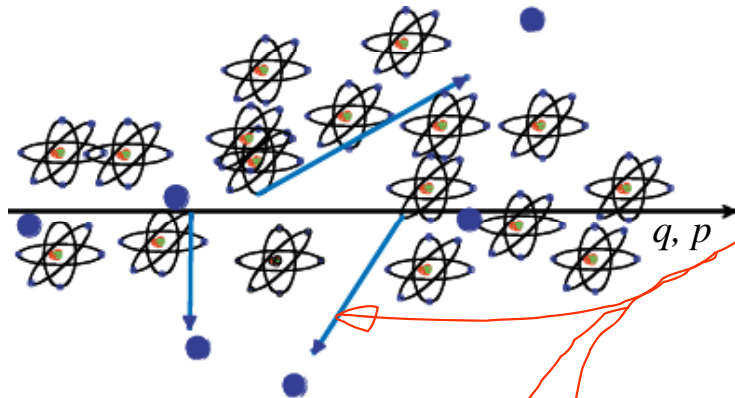


## δ - rays

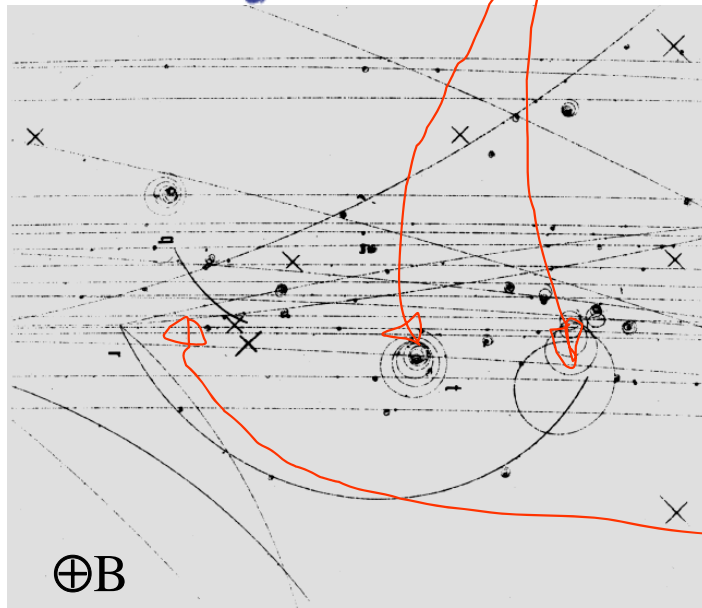
Κατά τον ιονισμό το εκπεμπόμενο  $e$  θα έχει κινητική ενέργεια :  $0 \leq T \leq T_{max}$



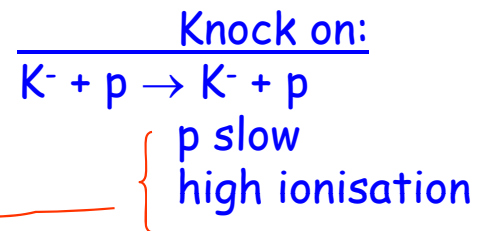
δ-ray με κινητική ενέργεια  $T_e$  και ορμή  $p_e$  παράγεται σε μια γωνία  $\Theta$

$$\cos \Theta = \frac{T_e}{T_{max}} \frac{p_{max}}{p_e}$$

όπου  $p_{max}$  η ορμή ενός  $e$  με τη μέγιστη μεταφερόμενη κινητική ενέργεια  $T_{max}$ . Αυτό το "knock-on"  $e$  μπορεί να έχει αρκετή ενέργεια για να ιονίσει μακριά από το αρχικό σωματίδιο.



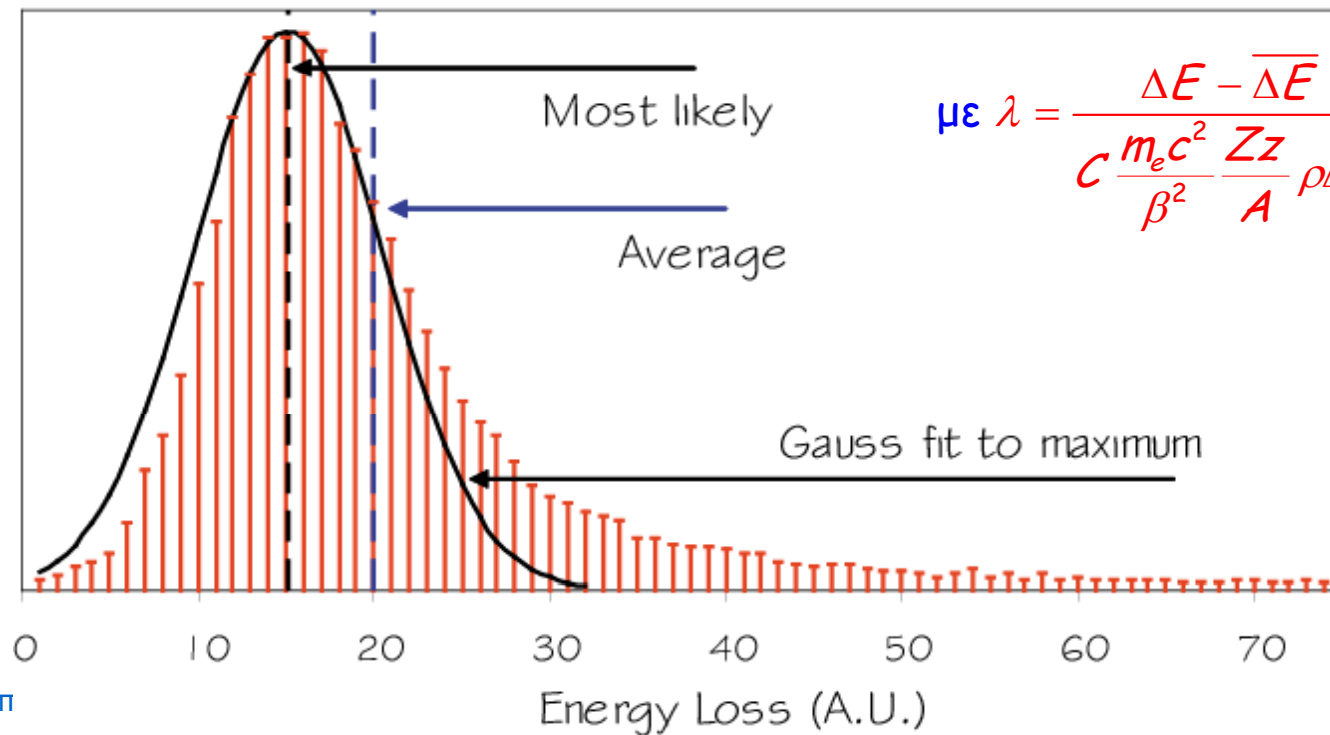
Γ. Τσιπολίτης



## Κατανομή Landau / Vavilov

- Οι ακτίνες δ δημιουργούν διακυμάνσεις στη μέτρηση της εναποτιθέμενης ενέργειας που περιγράφεται από την κατανομή Landau / Vavilov

