Αλληλεπιδράσεις

Γ. Τσιπολίτης

Φορτισμένα Σωματίδια

- Σωματίδιο μάζας m_o, ταχύτητας υ=βc "συγκρούεται" με ένα από τα ηλεκτρόνια. Η μέγιστη μεταφερόμενη ενέργεια είναι:

$$E_{max}^{kin} = \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{1 + 2\gamma \frac{m_e}{m_o} + \left(\frac{m_e}{m_o}\right)^2} = \frac{2m_e p^2}{m_o^2 + m_e^2 + 2m_e E / c^2}, \qquad \text{όπου } E = m_o \gamma c^2$$

για $m_0 \gg m_e$ και $2\gamma m_e / m_0 \ll 1 \Rightarrow E_{max}^{kin} = 2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2$

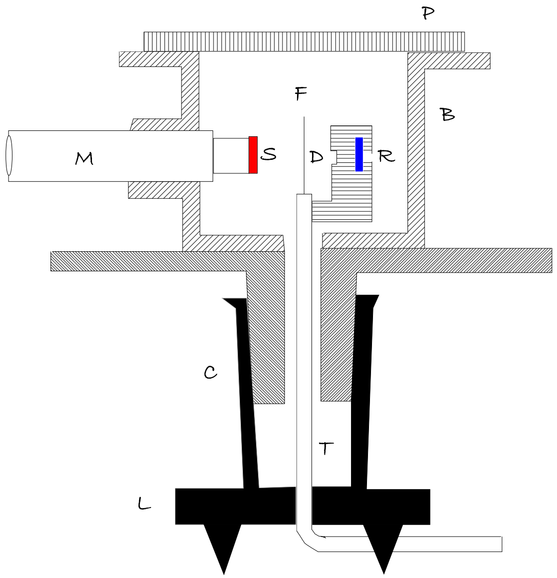
Για σχετικιστικό σωματίδιο ($E^{kin} \sim E \sim pc$):

$$E_{max}^{kin} = \frac{E^2}{E + m_o c^2 / 2m_e}$$

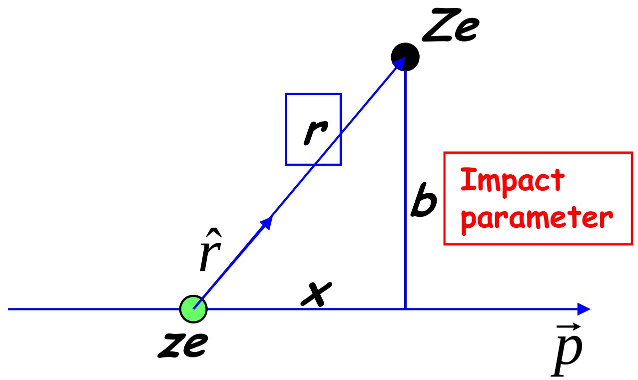
- μ – e : $$E_{max}^{kin} = \frac{E^2}{E + 11} \qquad (E \text{ σε GeV})$$

- e – e : $$E_{max}^{kin} = \frac{p^2}{E/c^2 + m_e} = \frac{E^2 - m_e^2 c^4}{E + m_e c^2} = E - m_e c^2$$

Σκέδαση Rutherford

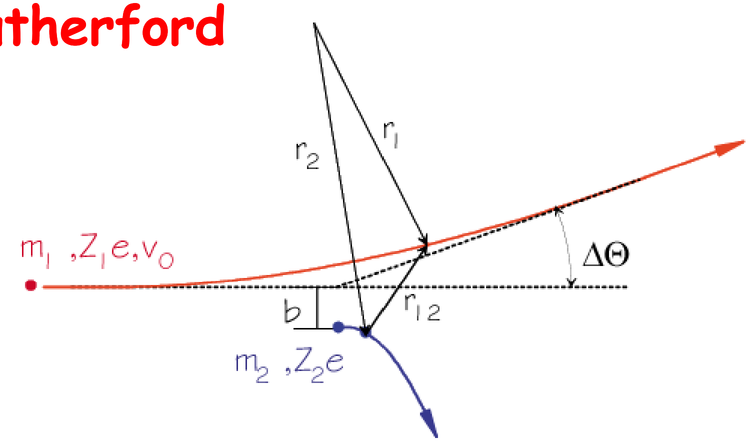


M	microscope
S	scintillation screen
F	scattering foil
D	diaphragm
R	radioactive source
B	vacuum chamber body



$$\vec{F} = \frac{zeZe}{r^2}\frac{\vec{r}}{r}$$

Σκέδαση Rutherford



- Μεταφερόμενη ορμή στο Z_2e

$$p_b = \int_{-\infty}^{+\infty} F_b dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{z_1 Z_2 e^2}{r^2} \frac{b}{r} \frac{dx}{\beta c}$$

$$p_b = \int_{-\infty}^{+\infty} F_b dt = \frac{z_1 Z_2 e}{\beta c} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{b dx}{\left(\sqrt{x^2 + b^2}\right)^3} = \frac{z_1 Z_2 e^2}{\beta c b} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d(x/b)}{\left(\sqrt{1 + (x/b)^2}\right)^3}$$

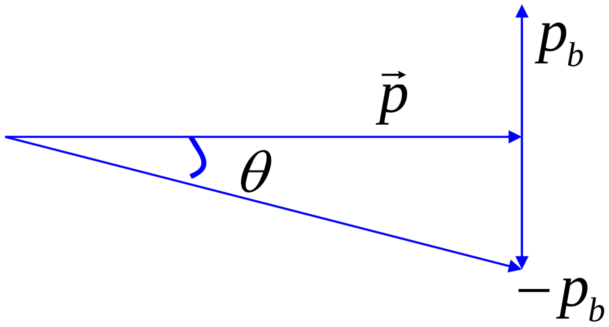
$$p_b = \frac{2 z_1 Z_2 e^2}{\beta c b} = \frac{2 r_e m_e c}{\beta c b} z_1 Z_2$$

