράψτε τέσσερα από τα 5 ισοδύναμα θέματα. Επιλέξτε ένα από τα 1^ο και 2^ο.
Βιβλία, σημειώσεις, κινητά τηλέφωνα κλειστά. Δίνεται επαρκές τυπολόγιο.

Διάρκεια 2,5 ώρες

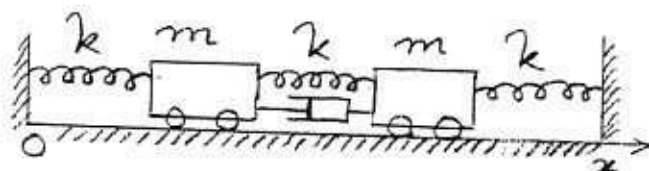
Διδάσκοντες: Η. Κατσούφης (Α- Λ) και Ε. Φωκίτης (Μ- Ω)

Θέμα 1^ο Μελετήστε τις συζευγμένες ταλαντώσεις ελαστικής χορδής με σταθερά άκρα και με N σφαιρίδια ίσης μάζας m , σε ίσες αποστάσεις a . Συγκεκριμένα:

A) Γράψτε την εξίσωση κίνησης της n -στής μάζας και δείξτε ότι, σε κανονικό τρόπο ταλάντωσης (ΚΤΤ), μεταξύ των πλατών απομάκρυνσης A_{n-1} , A_n και A_{n+1} τριών διαδοχικών σφαιριδίων $n-1$, n και $n+1$ ισχύει: $-A_{n-1} + (2 - ma\omega^2 / T)A_n - A_{n+1} = 0$ όπου ω η κυκλική συχνότητα του ΚΤΤ της χορδής, και T η τάση με την οποία τείνεται.

B) Αν $N=3$, βρείτε τους σχηματισμούς, δηλαδή τους λόγους των πλατών $A_1:A_2:A_3$ για καθένα από τους επιτρεπόμενους ΚΤΤ των τριών αυτών ίσων μαζών, ξεκινώντας από τη γενική σχέση πλατών που δόθηκε στο ερώτημα Α. (Υπόδειξη: Δεχθείτε ότι, κατ' αναλογία με τη συνεχή χορδή με σταθερά άκρα, τα πλάτη απομάκρυνσης μπορούν να εκφραστούν ως $A_n = C \sin(n\theta)$). Δείξτε πρώτα ότι $(A_{n-1} + A_{n+1}) / A_n = (\omega_0^2 - \omega^2) / \omega_0^2 = 2 \cos\theta$, όπου το θ παίρνει ορισμένη τιμή, που πρέπει να βρείτε, για κάθε ΚΤΤ, και $\omega_0^2 = T / ma$. Μην υπολογίσετε τις συχνότητες των ΚΤΤ).

Θέμα 2^ο Το μηχανικό σύστημα της εικόνας αποτελείται από δύο βαγόνια μάζας m που μπορούν να κινούνται χωρίς τριβή στο οριζόντιο δάπεδο, και συνδέονται μεταξύ τους και με το γειτονικό τους ακλόνητο τοίχωμα με ελατήρια ίδιας σταθεράς k . Τα βαγόνια υπόκεινται σε ένα μηχανισμό τριβής ο οποίος λειτουργεί έτσι, ώστε η δύναμη που εξασκεί στο κάθε βαγόνι να είναι ανάλογη της σχετικής ταχύτητας των δύο βαγονιών και να έχει το ίδιο πρόσημο με τη δύναμη που ασκεί το μεσαίο ελατήριο στο κάθε σώμα. Στη θέση ισορροπίας τα ελατήρια έχουν το φυσικό τους μήκος.

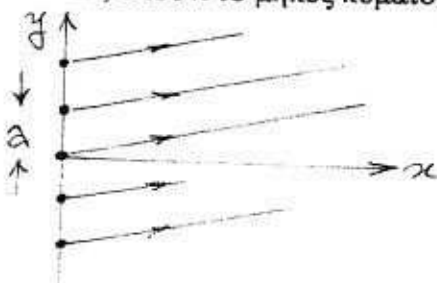


A) Γράψτε τις εξισώσεις κίνησης των δύο βαγονιών.

B) Βρείτε τις εκφράσεις οι οποίες μας δίνουν τις συχνότητες των κανονικών τρόπων ταλάντωσης, αν $r^2 \ll 4 km$.