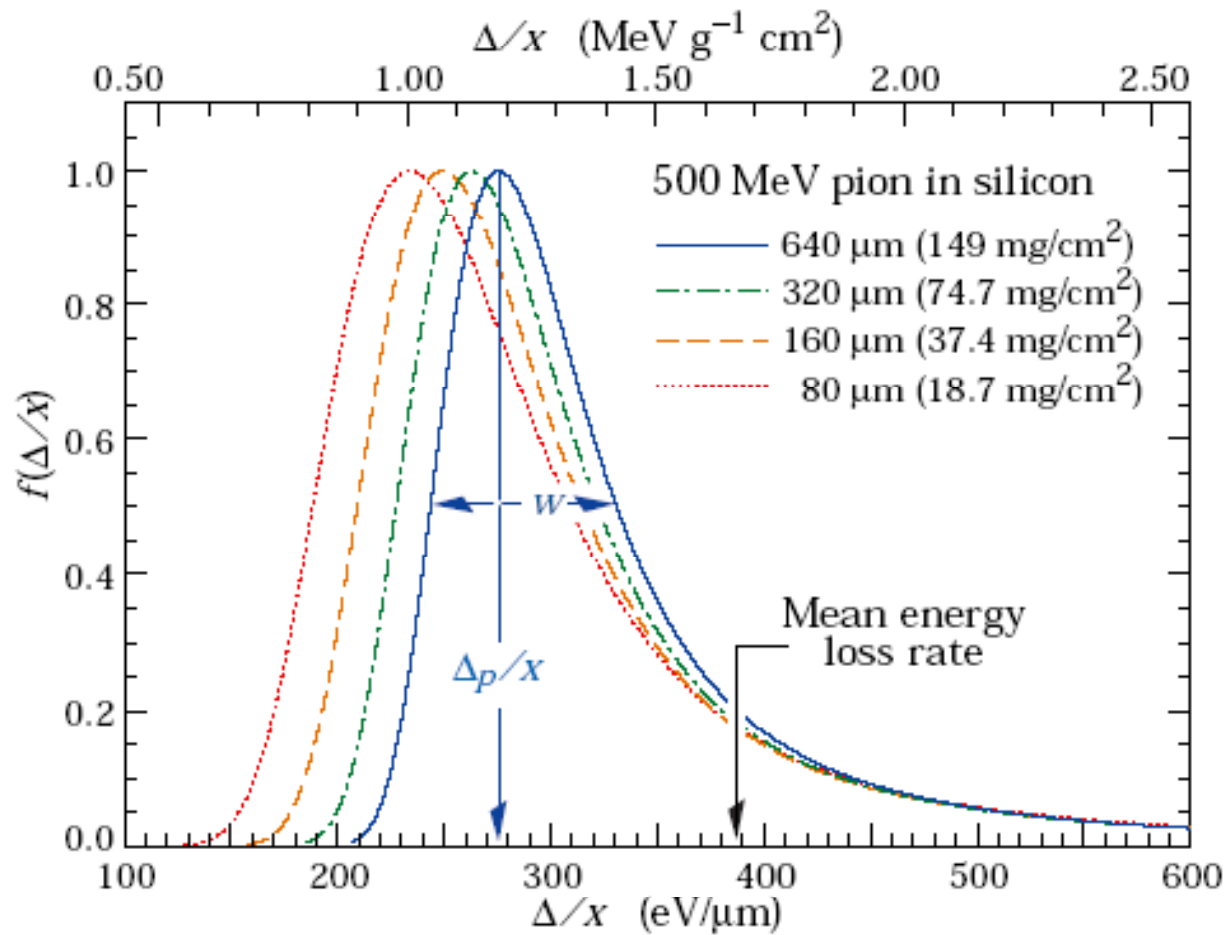
$$f(\lambda) = \sqrt{\frac{e^{-(\lambda+e^{-\lambda})}}{2\pi}}$$



$$\mu \epsilon \lambda = \frac{\Delta E - \overline{\Delta E}}{C \frac{m_e c^2}{\beta^2} \frac{Zz}{A} \rho \Delta x}$$

Γ. Τσιπ

## Στραγγαλισμός (Straggling)



Γ. Τσιπολίτης

## Απώλεια Ενέργειας Ηλεκτρονίων

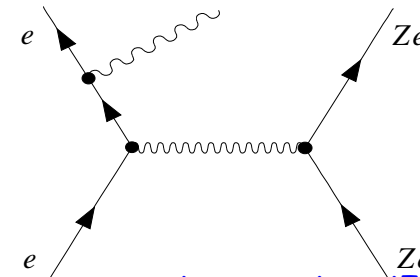
- Δυο κύριοι μηχανισμοί απώλειας ενέργειας για  $e^\pm$  μέσα στην ύλη
- Ιονισμός  $(dE/dx)_e$

όπως και στην περίπτωση των βαριών φορτισμένων σωματιδίων  $\rightarrow$  αλληλ/ση μέσω των δυνάμεων Coulomb

- Ακτινοβολία  $(dE/dx)_r$

εκπομπή ακτινοβολίας πέδησης (Bremsstrahlung) όταν τα ηλεκτρόνια υπόκεινται σε μεγάλη επιτάχυνση κατά τη διάρκεια της κρούσης.

- Η σχέση Bethe-Bloch για  $z=1 \rightarrow$  το προσπίπτον σωματίδιο και «στόχος» είναι ίδια σωματίδια



$$E_{\text{KIV}}^{\text{max}} = \frac{\gamma m_e c^2}{2}$$

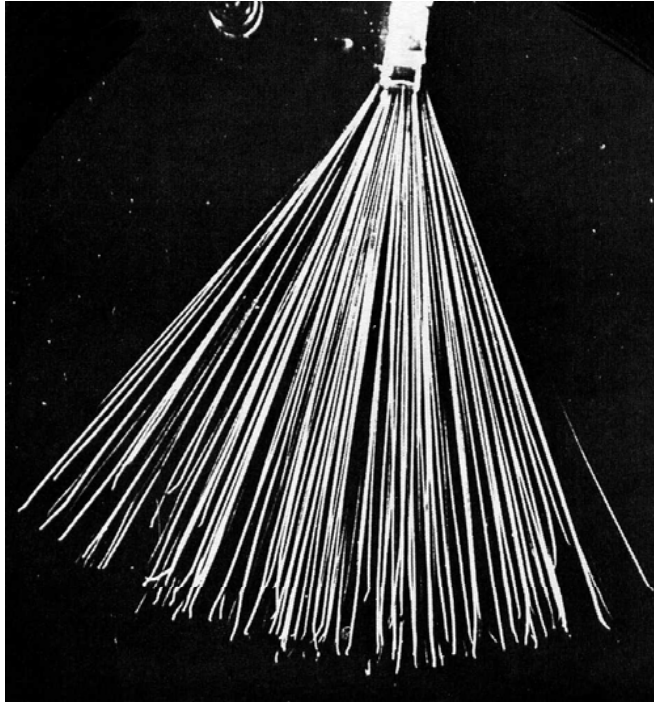
$$-\frac{dE}{dx} = k \frac{Z}{A} \left[ \ln \frac{\gamma \beta^2 m_e c^2 \sqrt{\gamma-1}}{\sqrt{2I}} + \frac{1}{2}(1-\beta^2) - \frac{2\gamma-1}{2\gamma^2} \ln 2 + \frac{1}{16} \left( \frac{\gamma-1}{\gamma} \right)^2 \right] \quad \text{για } e^-$$

$$-\frac{dE}{dx} = k \frac{Z}{A} \left[ \ln \frac{\gamma \beta^2 m_e c^2 \sqrt{\gamma-1}}{\sqrt{2I}} - \frac{\beta^2}{24} \left( 23 + \frac{14}{\gamma+1} + \frac{10}{(\gamma+1)^2} + \frac{4}{(\gamma+1)^3} \right) \right] \quad \text{για } e^+$$