με $r_e = \dfrac{e^2}{m_e c^2}$

Κλασσική ακτίνα e

Σκέδαση Rutherford

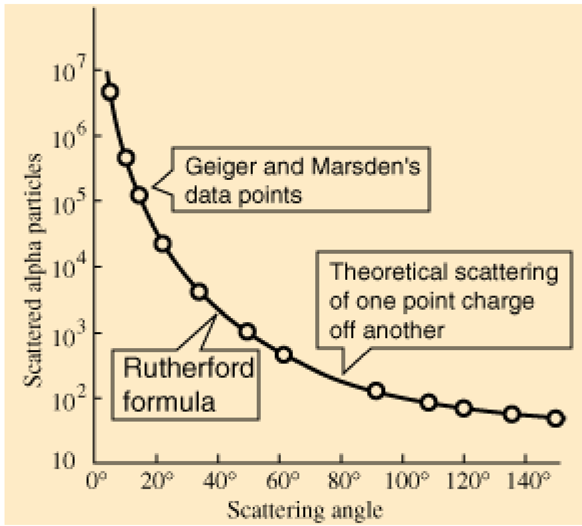
- Γωνία σκέδασης



$$\theta = \frac{p_b}{p} = \frac{2zZe^2}{bc\beta}\frac{1}{p}$$

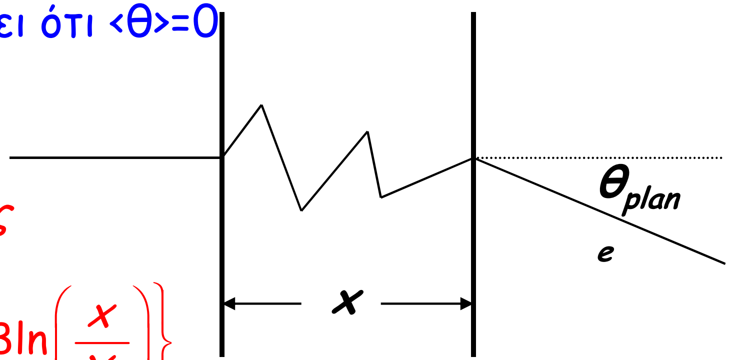
$$\frac{dN}{d\Omega} = \frac{N_0}{256\pi^2\varepsilon_0^2}[nt]Z_1^2 Z_2^2 e^4 \frac{1}{\left(\frac{1}{2}m_1 v_0^2\right)^2}\frac{1}{\sin^4\frac{\Theta_{CM}}{2}}$$

N_0 number of beam particles
n target material in atoms/volume
t target thickness
and b is the impact parameter



Πολλαπλές σκεδάσεις

- Από τη σχέση του Rutherford προκύπτει ότι <θ>=0



- Χρησιμοποιούμε τη *μέση γωνία σκέδασης*

$$\theta_{plane} = \sqrt{<\theta^2>} = \frac{13.6 MeV}{\beta c p}\sqrt{\frac{x}{X_o}}\left\{1 + 0.038 \ln\left(\frac{x}{X_o}\right)\right\}$$

με p σε [MeV/c] και X_0: radiation length (η απόσταση που διανύει ένα ηλεκτρόνιο στην ύλη όταν η ενέργειά του έχει μειωθεί κατά 1/e)

- Το μήκος ακτινοβολίας είναι σχεδόν ανεξάρτητο από το τύπο του υλικού όταν το πάχος του υλικού εκφράζεται σε X_o.
- Μια πολύ χρήσιμη ποσότητα όταν σχεδιάζουμε θερμιδόμετρα

Πολλαπλές σκεδάσεις

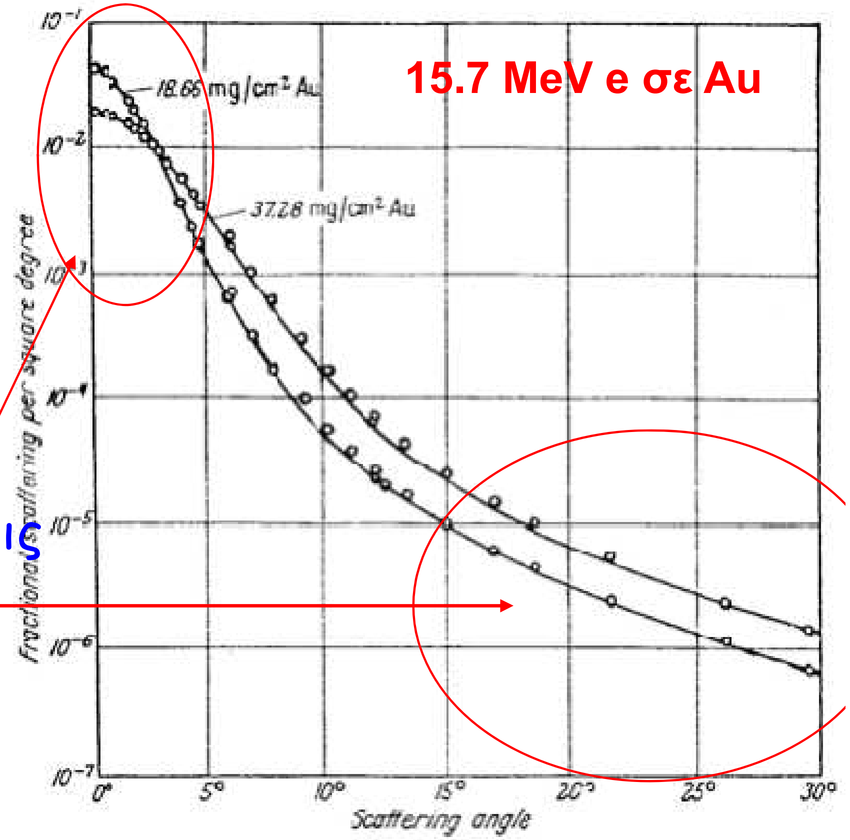
$$\theta_{space} = \sqrt{2}\theta_{plane} = \sqrt{2}\theta_o$$

Η γωνιακή κατανομή στην περίπτωση των πολλαπλών σκεδάσεων είναι:

$$P(\theta)d\theta = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\theta_o} e^{-\frac{\theta^2}{2\theta_o^2}} d\theta$$

<5º κυρίως πολλαπλές σκεδάσεις

>5º κυρίως μια σκέδαση



Γ. Τσιπολίτης

Απώλεια ενέργειας φορτισμένων σωματιδίων

- Όταν ένα φορτισμένο σωματίδιο κινείται μέσα στην ύλη αλληλεπιδρά ΗΜ με τα αρνητικά e και τους θετικούς πυρήνες ανταλλάσσοντας φωτόνια. Το αποτέλεσμα αυτών των αλλ/σεων για το φορτισμένο σωματίδιο είναι:
  - Να χάσει ενέργεια,
  - Να αλλάξει κατεύθυνση η τροχιά του,
  - Τελικά να σταματήσει και να απορροφηθεί διανύοντας συνολικά μια απόσταση που ονομάζεται διάστημα εμβέλειας (range).