Γ) Βρείτε τις στιγμιαίες απομακρύνσεις $x_1(t)$ και $x_2(t)$ των δύο βαγονιών, καθώς και την οριακή κίνηση του συστήματος των δύο βαγονιών, μετά την παρέλευση μεγάλου χρονικού διαστήματος.

Θέμα 3^ο Πέντε σημειακές πηγές σε γραμμική διάταξη εκπέμπουν σύμφωνη ακτινοβολία, κυκλικής συχνότητας ω και βρίσκονται σε διαδοχικές αποστάσεις $a = 2\lambda$, όπου λ το μήκος κύματος της ακτινοβολίας.



A) Βρείτε τις γωνιακές κατευθύνσεις ως προς την γραμμή που συνδέει τις πηγές, για τις οποίες έχουμε κύρια μέγιστα της έντασης, σε απόσταση $r \gg a$.

B) Σχεδιάστε χονδρικά την κατανομή της έντασης της ακτινοβολίας στο επίπεδο xy για αποστάσεις $r \gg a$, λαμβάνοντας υπόψη και τα δευτερεύοντα μέγιστα. Δικαιολογήστε το σχήμα.

Θέμα 4° Δύο εγκάρσια κύματα $A \sin k(x - vt)$ και $A \sin k(y - vt)$, όπου k το μέτρο των δύο κυματοδιανυσμάτων, διαδίδονται με ταχύτητα v κατά μήκος μιάς τεταμένης μεμβράνης, που εκτείνεται απεριόριστα στο επίπεδο xy. Να μελετηθεί η συνισταμένη κίνηση. Συγκεκριμένα:

- A) Ποιά είναι η διεύθυνση διάδοσης του προκύπτοντος διαμορφωμένου κύματος;
 B) Πόση είναι η ταχύτητα φάσης και το μήκος κύματος της επαλληλίας των δύο κυμάτων;
 Γ) Βρείτε τις θέσεις οι οποίες παραμένουν συνεχώς ακίνητες πάνω στη μεμβράνη, ενώ τα δύο κύματα διαδίδονται πάνω στην επιφάνειά της.

Θέμα 5° Γραμμικά πολωμένο επίπεδο ηλεκτρομαγνητικό κύμα διαδίδεται στο κενό κατά την διεύθυνση του άξονα των z, τα πεδία του \vec{E} και \vec{B} είναι αντίστοιχα κατά τη διεύθυνση των αξόνων των x και y, και είναι συναρτήσεις του κυματικού ορίσματος $w = z - ct$, όπου c είναι η ταχύτητα διάδοσης του κύματος, δηλ. $E = E(z - ct)$ και $B = B(z - ct)$. Χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις του Maxwell, δείξτε ότι $E = cB$, όταν δίνεται ότι $c = (\epsilon_0 \mu_0)^{-1/2}$.

$$e^{ix} = \cos x + i \sin x, \quad \cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right), \quad R = a \frac{\sin(N \frac{\delta}{2})}{\sin(\delta/2)}$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}, \quad v = \frac{\omega}{k}, \quad v_g = \frac{d\omega}{dk}, \quad \vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})$$

$$\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0 \Rightarrow x = \frac{-\beta \pm \sqrt{\beta^2 - 4\alpha\gamma}}{2\alpha}, \quad \vec{J} = \rho \vec{v}$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \rho / \epsilon_0, \quad \nabla \cdot \vec{B} = 0, \quad \nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \quad \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \vec{A} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix}, \quad \nabla \cdot \vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}, \quad I = cu$$

$$u(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \epsilon_0 \vec{E}^2 + \frac{1}{2\mu_0} \vec{B}^2, \quad Z_2 = \sqrt{Z_1 Z_3}$$

$$I \propto 4a^2 \cos^2 \frac{\delta}{2}, \quad \delta = k(r_2 - r_1), \quad \vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}, \quad m \ddot{x} = -s x - r \dot{x}$$

$$I(\theta) = I_s \frac{\sin^2 N\beta}{\sin^2 \beta}, \quad \beta = \frac{\pi f \sin \theta}{\lambda}, \quad I(\theta) = I_0 \frac{\sin^2 \alpha}{\alpha^2}, \quad \alpha = \frac{\pi d \sin \theta}{\lambda}$$

$$I(\theta) = I_0 \frac{\sin^2 \alpha}{\alpha^2} \frac{\sin^2 N\beta}{\sin^2 \beta}, \quad \frac{\lambda}{\Delta \lambda} = n N, \quad \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{T}{\rho} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

$$\Delta \phi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot 2\pi t \cos \theta, \quad f \sin \theta = n \lambda, \quad F = -T \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$