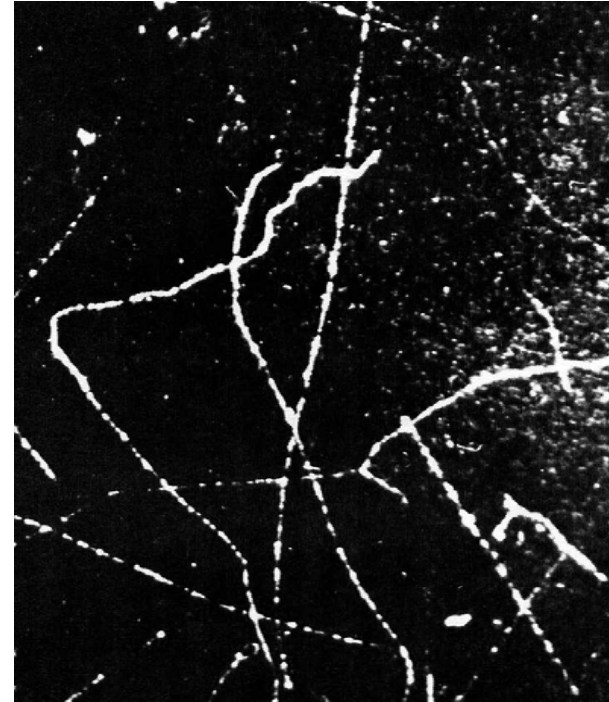
Γ. Τσιπολίτης

## Απώλεια Ενέργειας Ηλεκτρονίων

- Παρατηρήσεις:
- Για την ίδια ταχύτητα  $v$ ,  $(dE/dx)_e$  είναι η ίδια για ηλεκτρόνια και πρωτόνια.
- Για τυπικές ενέργειες (μερικά MeV),  $v(\text{ηλεκτρονίου}) \gg v(\text{πρωτονίου})$  και αφού  $(dE/dx)_e$  είναι ανάλογη του  $1/v^2$ , τότε η απώλεια ενέργειας είναι **πολύ μικρότερη** για ηλεκτρόνια από ότι για βαριά ιόντα.
- Αυτός είναι ο λόγος τα ηλεκτρόνια είναι δύσκολο να τα σταματούμε στην ύλη σε σύγκριση με τα σωματίδια  $\alpha$
- Σε μια κρούση ηλεκτρονίου-ηλεκτρονίου, ένα ηλεκτρόνιο μπορεί να απολέσει μεγάλο μέρος της ενέργειάς του (ακόμη και 100%) και να σκεδαστεί σε μεγάλες γωνίες. Επομένως, η τροχιά ενός ηλεκτρονίου μέσα στην ύλη αποκλίνει από την ευθύγραμμη τροχιά και καμιά φορά αλλάζει κατεύθυνση.



Τροχιές σωματίδια-α σ' ένα  
ανιχνευτή (Cloud chamber)



Τροχιές ηλεκτρονίων σ' ένα  
ανιχνευτή (Cloud chamber)

Γ. Τσιπολίτης

## Απώλεια Ενέργειας Ηλεκτρονίων (ακτινοβολία)

Κλασική  
Ηλεκτροδυναμική:



Φορτίο που επιταχύνεται ακτινοβολεί  
ανάλογα με το μέγεθος του φορτίου και  
της επιτάχυνσης

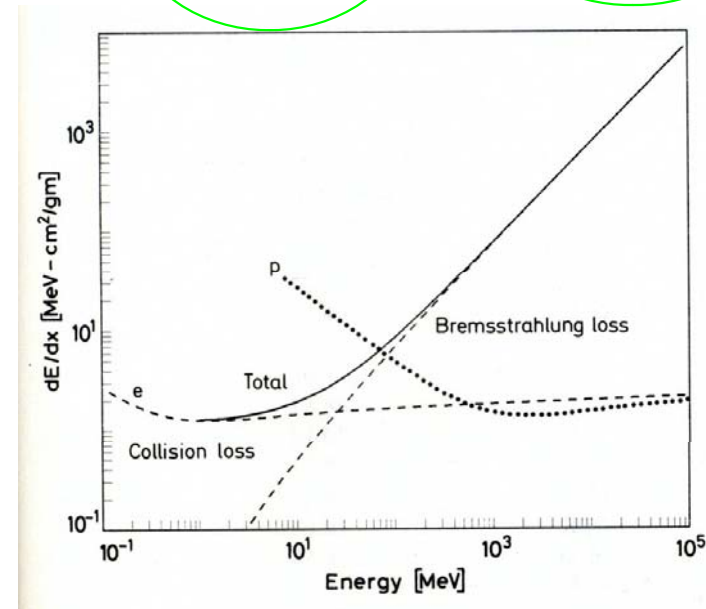
Η επιτάχυνση που υφίσταται ένα ηλεκτρόνιο σε απόσταση  $r$  από τον πυρήνα είναι:

$$a = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{mr^2} \quad \text{οπότε} \quad \frac{E_r}{E} \propto a^2 \Rightarrow \frac{E_r}{E} \propto Z^2 \quad \text{ενώ} \quad \frac{E_e}{E} \propto Z$$

$$\frac{E_r}{E} \propto \frac{1}{m^2}$$



$E_r$  κύρια διαδικασία για  $e$



Γ. Τσιπολίτης

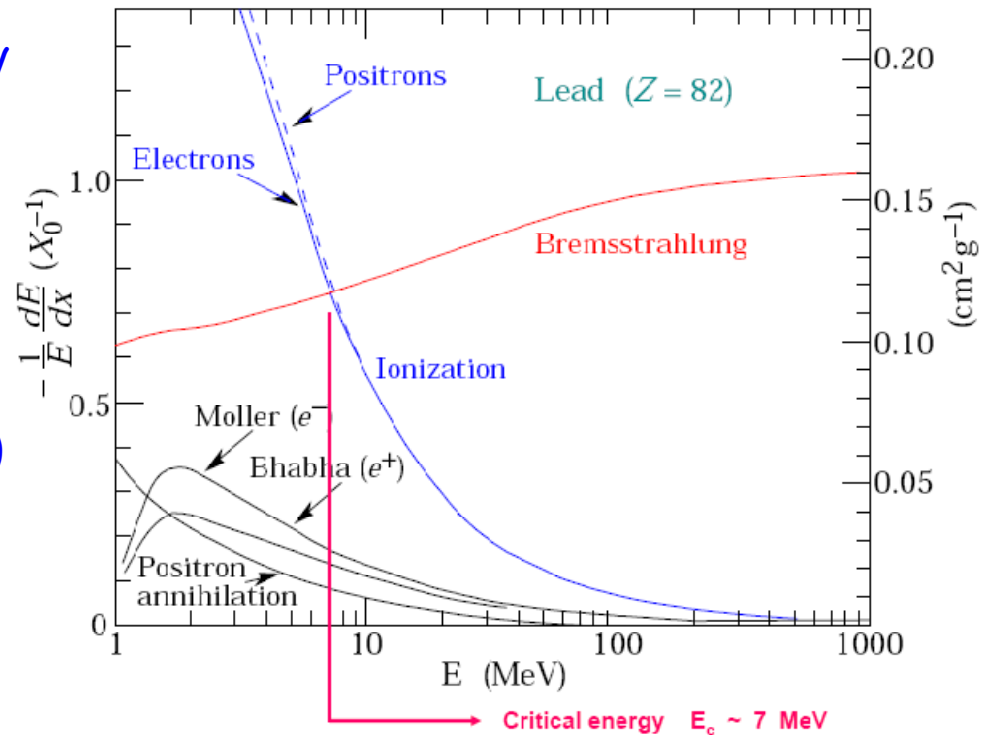
## Κρίσιμη Ενέργεια (Critical Energy)

- Η ενέργεια στην οποία απώλεια ενέργειας λόγω ιονισμού = απώλεια ενέργειας λόγω ακτινοβολίας πέδησης.
- Εξαρτάται κυρίως από τον τύπο του υλικού πχ Pb ~7 MeV, Al ~ 51 MeV, Cu ~19.63 MeV Polystyrene ~109 MeV.