- Οι μηχανισμοί δια των οποίων χάνει ενέργεια το σωματίδιο είναι:
  - Αλλ/ση Coulomb με τα e και πυρήνες
  - Ατομικές διεγέρσεις
  - Ιονισμό ατόμων
  - ΗΜ ακτινοβολία πέδησης (ακτινοβολείται όταν το σωματίδιο επιβραδύνεται σ' ένα πεδίο Coulomb)
  - Πυρηνικές Αλλ/σεις
  - Ακτινοβολία Cherenkov (όταν ξεπεράσει ένα κατώφλι & αν τα υλικό είναι διαφανές)
  - ΗΜ ακτινοβολία μετάπτωσης (transition radiation) (ακτινοβολείται όταν το σωματίδιο κινείται σε υλικό με ασυνεχή διηλεκτρική σταθερά)

Απώλεια ενέργειας φορτισμένων σωματιδίων

- ακτίνα του πυρήνα είναι της τάξης R_1=1 fm, ενώ η ακτίνα του ατόμου είναι R_2=1 Å τότε

$$\frac{\#\ \text{αλλ/σεων με } e^-}{\#\ \text{αλλ/σεων με πυρήνες}} = \frac{R_2^2}{R_1^2} = 10^{10}$$

- αλλ/σεις με τα e είναι πιο πιθανές από τις αλλ/σεις με πυρήνες
- *Διέγερση ατόμου*: τα e των ατόμων του υλικού λαμβάνουν αρκετή ενέργεια για να μετακινηθούν σε μια μεγαλύτερη τροχιά και αλλάζει από E_1 στην E_2, → διεγερμένο άτομο. Το e πέφτει πίσω στην αρχική του τροχιά και εκπέμπει μια χαρακτηριστική ακτίνα –Χ με ενέργεια E_2-E_1

- *Ιονισμός ατόμου*: Το e του ατόμου λαμβάνει αρκετή ενέργεια ώστε να

αποδεσμευτεί από το άτομο και να αποκτήσει κινητική ενέργεια:

K = *E*(λαμβάνει από το σωματίδιο) – *I*(ενέργεια Ιονισμού).

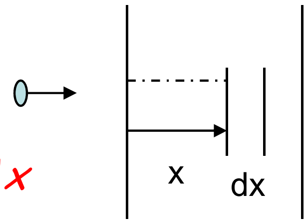
τα ελεύθερα ηλεκτρόνια συμπεριφέρονται ως ανεξάρτητα σωματίδια τα οποία με τη σειρά τους αν αποκτήσουν αρκετή ενέργεια μπορούν να δημιουργήσουν ιονισμό, κλπ. Αυτά τα ηλεκτρόνια ονομάζονται ηλεκτρόνια –*δ*.

Πιθανότητα Αλληλεπίδρασης σε πάχος x

- Ποια η πιθανότητα για ένα σωματίδιο να ΜΗΝ αλληλεπιδράσει σε πάχος x της ύλης;

$P(x) =$ Πιθανότητα ΜΗ αλληλεπίδρασης (ή επιβίωσης) σε x

$wdx =$ Πιθανότητα ΜΙΑΣ αλληλεπίδρασης σε πάχος $x \to x + dx$



$P(x+dx) =$ Πιθανότητα ΜΗ αλληλεπίδρασης (ή επιβίωσης) σε x+dx

$$P(x+dx) = P(x)(1-wdx) \Rightarrow P(x) + \frac{dP}{dx}dx = P(x) - wP(x)dx$$

$$\Rightarrow dP = -wP(x)dx \Rightarrow \frac{dP}{P} = -wdx \Rightarrow P(x) = Ce^{-wx}$$

$$P(0) = 1 \Rightarrow C = 1 \Rightarrow \underbrace{P(x) = e^{-wx}}_{\text{Πιθανότητα επιβίωσης}}$$

Προφανώς $P_{int}(x) = 1 - P(x) = \underbrace{1 - e^{-wx}}_{\text{Πιθανότητα 1ης αλλ/σης}}$

$F(x)dx = e^{-wx}wdx$ πιθανότητα πρώτης αλληλεπίδρασης

$x \to dx$ (Αφού έχει επιζήσει σε βάθος x)

Πιθανότητα Αλληλεπίδρασης σε πάχος x

- Η μέση ελεύθερη διαδρομή του σωματιδίου χωρίς αλλ/ση:

$$\lambda = \frac{\int xP(x)dx}{\int P(x)dx} = \frac{\int xe^{-wx}dx}{\int e^{-wx}dx} = \frac{1}{w}$$

- Η πιθανότητα αλλ/σης σε dx: $N\sigma dx$

- Για μικρό dx

$$N\sigma dx = P_{\text{int}} = 1 - (1 - wdx + \ldots) = \frac{1}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{1}{N\sigma}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{Πιθανότητα Επιβίωσης}: P(x) = e^{-\frac{x}{\lambda}} = e^{-N\sigma x} \\ \text{Πιθανότητα Αλληλεπίδρασης}: P_{\alpha\lambda\lambda}(x) = 1 - e^{-\frac{x}{\lambda}} = 1 - e^{-N\sigma x} \end{cases}$$