- Προσεγγιστικά σε στερεά ή αέρια οι σχέσεις

$$E_c \cong \frac{610 \text{ MeV}}{Z + 1.24} \quad (\text{στερεά})$$

$$E_c \cong \frac{710 \text{ MeV}}{Z + 0.92} \quad (\text{αέρια})$$



Γ. Τσιπολίτης



## Απώλεια Ενέργειας Ηλεκτρονίων

- Η ολική απώλεια ενέργειας ηλεκτρονίων είναι το άθροισμα της ενέργειας ιονισμού και της ακτινοβολίας:

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_t = \left(\frac{dE}{dx}\right)_e + \left(\frac{dE}{dx}\right)_r$$

Σε χαμηλές ενέργειες,

$$(dE/dx)_r < (dE/dx)_e$$

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{exc} = \frac{2\pi e^4 N \cdot Z}{m_0 \cdot v^2} \left( \ln \frac{m_0 \cdot v^2}{2I^2(1-\beta^2)} - \ln 2(2\sqrt{1-\beta^2} - 1 + \beta^2) + \frac{(1-\sqrt{1-\beta^2})^2}{8} \right)$$

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{rad} = \frac{e^4 N \cdot Z(Z+1) \cdot E}{137 m_0^2 c^4} \left( 4 \cdot \ln \frac{2E}{m_0 c^2} - 4/3 \right)$$

$$\frac{(dE/dx)_{rad}}{(dE/dx)_{exc}} \approx \frac{E \cdot Z}{700}$$

## Μήκος Ακτινοβολίας (Radiation Length)

- Ισοδύναμο μήκος διαδρομής για το οποίο η ενέργεια του ηλεκτρονίου μειώνεται κατά παράγοντα  $1/e$  λόγω εκπομπής ακτινοβολίας (Bremsstrahlung). Μετριέται σε  $g\text{ cm}^{-2}$ .

$$E = E_0 e^{-\frac{x}{X_0}}, \quad x \text{ είναι η διανυθείσα απόσταση}$$

$$X_0 = \text{μήκος ακτινοβολίας}$$

$$\frac{1}{X_0} = 4\alpha r_e^2 \frac{N_A}{A} \left\{ Z^2 [L_{\text{rad}} - f(Z)] + Z L'_{\text{rad}} \right\},$$

**Table 27.2:** Tsai's  $L_{\text{rad}}$  and  $L'_{\text{rad}}$ , for use in calculating the radiation length in an element using Eq. (27.20).

Element	$Z$	$L_{\text{rad}}$	$L'_{\text{rad}}$
H	1	5.31	6.144
He	2	4.79	5.621
Li	3	4.74	5.805
Be	4	4.71	5.924
Others	$> 4$	$\ln(184.15 Z^{-1/3})$	$\ln(1194 Z^{-2/3})$

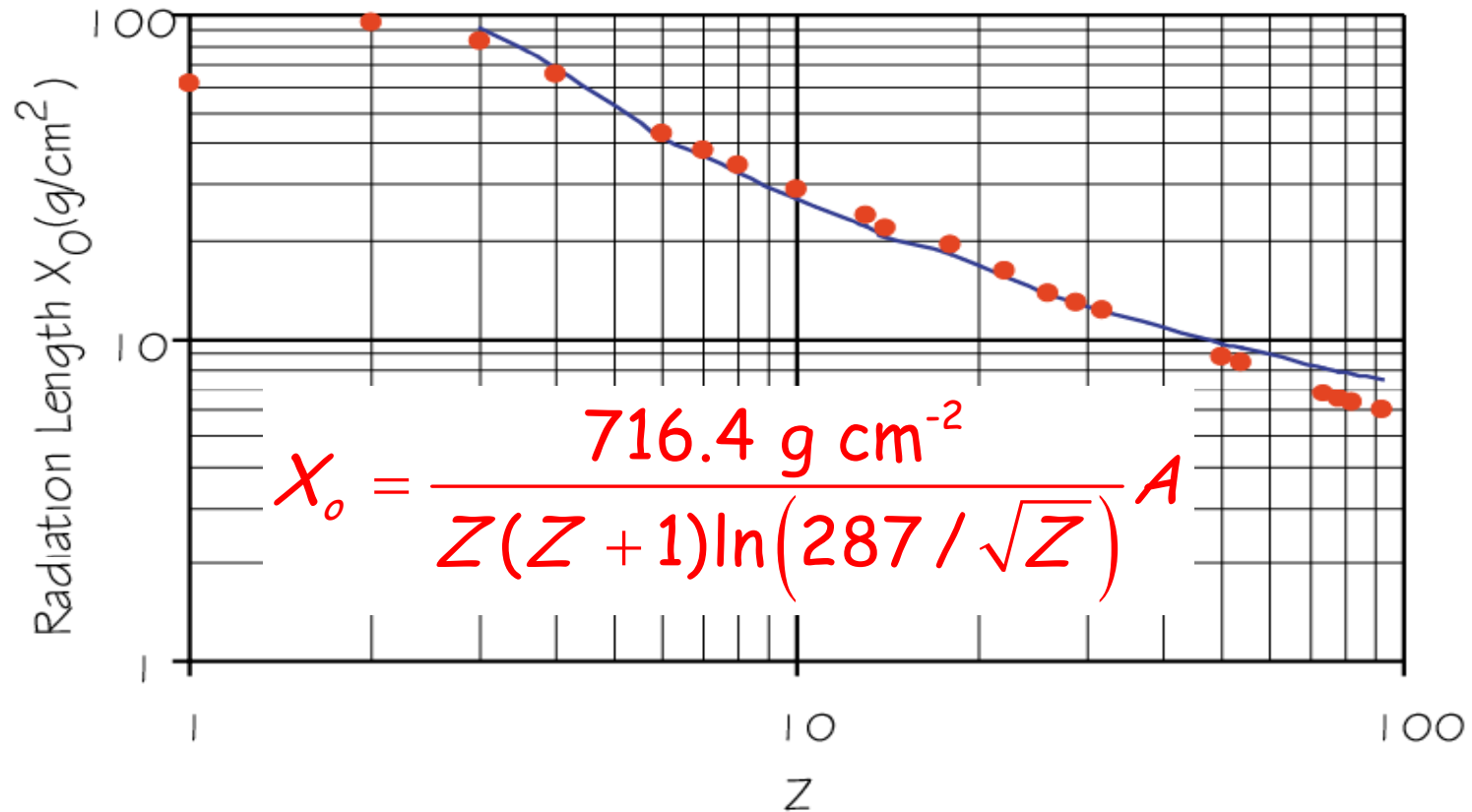
$$a = \alpha Z, \quad 4\alpha r_e^2 N_A = 716.408 \text{ gcm}^{-2}$$

$$f(Z) = a^2 \left[ (1 + a^2)^{-1} + 0.20206 - 0.0369a^2 + 0.0083a^4 - 0.002a^6 \right]$$

Γ. Τσιπολίτης

## Μήκος Ακτινοβολίας (Radiation Length)

Μια προσαρμογή των δεδομένων → εξάρτηση του μήκους ακτινοβολίας από το Z:



Γ. Τσιπολίτης

## Μήκος Ακτινοβολίας (Radiation Length)

Υλικό	gr cm <sup>-2</sup>	cm
Air	36.20	30050
H <sub>2</sub> O	36.08	36.1
NaI	9.49	2.59
Pb	6.37	0.56
Fe	13.84	1.76
BGO	7.98	1.12
Scintillator	43.8	42.4

Για σύνθετα υλικά και Μίγματα, τα μήκη ακτινοβολίας υπολογίζονται με εφαρμογή του Νόμου Bragg:

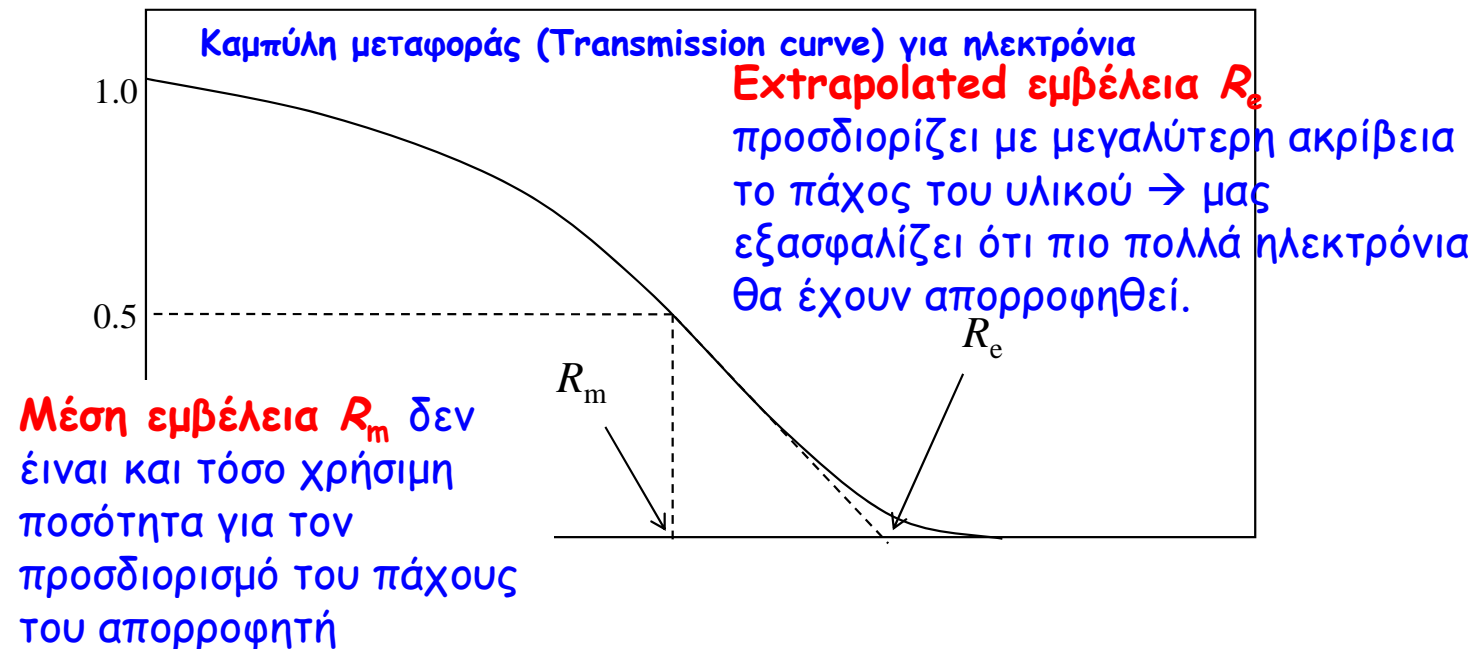
$$\frac{1}{X_0} = \sum_j \frac{w_j}{(X_0)_j}$$

Γ. Τσιπολίτης

$w_j$  =μέρη «βάρους» κάθε στοιχείου  $j$  με αντίστοιχα μήκη ακτινοβολίας  $(X_0)_j$

## Ηλεκτρόνια

- τα ηλεκτρόνια σκεδάζονται πολύ πιο εύκολα ακόμα και λεπτοί απορροφη-τές σκεδάζουν τα ηλεκτρόνια με αποτέλεσμα τα χάνονται από την κύρια δέσμη.
- η  $I/I_0$  θα αρχίσει να μειώνεται από πολύ μικρές αποστάσεις μέσα στον απορροφητή.



Γ. Τσιπολίτης

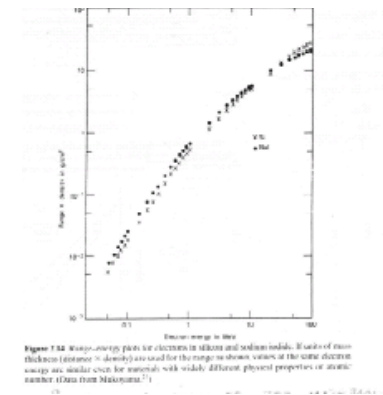
## Παράδειγμα

Να υπολογιστεί η εμβέλεια ηλεκτρονίων ενέργειας 1 MeV στο αλουμίνιο με τη βοήθεια του διαγράμματος.

Λύση:

$$\frac{R_{Al}}{R_{Si}} = \frac{\rho_{Si} \sqrt{A_{Al}}}{\rho_{Al} \sqrt{A_{Si}}} \Rightarrow R_{Al} = \frac{\rho_{Si} R_{Si} \sqrt{A_{Al}}}{\rho_{Al} \sqrt{A_{Si}}}$$
$$\Rightarrow R_{Al} = \frac{(0.5 \text{ g / cm}^2) \sqrt{26.98}}{(2.699 \text{ g / cm}^3) \sqrt{28.09}} = 0.18 \text{ cm}$$

διότι  $(\rho R)_{Si} = 0.5 \text{ g / cm}^2$



## Παράδειγμα

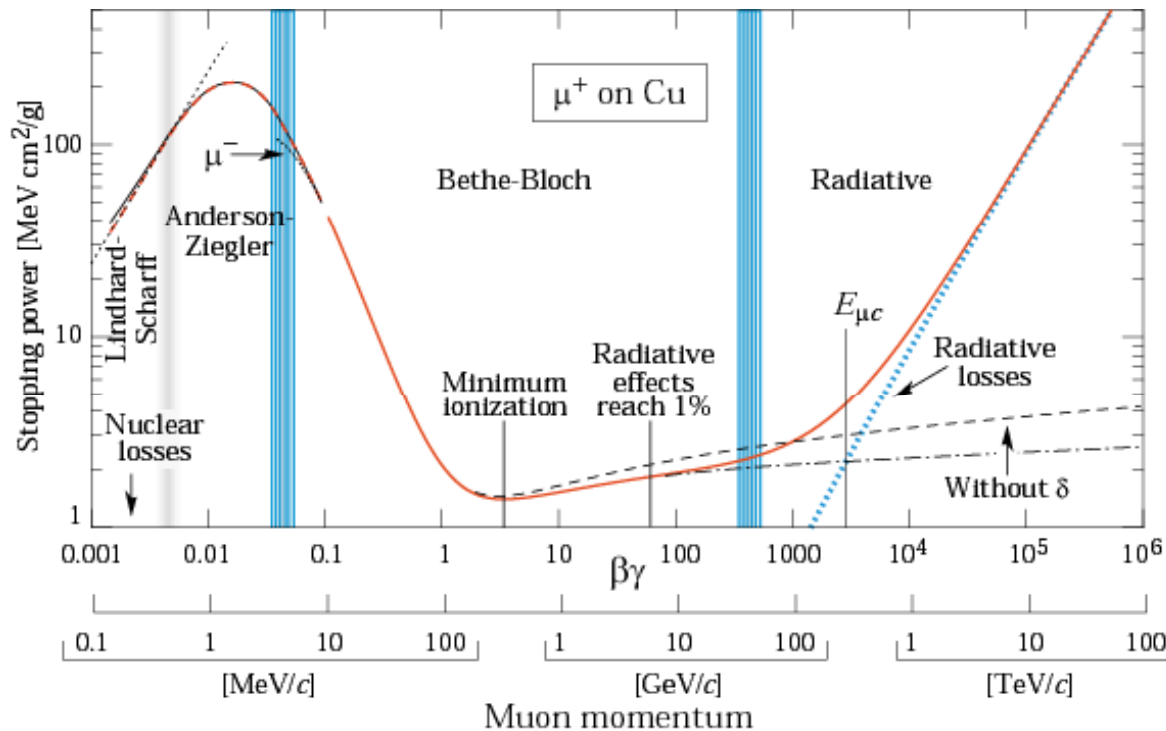
Μια δέσμη ηλεκτρονίων ενέργειας 1 MeV κτυπά λεπτό στόχο. Να βρεθεί η ισχύ,  $P$ , που εναποτίθεται στο στόχο, αν το ρεύμα της δέσμης είναι 100  $\mu\text{A}$ .