Επιφανειακή Πυκνότητα

- Για να προσδιορίσουμε το πάχος ενός υλικού απορροφητή χρησιμοποιούμε την επιφανειακή πυκνότητα ή πάχος μάζας

$$\text{Πάχος Μάζας} = \underbrace{\rho}_{\text{πυκνότητα}} \cdot \underbrace{t}_{\text{Πάχος}(g/cm^2)}$$

- Η επιφανειακή πυκνότητα → με ανηγμένο πάχος. Χρήσιμο στην κανονικοποίηση των υλικών με διαφορετικές πυκνότητες. Υλικά με ίδιες επιφανειακές πυκνότητες → ίδιο αποτέλεσμα στις ίδιες ακτινοβολίες

Φορτισμένα Σωματίδια

- Διέλευση μέσα από ύλη → 2 χαρακτηριστικές διαδικασίες:
  - Απώλεια ενέργειας λόγω ατομικών σκεδάσεων
  - Απόκλιση του σωματιδίου από την αρχική του διεύθυνση.

- Αιτία:
  - Μη ελαστικές κρούσεις σε ατομικά e της ύλης
  - Ελαστικές σκεδάσεις με πυρήνες

  πολλές φορές κατά μήκος της διαδρομής.

- Επιπλέον
  - Εκπομπή ακτινοβολίας Cherenkov
  - Πυρηνικές αντιδράσεις
  - Ακτινοβολία πέδησης

  Πιο σπάνια.

Απώλεια Ενέργειας Βαρέων Φορτισμένων Σωματιδίων

Η απώλεια ενέργειας οφείλεται κυρίως στις κρούσεις με τα ηλεκτρόνια της ύλης μέσω των δυνάμεων Coulomb, διότι:

- πυκνότητα ηλεκτρονίων > πυκνότητα πυρήνων
- Απώλεια ενέργειας από ηλεκτρόνιο > Απώλεια ενέργειας από πυρήνα
- Ενέργεια χάνεται από <u>μεταφορά ορμής</u> (*p*)
- Recoil κινητική ενέργεια
- Μάζα ηλεκτρονίου << Μάζα πυρήνα
- K.E (Recoil e^-) >> K.E (recoil πυρήνας)

$$\frac{p^2}{2m}\left(\propto \frac{1}{m}\right)$$

Γ. Τσιπολίτης

Είδος κρούσεων

- Αδύναμες (soft) κρούσεις → Διέγερση υλικού
- Δυνατές (hard) κρούσεις → Εκπομπή ηλεκτρονίων

hard κρούση ηλεκτρόνια με μεγάλη ενέργεια → (δ-rays)

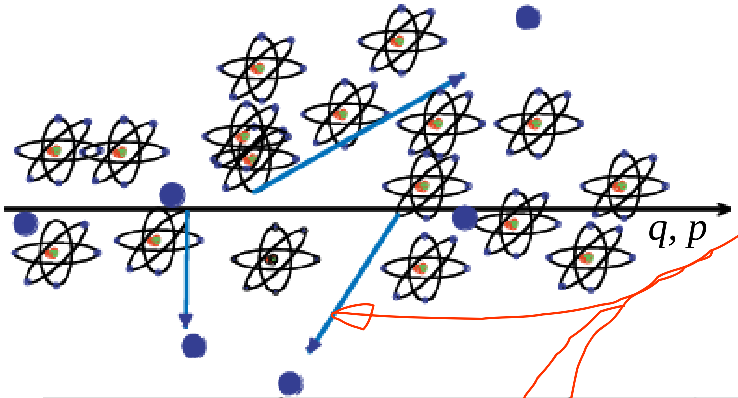
- *μη ελαστικές κρούσεις* → στατιστικής φύσεως διαδικασία (κβαντομηχανική πιθανότητα εμφάνισης). λόγω του μεγάλου αριθμού αυτών των κρούσεων μπορούμε να ορίσουμε τη μέση απώλεια ενέργειας ανά μονάδα μήκους:

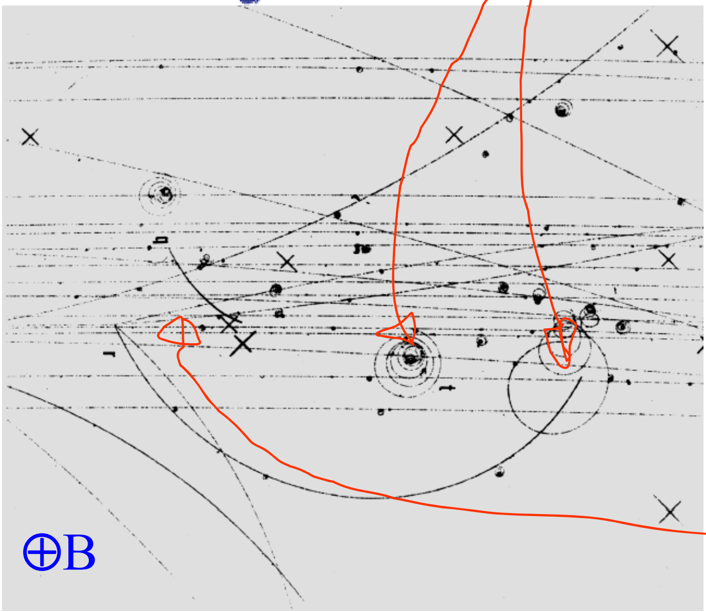
$$S = -\frac{dE}{dx} (\text{Stopping Power})$$

- Bohr (Κλασσικός Υπολογισμός)
- Bethe- Bloch (Κβαντομηχανική)
- ελαστική σκέδαση των πυρήνων → μικρή μεταφορά ενέργειας

$$M_{πυρ} >> M$$

δ – rays





Κατά τον ιονισμό το εκπεμπόμενο e θα έχει κινητική ενέργεια : $0 \leq T \leq T_{max}$

δ-ray με κινητική ενέργεια T_e και ορμή p_e παράγεται σε μια γωνία Θ

$$\cos\Theta = \frac{T_e}{p_e}\frac{p_{max}}{T_{max}}$$

όπου p_{max} η ορμή ενός e με τη μέγιστη μεταφερόμενη κινητική ενέργεια T_{max}.
Αυτό το "knock-on" e μπορεί να έχει αρκετή ενέργεια για να ιονίσει μακριά από το αρχικό σωματίδιο.

Knock on:

$K^- + p \rightarrow K^- + p$

p slow
high ionisation

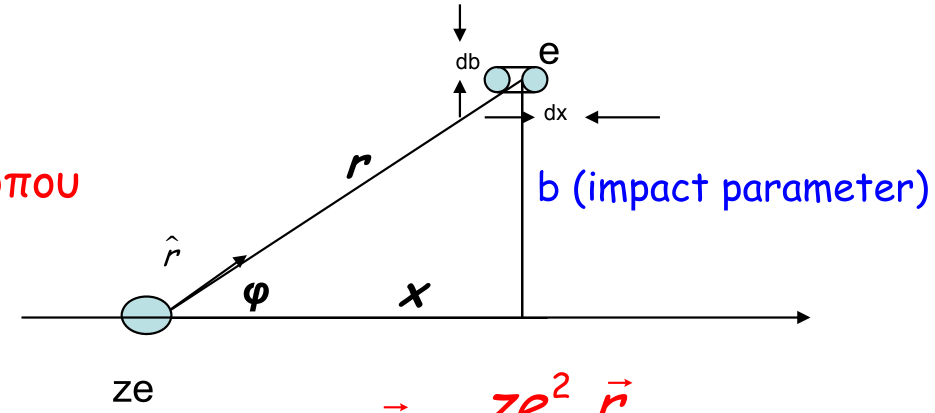
Γ. Τσιπολίτης

dE/dx – Κλασσικός Υπολογισμός (Bohr)

- Κλασσική Μηχανική και Ηλεκτρομαγνητισμός
- Σκέδαση φορτισμένου σωματιδίου με φορτίο *ze* από ατομικό ηλεκτρόνιο
- μεταφορά ορμής (μόνο η κάθετη στην τροχιά του σωματιδίου λόγω συμμετρίας) είναι:

$$P_b = \int_{-\infty}^{+\infty} F_b dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{ze^2}{r^2}\frac{b}{r}\frac{dx}{\upsilon}, \text{όπου}$$

$$b = r\sin\varphi, dt = dx/\upsilon$$



$$\vec{F} = \frac{ze^2}{r^2}\frac{\vec{r}}{r}$$

$$\Rightarrow P_b = \frac{ze^2}{\upsilon}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{bdx}{\sqrt{(x^2+b^2)^3}} = \frac{ze^2}{\upsilon b}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{dk}{\left(\sqrt{1+k^2}\right)^3}$$

όπου $k = \frac{x}{b}$ και αφού: $\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{dk}{\sqrt{(1+k^2)^3}} = 2$

Γ. Τσιπολίτης

dE/dx – Κλασσικός Υπολογισμός (Bohr)

$$P_b = \frac{2ze^2}{\upsilon b}$$

Επομένως η ενέργεια που λαμβάνει το e^- θα είναι:

$$\Delta E_b = \frac{P_b^2}{2m_e} = \frac{2z^2e^4}{m_e\upsilon^2 b^2}.$$

Αν N_e η πυκνότητα ηλεκτρονίων η απώλεια ενέργειας που μεταφέρεται στα ηλεκτρόνια που βρίσκονται μεταξύ b και b+db σε πάχος dx είναι:

$$-dE_b = \Delta E_b n_e dV \longleftarrow dV = 2\pi b db dx$$

$$\Rightarrow -dE_b = \frac{4\pi z^2 e^4}{me\upsilon^2} n_e \frac{db}{b} dx$$

dE/dx – Κλασσικός Υπολογισμός (Bohr)

$$-\frac{dE}{dx}=\frac{4\pi z^2 e^4}{m_e \upsilon^2} n_e \ln\left(\frac{b_{max}}{b_{min}}\right)$$

- b_{min} & b_{max} ? Αν $M >> m_e$, η μέγιστη μεταφερόμενη ενέργεια είναι

$$\frac{1}{2} m_e (2\upsilon)^2 \ \text{σχετικότητα} \Rightarrow 2 m_e \gamma^2 \upsilon^2$$

$$\Rightarrow \Delta E_b = \frac{2 z^2 e^4}{m_e \upsilon^2 b^2_{min}} = 2 m_e \gamma^2 \upsilon^2 \Rightarrow b_{min} = \frac{z e^2}{\gamma m_e \upsilon^2}$$

dE/dx – Κλασσικός Υπολογισμός (Bohr)

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi z^2 e^4}{m_e \upsilon^2} n_e \ln\left(\frac{b_{max}}{b_{min}}\right)$$

Για το b_{max}: τα ηλεκτρόνια κινούνται στα άτομα με συχνότητα v και περίοδο T
→ η διαταραχή θα πρέπει να λάβει χώρα σε χρόνο:

$$\frac{b}{\gamma\upsilon} \le T \le \frac{1}{\bar{v}} \quad \Rightarrow b_{max} = \frac{r\upsilon}{\bar{v}}$$

$$\Rightarrow -\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi z^2 e^4}{m_e \upsilon^2} n_e \ln\left(\frac{\gamma^2 m \upsilon^3}{z e^2 \bar{v}}\right).$$

Ικανοποιητική περιγραφή της απώλειας ενέργειας από ένα βαρύ σωματίδιο π.χ. α, βαρύς πυρήνας…

dE/dx – Bethe – Bloch

- Για κάθε ηλεκτρόνιο στόχου $p_b = \frac{2ze^2}{\beta c b} = \frac{2r_e m_e c}{\beta c b} z$
- Κλασσικά η μεταφορά ενέργειας είναι

$$\varepsilon = \frac{p_b^2}{2m_e} = \frac{2r_e^2 m_e c^2}{\beta^2 b^2} z^2 \quad \Rightarrow \quad b^2 = \frac{2r_e^2 m_e c^2}{\beta^2} z^2 \frac{1}{\varepsilon^2} \qquad (1)$$