Λύση:

$$\begin{aligned} P &= (\text{αριθμός ηλεκτρονίων/μονάδα χρόνου})(\text{ενέργεια/ηλεκτρόνιο}) \\ &= (100 \times 10^{-6} \text{ C / s})(10^6 \text{ eV / e})(1.602 \times 10^{-19} \text{ J / eV})(1 \text{ e} / 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}) = 100 \text{ W} \end{aligned}$$

## Απώλεια Ενέργειας μιονίων

- Μιόνια 200 φορές πιο βαριά "ηλεκτρόνια"
- Η μεγάλη μάζα των μιονίων κάνει τη διαφορά: η απώλεια ενέργειας οφείλεται κυρίως στον ιονισμό αντί της ακτινοβολίας πέδησης → παρουσιάζουν μεγαλύτερη εμβέλεια στην ύλη σε σύγκριση με τα ηλεκτρόνια τα οποία ακτινοβολούν φωτόνια ή με τα αδρόνια ( $\pi, p, n$ ) τα οποία αλληλεπιδρούν μέσω των ισχυρών αλληλεπιδράσεων.



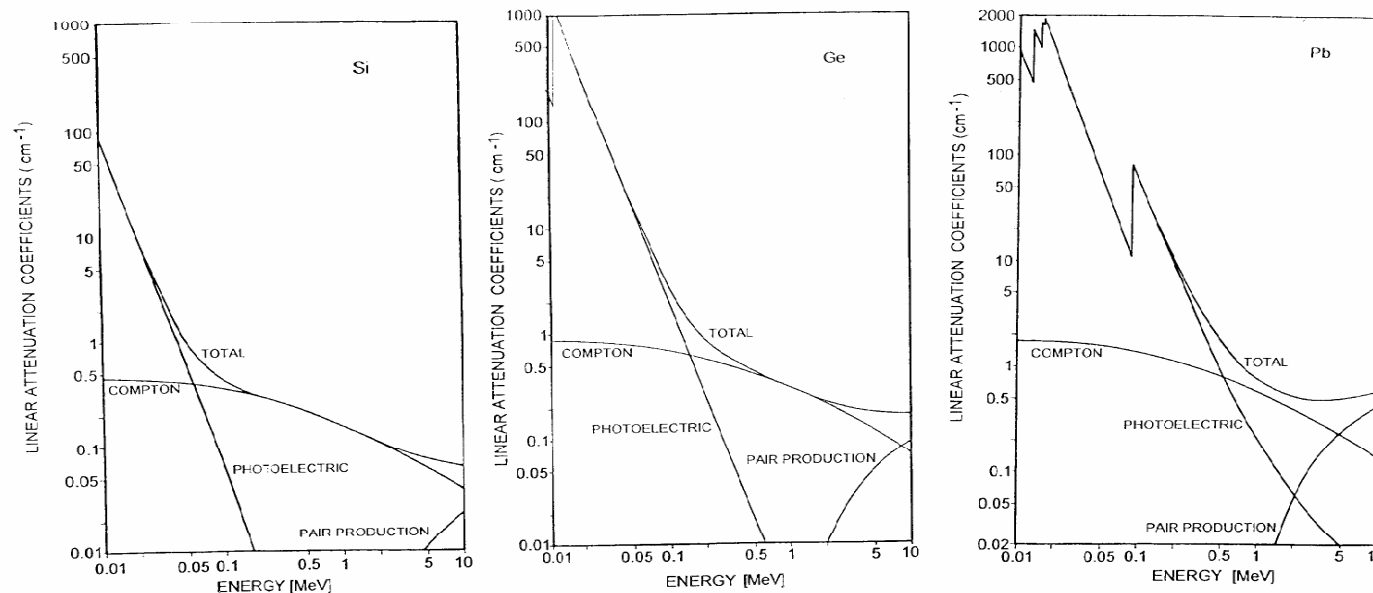
• Τοποθετώντας ανιχνευτές πίσω από μεγάλους απορροφητές τότε ανιχνεύουμε κυρίως μιόνια



## Αλληλεπίδραση Φωτονίων

- 3 κύριοι μηχανισμοί:
  - Φωτοηλεκτρικό φαινόμενο (Photoelectric effect)
  - Σκέδαση Compton (+Thomson +Rayleigh) (Compton Scattering)
  - Δίδυμη γένεση (pair production)

διαφορετική  
εξάρτηση από  
 $E_\gamma$  και  $Z$  του  
απορροφητή.



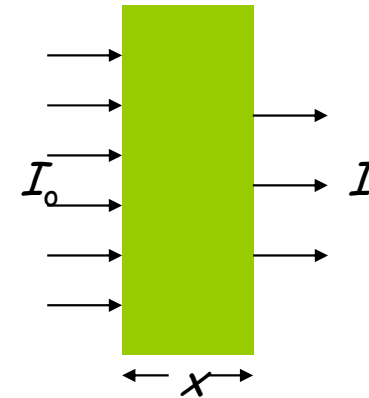
Γ. Τσιπολίτης

Και στις 3 διαδικασίες έχουμε εκπομπή ηλεκτρονίων

## Αλληλεπίδραση Φωτονίων

- Δέσμη φωτονίων διαπερνούν υλικό πάχους  $x \rightarrow$  εξασθένιση με αποτέλεσμα η ροή των εξερχόμενων φωτονίων να δίνεται από τη σχέση:

$$I = I_0 e^{-\mu x}$$



όπου  $\mu$  ( $\text{cm}^2/\text{g}$ ) είναι ο μαζικός συντελεστής εξασθένησης:

$$\mu = \frac{N_A}{A} \sum_{i=1}^3 \sigma_i \quad \sigma_i = \begin{cases} i = 1: & \text{φωτοηλεκτρικό} \\ i = 2: & \text{Compton} \\ i = 3: & \text{Δίδυμη γένεση} \end{cases}$$

$$\lambda = \frac{\int_0^{\infty} x e^{-\mu x} dx}{\int_0^{\infty} e^{-\mu x} dx} = \frac{1}{\mu}$$

Η μέση απόσταση  $\lambda$ , («μέση ελεύθερη διαδρομή»), μέσα στον απορροφητή προτού εμφανιστεί κάποια αλληλεπίδραση

Γ. Τσιπολίτης

## Αλληλεπίδραση Φωτονίων

Lead

- Μαζικός συντελεστής,  $\mu$ , εξασθένησης Pb ως συνάρτηση της ενέργειας του φωτονίου  $E_\gamma$