- Γνωρίζοντας την ατομική ενεργό διατομή ο ρυθμός αλληλεπίδρασης είναι

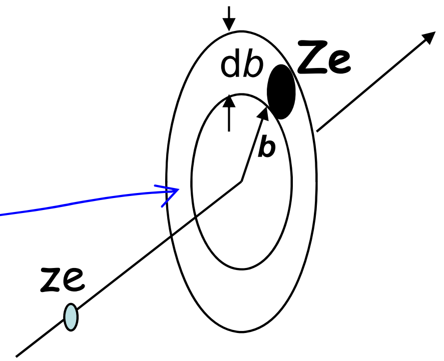
$$\varphi\left[cm^2/g\right] = \frac{N}{A}\sigma \quad \left[\mathrm{cm}^2/\text{άτομο}\right]$$

Σταθερά του Avogadro

- Για Z ηλεκτρόνια/ατομο του στόχου

$$\varphi(\varepsilon)d\varepsilon = \frac{N}{A} 2\pi b \mathrm{d}b Z$$

Επιφάνεια δισκου



dE/dx – Bethe – Bloch

$$\overset{(1)}{\overbrace{\Rightarrow}} \quad \varphi(\varepsilon)\mathrm{d}\varepsilon = \frac{N}{A} Z 2\pi \underbrace{\frac{r_e^2 m_e c^2}{\beta^2} z^2 \frac{\mathrm{d}\varepsilon}{\varepsilon^2}}_{b\mathrm{d}b} \propto \frac{1}{\varepsilon^2}$$

- Για την απώλεια ενέργειας έχουμε:

$$-\frac{dE}{dx} = \int_0^{+\infty} \varphi(\varepsilon)\varepsilon \mathrm{d}\varepsilon = \int_0^{+\infty} \frac{N}{A} 2\pi b db Z\varepsilon$$

$$\Rightarrow -\frac{dE}{dx} = 2\pi \frac{ZN}{A} \frac{2r_e^2 m_e c^2}{\beta^2} z^2 \int_0^{+\infty} \frac{\mathrm{d}b}{b}$$

πρόβλημα!!!

Γ. Τσιπολίτης

dE/dx – Bethe – Bloch

- b=0 → ελάχιστη παράμετρος προσέγγισης (impact parameter)

μισό του αντίστοιχου μήκους κύματος de Broglie

$$b_{min} = \frac{h}{2p} = \frac{h}{2\gamma m_e \beta c}$$

b=∞ → αν ο χρόνος περιφοράς, τ_r, του ηλεκτρονίου στα άτομα του στόχου είναι μικρότερος από τον χρόνο αλληλεπίδρασης, τ_I, τότε το άτομο φαίνεται ουδέτερο.

$$\left.\begin{array}{l} \tau_i = \dfrac{b_{max}}{\upsilon}\sqrt{1-\beta^2} \\ \\ \tau_r = \dfrac{h}{I} \end{array}\right\} \Rightarrow \tau_i = \tau_r \Rightarrow b_{max} = \frac{\gamma h \beta c}{I}$$

Δυναμικό ιονισμού

Λόγω του πεδίου σε μεγάλες ταχύτητες

$$\Rightarrow -\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x} = \frac{2\pi ZN}{A}\frac{2r_e^2 m_e c^2}{\beta^2} z^2 \left[\ln \frac{2\gamma^2\beta^2 m_e c^2}{I} - \beta^2 - \frac{\delta}{2} \right]$$

δ: παράμετρος πκνότητας $\frac{\delta}{2} = \ln\left(\frac{\hbar\omega_p}{I}\right) + \ln(\beta\gamma) - \frac{1}{2}$

Ενέργεια πλάσματος: όπου $\hbar\omega_p = \sqrt{4\pi N_e r_e^3}\,\frac{m_e c^2}{\alpha}$

Ne: πυκνότητα ηλεκτρονίων του στόχου
α: fine structure constant

$$\alpha = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{e^2}{\hbar c}$$

Απώλεια ενέργειας σωματιδίων –α

Αγνοούμε τους σχετικιστικούς όρους από την εξίσωση Bethe – Bloch:

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{1}{(4\pi\varepsilon_o)^2}\frac{4\pi Z^2 e^4}{m_e \upsilon^2} n_b \left\{ \ln \frac{2m\upsilon^2}{I} \right\}$$

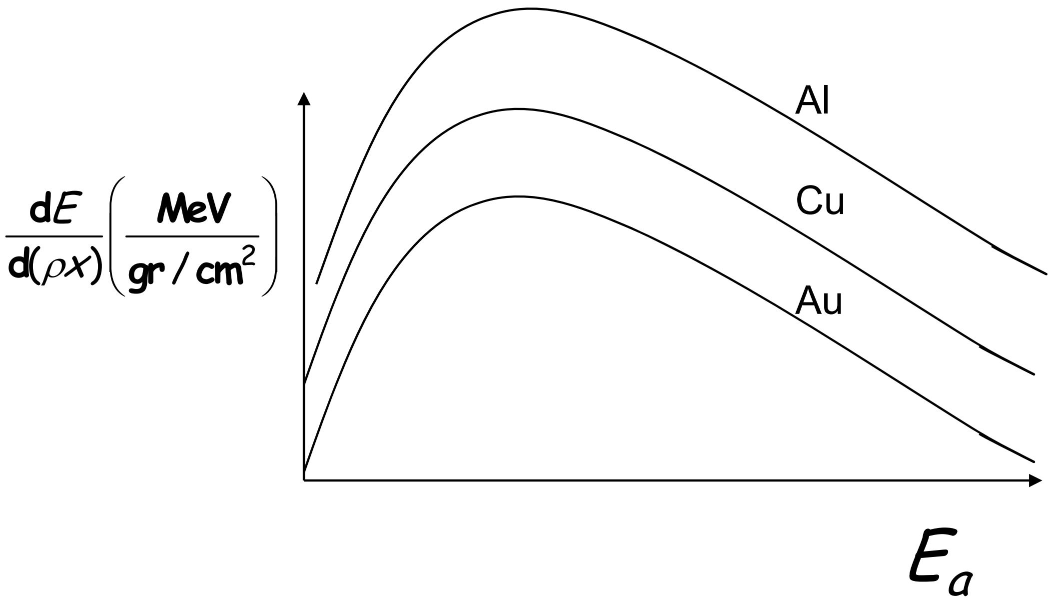
$$n_b = N_A \rho \frac{Z}{A}, \rho = \textbf{πυκνότητα υλικού}$$

Ειδική απώλεια ενέργειας

$$-\frac{dE}{d(\rho x)} \equiv S = \textbf{Stopping Power}$$

$$-\frac{dE}{d(\rho x)} = \frac{1}{(4\pi\varepsilon_0)^2}\frac{4\pi z^2 e^4}{m_e \upsilon^2} N_A \frac{Z}{A} \ln\left(\frac{2m\upsilon^2}{I}\right)$$

$$-\frac{dE}{d(\rho x)} = \frac{1}{(4\pi\varepsilon_0)^2}\frac{2\pi z^2 e^4}{E_a}\frac{m_a}{m_e} N_A \frac{Z}{A} \ln\left(\frac{4E_a}{I}\frac{m}{m_a}\right) (1)$$



Ολοκληρώνοντας τη σχέση (1) βρίσκουμε την εμβέλεια των σωματιδίων α:

$$\frac{dE}{d(\rho x)} = kE_a^{-\frac{1}{2}} \Rightarrow (\rho x)_0 = \frac{2k^{-1}}{3}E_a^{\frac{3}{2}}$$ **(Κανόνας του Geiger)**

Ο Όρος $\ln\left(\dfrac{2m\upsilon^2}{I}\right)$

Οφείλεται στο ολοκλήρωμα πάνω στις impact parameters:

- Μέγιστη ενέργεια: $2m\upsilon^2$
- Ελάχιστη μεταφερόμενη ενέργεια: I

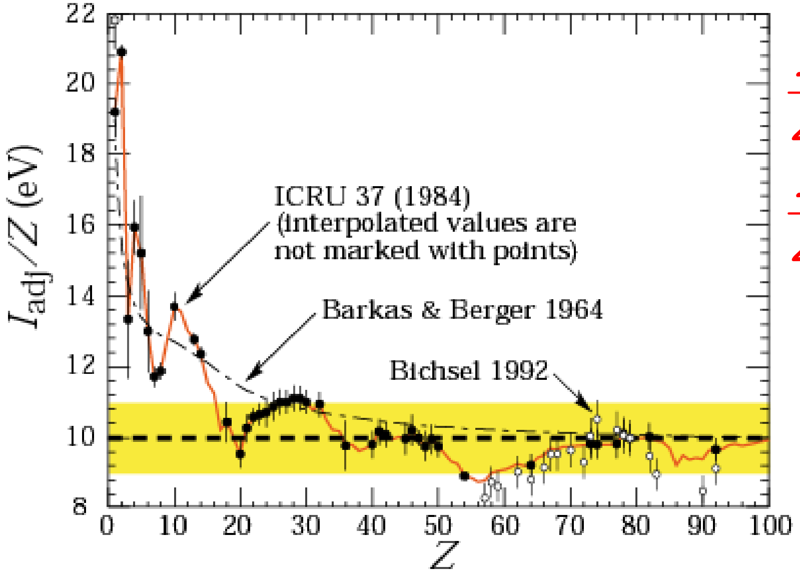
Εξάρτηση της $\dfrac{dE}{dx}$ από το σωματίδιο

$S \propto$ **Πυκνότητας Ηλεκτρονίων=**$Z \times (\alpha\tau o\mu\iota\kappa\acute{\eta}\ \ \pi\upsilon\kappa\nu\acute{o}\tau\eta\tau\alpha) =$

$$S \propto Z \times \rho \frac{N_{\mathrm{A}}}{A}$$

Μέσο Δυναμικό Διέγερσης

- Αντιστοιχεί στην μέση τροχιακή συχνότητα ν: $I=h\nu$
- Θεωρητικά → η λογαριθμική μέση τιμή των μέσων συχνοτήτων ν από τα δυναμικά ταλάντωσης των ατομικών στοιβάδων
- Δυναμικά ταλάντωσης άγνωστα!! για πολλά υλικά (δύσκολος υπολογισμός).
- Τιμές προκύπτουν από μετρήσεις του dE/dx και με προσαρμογή ημι-εμπειρικών τύπων στα δεδομένα*.



$$\frac{I}{Z} = 12 + \frac{7}{Z} \quad \text{(eV)} \qquad Z < 13$$

$$\frac{I}{Z} = 9.76 + 58.8 Z^{-1.19} \quad \text{(eV)} \qquad Z \geq 13$$

10 ± 1 eV

Γ. Τσιπολίτης

Διόρθωση Πυκνότητας

- Ηλεκτρικό πεδίο εισερχόμενου σωματιδίου → πόλωση ατόμων υλικού κατά μήκος της διαδρομής του.
- Ηλεκτρόνια του υλικού μακριά από τη διαδρομή του σωματιδίου θωρακίζονται από το ηλεκτρικό πεδίο, λόγω πόλωσης.
- Όσο αυξάνεται η ενέργεια αυξάνει το b_{max} → αυξάνει ο αριθμός αλλη/σεων των απομακρυσμένων ηλεκτρονίων.
- Φαινόμενο πυκνότητας (density effect), *f*(πυκνότητας). π.χ. συμπυκνωμένη ύλη, μεγαλύτερη πόλωση.
- Η διόρθωση πυκνότητας υπολογίζεται χρησιμοποιώντας την παραμετροποίηση [Sternheimer *et al.* Phys. Rev. B26 (1982)]