Φωτοηλεκτρικό

Compton

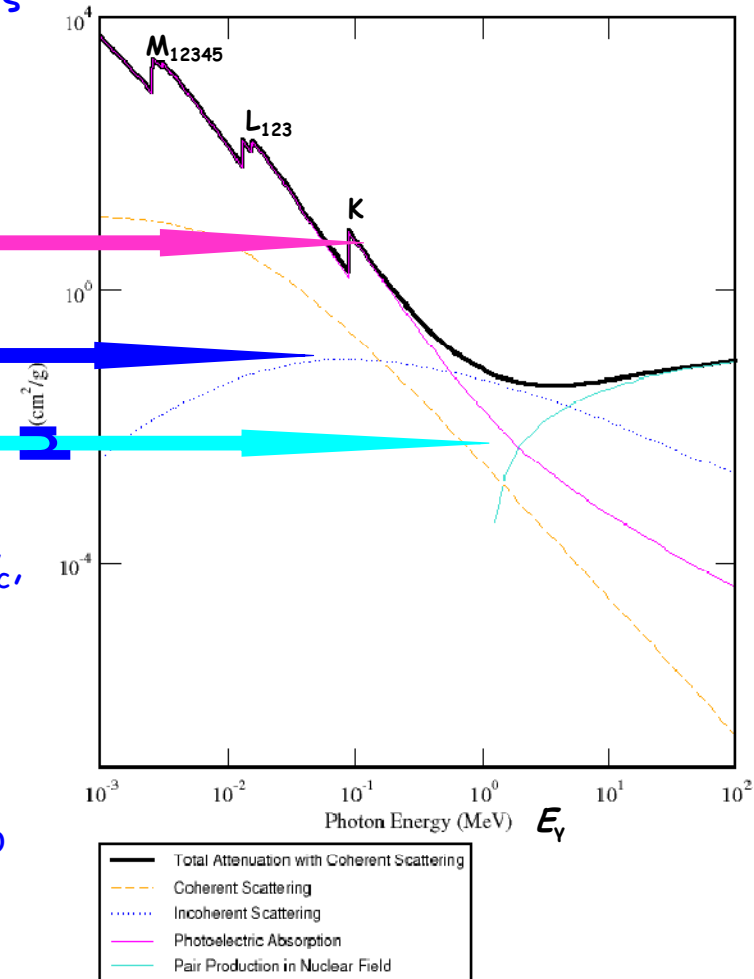
Δίδυμη γένεση

- μαζικός συντελεστής εξασθένησης,  $\mu_c$ , σύνθετου υλικού ή μίγματος υλικών

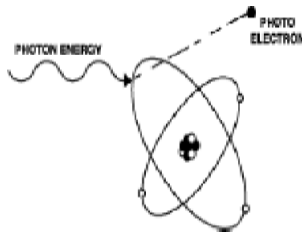
$$\mu_c = \sum_i w_i \mu_i$$

$w_i$  το ποσοστό του  $i$  στοιχείου στο σύνθετο υλικό,  $\mu_i$  είναι ο μαζικός συντελεστής εξασθένησης του  $i$  στοιχείου.

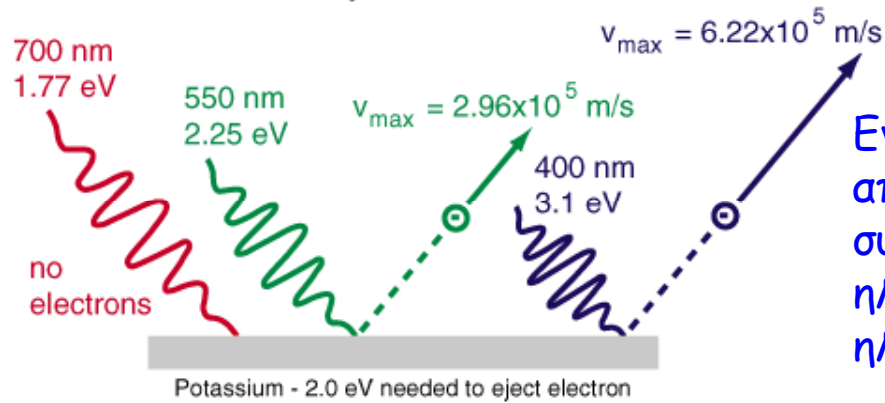
Γ. Τσιπολίτης



## Φωτοηλεκτρικό Φαινόμενο



$$E_{\text{photon}} = h\nu$$



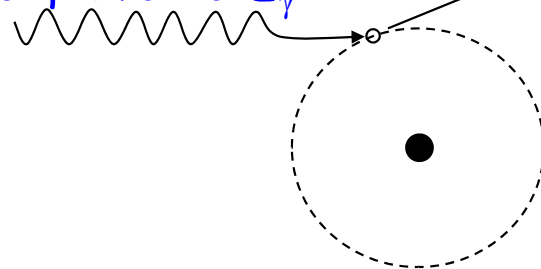
Ενέργεια φωτονίου μεγαλύτερη από την ενέργεια σύνδεσης ή τη συνάρτηση έργου (work function) ηλεκτρονίου, εκπέμπεται ένα ατομικό ηλεκτρόνιο με κινητική ενέργεια  $T$

Photoelectric effect

$$T = h\nu - \Phi$$

## Φωτοηλεκτρικό Φαινόμενο

εισερχόμενο φωτόνιο  $E_\gamma$



φωτοηλεκτρόνιο  $E_\gamma - \Phi$

Ολική μετατροπή της ενέργειας  $E_\gamma$  του φωτονίου αποδεσμεύοντας ένα ατομικό  $e^-$

$\gamma + \text{άτομο} \rightarrow \text{άτομο}^* + e^-$

συνήθως από ένα εσωτερικό ατομικό φλοιό

- Το παραγόμενο φωτοηλεκτρόνιο έχει κινητική

- ενέργεια  $K = E_\gamma - \Phi$ , όπου  $\Phi$  είναι

η ενέργεια σύνδεσης (διαφορετική για

τις K, L, M, κλπ. ατομικές γραμμές)

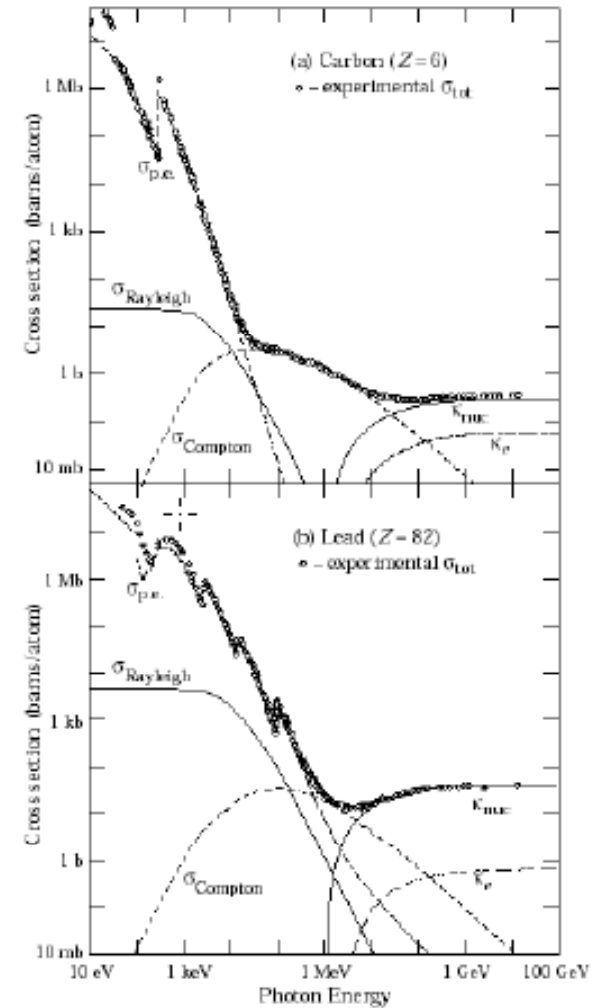
Απαραίτητη προϋπόθεση

$$E_\gamma \geq \Phi$$

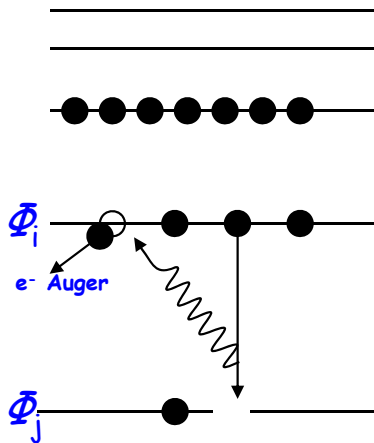
→ βυθίσματα απορρόφησης.