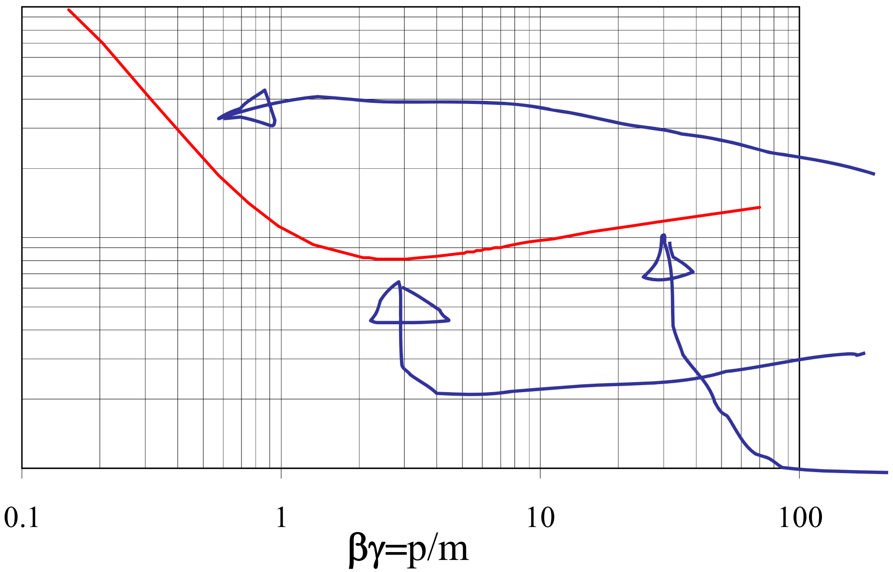
$$\delta(\beta\gamma) = \begin{cases} 2(\ln 10)x - \overline{C} & \text{if } x \geq x_1; \\ 2(\ln 10)x - \overline{C} + a(x_1 - x)^k & \text{if } x_0 \leq x < x_1; \\ 0 & \text{if } x < x_0 \text{ (nonconductors)}; \\ \delta_0 10^{2(x-x_0)} & \text{if } x < x_0 \text{ (conductors)} \end{cases} \qquad x = \log_{10}(\beta\gamma) = \log_{10}\left(\frac{p}{Mc}\right)$$

Οι άλλες παράμετροι → προσαρμογή σε πειραματικά δεδομένα.

dE/dx – Bethe – Bloch

$$\Rightarrow -\frac{dE}{dx} = \frac{2\pi ZN}{A}\frac{2r_e^2 m_e c^2}{\beta^2} z^2 \left[\ln\frac{2\gamma^2\beta^2 m_e c^2}{I} - \beta^2 - \frac{\delta}{2}\right]$$

δ: παράμετρος πυκνότητας, πόλωση του μέσου, ενέργεια πλάσματος



τι περιμένουμε

$1/\beta^2$ πτώση

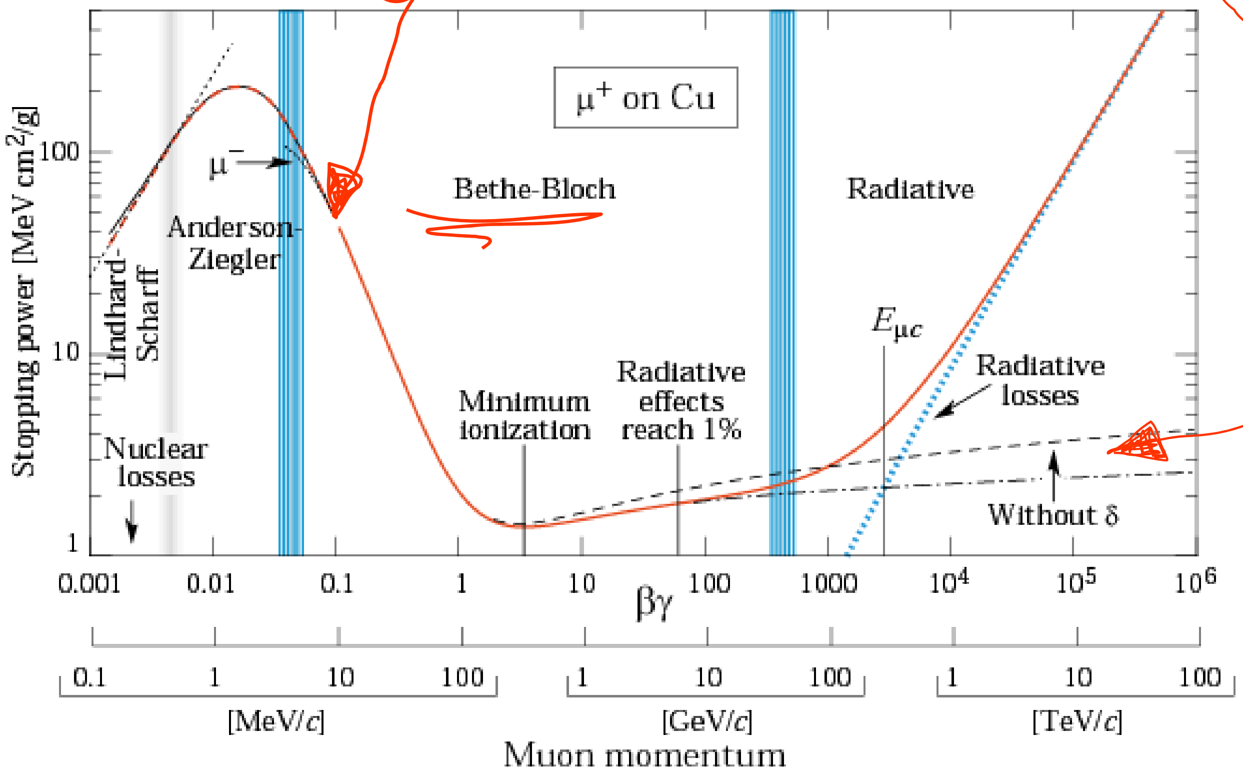
Ένα ελάχιστο:
minimum ionizing particle: MIP

Σχετικιστική αύξηση
Ο παράγοντας δ το τραβά προς τα κάτω. Fermi plateau.

Γ. Τσιπολίτης

dE/dx – Bethe – Bloch

$$\frac{dE}{dx} = Kz^2 \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \left[\frac{1}{2} \ln \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2 T_{max}}{I^2} - \beta^2 - \frac{\delta}{2} \right]$$



Γ. Τσιπολίτης