Γ. Τσιπολίτης

Ενεργός διατομή απορρόφησης φωτονίων για  ${}^6\text{C}$  &  ${}^{82}\text{Pb}$



## Φωτοηλεκτρικό Φαινόμενο



- Το κενό που δημιουργείται μετά την εκπομπή του φωτοηλεκτρονίου καλύπτεται από ένα άλλο ηλεκτρόνιο που προέρχεται από κάποιο ανώτερο ατομικό φλοιό ενέργειας σύνδεσης  $\Phi_i < \Phi_j$  οδηγώντας σε δυο εναλλασσόμενους μηχανισμούς

- **Φθορισμό ακτινών-Χ**: παράγονται δευτερεύοντες ακτίνες-Χ ενέργειας  $\Phi_j - \Phi_i$  και το φορτίο του εναπομείναντος ιόντος παραμένει αμετάβλητο.

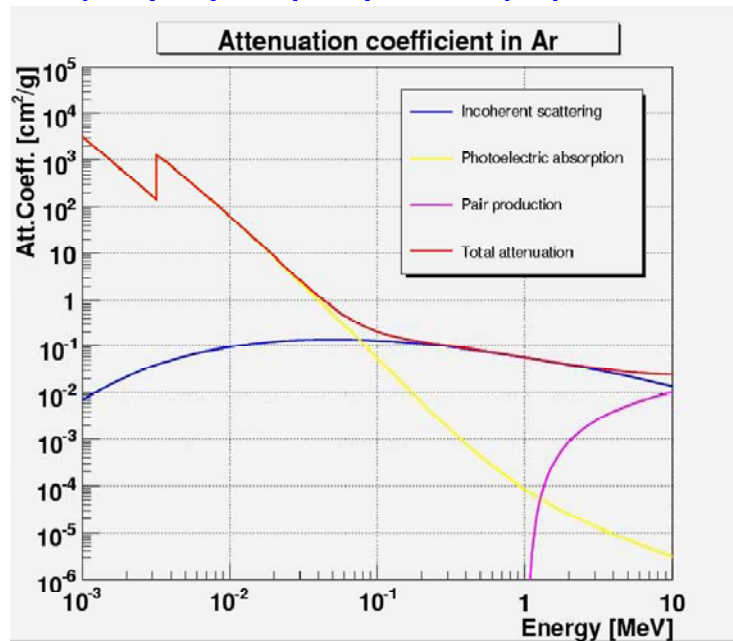
- **Φαινόμενο Auger**: το φωτόνιο που εκπέμπεται από την αντικατάσταση του κενού που είχε δημιουργηθεί από το φωτοηλεκτρόνιο μπορεί να απορροφηθεί από κάποιο άλλο ηλεκτρόνιο του ίδιου ατόμου με αποτέλεσμα να δημιουργείται ένα νέο φωτοηλεκτρόνιο αφήνοντας ένα νέο κενό. Αυτό το νέο φωτοηλεκτρόνιο  $\rightarrow$  **ηλεκτρόνιο Auger**. Το αρχικό κενό αντικαθίσταται από δυο κενά.

Τα νέα κενά καλύπτονται από μεταπτώσεις ηλεκτρονίων από μεγαλύτερους φλοιούς μέχρι το ιονισμένο άτομο βρεθεί στην κατάσταση όπου δεν μπορούν να συμβούν άλλες μεταπτώσεις.

Γ. Τσιπολίτης

## Φωτοηλεκτρικό Φαινόμενο

- Αλληλεπίδραση ακτινών  $\gamma$  ενέργειας  $E=5.9$  keV σε αέριο  $^{18}\text{Ar}$  που συνήθως το χρησιμοποιούμε σε ανιχνευτές αερίου. Για το  $^{18}\text{Ar}$  έχουμε:  $\rho = 1.66$  g/cm<sup>3</sup>,  $Z=18$ .
- $\mu(5.9$  keV) $=2.71 \times 10^2$  cm<sup>2</sup>/g,  $\lambda=1/(\mu\rho)=2.2$  cm
- $\mu(E_K-E_L=2.9$  keV) $=1.87 \times 10^2$  cm<sup>2</sup>/g,  $\lambda=1/(\mu\rho)=3.2$  cm, το φωτόνιο φθορισμού μπορεί διαφύγει και επομένως δεν μετρείται η ενέργεια του.



I. Ισιπολίτης



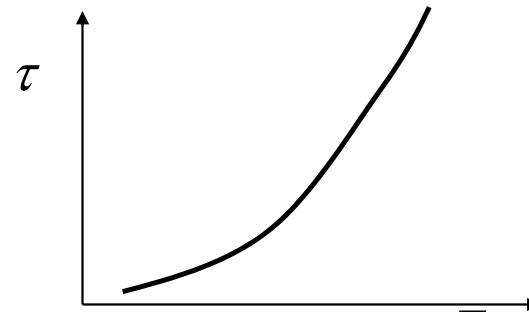
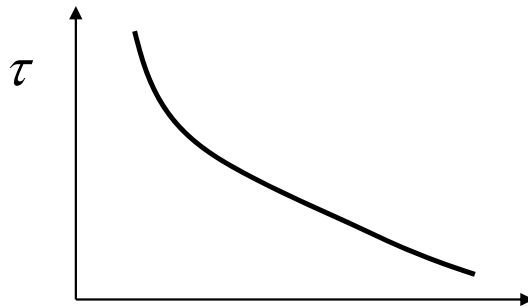
Φάσμα ενέργειας στο Ar με τη βοήθεια ανιχνευτή αερίου

## Φωτοηλεκτρικό Φαινόμενο

Ο συντελεστής απορρόφησης,  $\tau$ , για το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο είναι:

$$\tau \propto a^4 Z^5 E_\gamma^{-3}$$

- έντονη εξάρτηση από το ατομικό αριθμό του υλικού,  $Z$  και αντίστροφη εξάρτηση της ενέργειας του φωτονίου.



- Λόγω αυτής της ισχυρής εξάρτησης του  $\tau$  από τον ατομικό αριθμό  $Z$  του απορροφητή είναι πολύ σημαντικό να χρησιμοποιούμε υλικά με **μεγάλο- $Z$**  στη σχεδίαση των υλικών **θωράκισης ακτίνων- $\gamma$**



# Εφαρμογή στη Διαγνωστική Ραδιολογία

Επειδή η φωτοηλεκτρική απορρόφησης έχει σημαντική εξάρτηση από το  $Z$ , έχει ως αποτέλεσμα:

η διείσδυση των ακτινών- $X$  μέσα από το ανθρώπινο σώμα να μας δίνει τη δυνατότητα η εσωτερική δομή να απεικονίζεται σε φθορίζουσα οθόνη ή φιλμ.

Ο βαθμός απορρόφησης σε κάθε σημείο του σώματος καθορίζεται από την πυκνότητα και τον ατομικό αριθμό του υλικού στο σημείο αυτό.

Το συνεχές φάσμα των ακτινών- $X$  ευνοεί γενικά τη Ραδιογραφία διότι περιλαμβάνει μια ευρεία περιοχή ενεργειών των φωτονίων: λεπτομερής απεικόνιση των ανατομικών χαρακτηριστικών είτε αυτών που δεν απορροφούν έντονα είτε αυτών που απορροφούν έντονα.

Συνήθεις σωλήνες ακτινών- $X$  περιέχουν ακτίνες- $X$  με ενέργεια 90-100 keV. Αν χρησιμοποιηθούν υψηλότερης ενέργειας φωτόνια, τότε προκύπτει το φαινόμενο Compton το οποίο συνεισφέρει επιπλέον ακτινοβολία σκέδασης, με συνέπεια την κακή διακριτική ικανότητα της ραδιογραφίας.